Садржај

Текстови задатака 1

2014. година 1

2015. година 18

2016. година 34

Решења задатака 54

2014. година 54

2015. година 74

2016. година 95

Преглед задатака по областима 118

2014. година

МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

9. јули 2014.

1. Основни период функције $f(x) = \dfrac{1}{2} \cdot \operatorname{tg} \dfrac{x}{3} - \dfrac{1}{5} \cdot \cos \dfrac{2x}{5}$ је:

A) 2π; **B)** 15π; **C)** $\dfrac{5\pi}{2}$; **D)** 3π; **E)** $\dfrac{\pi}{5}$.

2. Четири младића и четири девојке иду у биоскоп. Имају карте за места у истом реду који има тачно 8 места. На колико начина се могу распоредити, ако је познато да две од девојака не желе да седе ни на првом ни на последњем месту?

A) $\dfrac{8!}{4!}$; **B)** $30 \cdot 6!$; **C)** $15 \cdot 6!$; **D)** $\dfrac{(4!)^2}{2}$; **E)** $2 \cdot 6!$.

3. Вредност израза $\dfrac{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}{1 + \operatorname{tg}^2 15^\circ}$ је:

A) $-\dfrac{2}{\sqrt{3}}$; **B)** 1; **C)** $\sqrt{3}$; **D)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; **E)** $\dfrac{1}{2}$.

4. Који од датих интервала садржи сва решења једначине

$$\frac{x-1}{\sqrt{x}+1} = 4 + \frac{\sqrt{x}-1}{2}\,?$$

A) $(-1, 1)$; **B)** $[1, 6)$; **C)** $[6, 10]$; **D)** $(10, 24]$; **E)** $(24, 92]$.

5. За коју вредност реалног параметра m израз $x_1^3 + x_2^3$ узима максималну вредност, ако су x_1 и x_2 решења једначине $x^2 - x + m^2 + 2m - 3 = 0$?

A) 2; **B)** 1; **C)** 0; **D)** -1; **E)** -2.

6. Број решења једначине $\cos 2x = 0$ у интервалу $[20, 50]$ је:

A) 18; **B)** 20; **C)** 21; **D)** 19; **E)** већи од 21.

7. Остатак при дељењу полинома $x^{2014} - x^{2013} + x$ полиномом $x^2 - 1$ је:

A) $2013x + 2014$; **B)** 1; **C)** $x - 2014$; **D)** $-x + 2013$; **E)** 2014.

8. Скуп решења неједначине $\log_2(\log_4 x) + \log_4(\log_2 x) < 2$ је:

A) $(1, 16)$; **B)** $(0, 8)$; **C)** $\left(\frac{1}{2}, 16\right)$; **D)** $\left(\frac{1}{16}, 16\right)$; **E)** $(0, 16)$.

9. Константан сабирак у развијеном облику израза $\left(\sqrt{x} - \dfrac{2}{x^3}\right)^{14}$ је:

A) 91; **B)** 364; **C)** -91; **D)** -364; **E)** 0.

10. Реални део комплексног броја $\dfrac{1}{2-\sqrt{5}+i\sqrt{3}}$ је:

A) $\dfrac{(\sqrt{5}-3)\sqrt{3}}{16}$; **B)** $\dfrac{1}{3-\sqrt{5}}$; **C)** $-2-\sqrt{5}$; **D)** $\dfrac{1-\sqrt{5}}{16}$; **E)** $\dfrac{1-\sqrt{5}}{4}$.

11. Опадајућа аритметичка прогресија $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ је таква да важи $a_1^2+a_2^2+a_3^2=56$ и $\dfrac{a_{10}}{a_2}=5$. Онда је a_{2014} једнако:

A) -4028; **B)** 4028; **C)** 4030; **D)** -4030;
E) таква прогресија не постоји.

12. Ако су A и B тачке на кругу $x^2+y^2+4x+4y+5=0$, најдаље и најближе тачки $C(1,2)$, онда је $AC+BC$ једнако:

A) 5; **B)** 10; **C)** $5\sqrt{3}$; **D)** $5\sqrt{3}+5$; **E)** $5-\sqrt{3}$.

13. Највећа вредност функције $f(x)=|2x+1|+|x-3|-|5x-4|$, $x\in\mathbb{R}$, је:

A) 2; **B)** -4; **C)** $4,8$; **D)** -3; **E)** $2,6$.

14. Око кружнице полупречника $2\,\mathrm{cm}$ описан је једнакокраки трапез површине $20\,\mathrm{cm}^2$. Дужина његовог крака је:

A) $10\,\mathrm{cm}$; **B)** $20\,\mathrm{cm}$; **C)** $5\,\mathrm{cm}$; **D)** $6\,\mathrm{cm}$; **E)** такав трапез не постоји.

15. Збир целих бројева који задовољавају неједначину $\dfrac{x}{x+2}\leqslant\dfrac{1}{1-x}$ је:

A) -2; **B)** -1; **C)** 0; **D)** 1; **E)** бесконачан.

16. Ако је $f(x-1)=\dfrac{2x-1}{x+2}$, онда је $f(f(x))$ једнако:

A) $\dfrac{2x-1}{x+2}$; **B)** $\dfrac{2x+1}{x+3}$; **C)** $\dfrac{x+1}{x+2}$; **D)** 1; **E)** $\dfrac{5x+3}{5x+1}$.

17. У правој купи угао између изводнице и висине је 60°, а изводница је за $2\,\mathrm{cm}$ дужа од висине. Колика је запремина те купе?

A) $\pi\,\mathrm{cm}^3$; **B)** $\dfrac{\pi}{3}\,\mathrm{cm}^3$; **C)** $\dfrac{\pi}{2}\,\mathrm{cm}^3$; **D)** $8\pi\,\mathrm{cm}^3$; **E)** $\pi^2\,\mathrm{cm}^3$.

18. Ако права $y=2x+p$ у равни Oxy $(p\in\mathbb{R})$ додирује параболу $y=x^2-x$, онда p припада интервалу:

A) $[-10,-8)$; **B)** $[-8,-4)$; **C)** $[-4,-2)$; **D)** $[-2,2)$; **E)** $[2,4]$.

19. Кружница пролази кроз крајње тачке једне странице квадрата и кроз средиште наспрамне странице. Ако је страница квадрата дужине a, онда је пречник кружнице једнак:

A) $\dfrac{\sqrt{5}a}{4}$; **B)** $\dfrac{5a}{4}$; **C)** $\dfrac{3a}{\sqrt{2}}$; **D)** $\dfrac{3a}{2}$; **E)** $\dfrac{a+1}{a}$.

20. Ако систем једначина $3x + 2z = 2$, $5x + 2y = 1$, $x - 2y + bz = 3$ нема решења, онда је параметар b једнак:

A) -3; **B)** 2; **C)** 12; **D)** -12; **E)** такво b не постоји.

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

7. јули 2014.

21. Вредност израза $2014^3 - 2013 \cdot 2014 \cdot 2015$ једнака је:

A) 1; **B)** 2013; **C)** 2014; **D)** 2015; **E)** -1.

22. Појефтињење неке робе најпре за 10%, а затим за 20%, једнако је појефтињењу исте робе за:

A) 30%; **B)** 25%; **C)** 32%; **D)** 28%; **E)** 19%.

23. Ако реални бројеви x и y задовољавају једнакост $\dfrac{2x+i}{y+i} = \dfrac{1+i\sin\alpha}{1-i\sin 3\alpha}$, $(\alpha \neq k\pi,\ \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z},\ i^2 = -1)$, онда је количник $\dfrac{y}{x}$ једнак:

A) $-4+2\cos 2\alpha$; **B)** $4+2\cos 2\alpha$; **C)** $2-4\cos 2\alpha$; **D)** $-2-4\cos 2\alpha$; **E)** $2-2\sin 2\alpha$.

24. Израз $5^{\frac{3-\log_{10} 5}{\log_{10} 25}}$ једнак је:

A) $10\sqrt{2}$; **B)** 5; **C)** $\dfrac{5}{\sqrt{2}}$; **D)** $\dfrac{10}{\sqrt{2}}$; **E)** $5^{\frac{1}{5}}$.

25. Ако је $x + |x| = \frac{x}{|x|}$, $(x \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$, онда x припада скупу:

A) $(0,1)$; **B)** $(-1,0)$; **C)** $(1,3)$; **D)** $(2,\infty)$; **E)** $(-\infty,0)$.

26. Ако је $f\Big(\dfrac{1-x}{1+x}\Big) = x$ $(x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,0,1\})$, онда је $f(f(x))$ једнако:

A) x; **B)** $\dfrac{1-x}{1+x}$; **C)** $\dfrac{1}{x}$; **D)** $\dfrac{1+x}{1-x}$; **E)** $2x$.

27. Ако је $a = -0,3$, која од следећих релација је тачна?

A) $a < a^2 < a^3$; **B)** $a < a^3 < a^2$; **C)** $a^2 < a < a^3$; **D)** $a^2 < a^3 < a$; **E)** $a^3 < a < a^2$.

28. Однос биномних коефицијената уз степен x^{1007} $(x \in (0,\infty))$ у развојима бинома $(1+x)^{2014}$ и $(1+x)^{2013}$, редом, износи:

A) $\dfrac{1007}{1006}$; **B)** 2; **C)** $\dfrac{3}{2}$; **D)** $\dfrac{1}{2004}$; **E)** $\dfrac{1}{2015}$.

29. Нека је $f(x) = x^2 + bx + c$ $(b, c \in \mathbb{R})$, тако да важи $f(f(1)) = f(f(2)) = 0$ и $f(1) \neq f(2)$. Вредност $f(0)$ једнака је:

A) -6; **B)** $-\dfrac{2}{3}$; **C)** $-\dfrac{3}{2}$; **D)** $\dfrac{1}{4}$; **E)** -2.

30. Нека је $s = 1+q+q^2+\dots$ ($|q|<1$) и $S = 1+Q+Q^2+\dots$ ($|Q|<1$), где су s и S дати бројеви. Онда је збир $1+qQ+q^2Q^2+q^3Q^3+\dots$ једнак:

A) $\dfrac{sS}{s+S-1}$; **B)** $\dfrac{sS}{2sS-s-S+1}$; **C)** $\dfrac{sS}{sS+s+S-2}$; **D)** $\dfrac{2sS-1}{s+S-1}$; **E)** sS.

31. Производ свих реалних решења једначине $\dfrac{2013x}{2014} = 2013^{\log_x 2014}$ припада скупу:

A) $(0,1]$; **B)** $(1,2]$; **C)** $(2,3]$; **D)** $(3,4]$; **E)** $(4,\infty)$.

32. Круг садржи три тачке чије су координате $(0,6)$, $(0,10)$ и $(8,0)$. Апсциса друге тачке у којој дати круг сече x-осу једнака је:

A) 7; **B)** $7,25$; **C)** $7,5$; **D)** $7,75$; **E)** 9.

33. Сва реална решења ирационалне једначине

$$\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}} = \frac{1}{4}$$

припадају скупу:

A) $[2,6)$; **B)** $[6,10)$; **C)** $[10,14)$; **D)** $[14,18)$; **E)** $[18,\infty)$.

34. Дат је троугао са страницама $AB = \sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ и $AC = \sqrt{3}\,\mathrm{cm}$. Нека је тачка D на страници BC, тако да је $\sphericalangle BAD = 30^\circ$ и $\sphericalangle CAD = 45^\circ$. Дужина дужи AD износи (у cm):

A) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$; **B)** $\dfrac{1}{\sqrt{2+\sqrt{6}}}$; **C)** $\sqrt{\dfrac{5}{2}}$; **D)** $\dfrac{\sqrt{6}+1}{\sqrt{2+\sqrt{6}}}$; **E)** $\dfrac{1}{2}$.

35. Ако је $P(x) = a_0x^4+a_1x^3+a_2x^2+a_3x+a_4$ ($a_0,a_1,a_2,a_3,a_4 \in \mathbb{R}$, $a_0 \neq 0$), тако да је $P(0) = P(1) = P(2) = P(-1) = 0$ и $P(-2) = 12$, онда је $P(3)$ једнако:

A) $\dfrac{1}{3}$; **B)** $-\dfrac{1}{2}$; **C)** 1; **D)** 2; **E)** 12.

36. Бочне стране тростране пирамиде су правоугли троуглови са теменом правог угла у врху пирамиде. Површине тих бочних страна су $6\,\mathrm{cm}^2$, $8\,\mathrm{cm}^2$ и $12\,\mathrm{cm}^2$. Запремина пирамиде је:

A) $6\,\mathrm{cm}^3$; **B)** $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$; **C)** $8\,\mathrm{cm}^3$; **D)** $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$; **E)** $12\,\mathrm{cm}^3$.

37. Ако је уређен пар (x,y) ($x,y \in \mathbb{R}$, $x,y>0$, $x \neq 1$) решење система једначина $x^y = y^x$, $x^p = y^q$ ($p,q \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $p \neq q$), онда је производ xy једнак:

A) $\dfrac{p-q}{2}$; **B)** $\dfrac{2}{p-q}$; **C)** 1; **D)** $\left(\dfrac{p}{q}\right)^{\frac{p+q}{p-q}}$; **E)** $\left(\dfrac{q}{p}\right)^{\frac{p+q}{p-q}}$.

38. Нека је S скуп свих реалних решења неједначине $\operatorname{tg} x(1-\operatorname{tg}^2 x)(1-3\operatorname{tg}^2 x)(1+\operatorname{tg} 2x\cdot \operatorname{tg} 3x)>0$ и нека је $S_1\subset S$. Онда скуп S_1 може бити:

A) $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$; **B)** $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$; **C)** $\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$; **D)** $\left(\frac{7\pi}{6},\frac{3\pi}{2}\right)$; **E)** $\left(\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{6}\right)$.

39. Од листа хартије кружног облика изрезан је кружни исечак од кога је направљен конусни левак највеће запремине. Централни угао тог кружног исечка у радијанима је:

A) $\frac{\pi}{3}$; **B)** $\frac{2\pi}{3}\sqrt{6}$; **C)** $\frac{2\pi}{3}$; **D)** $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$; **E)** $\frac{\pi\sqrt{6}}{2}$.

40. Из скупа од 10 студената, међу којима су само један студент електротехнике и само један студент математике, бирамо комисију од 6 чланова, али тако да ако је у комисији студент електротехнике, мора у тој комисији бити и студент математике. Колико се таквих комисија може образовати?

A) 210; **B)** 98; **C)** 126; **D)** 154; **E)** 165.

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА У БЕОГРАДУ

8. јули 2014.

41. Нека је $f(x)=x^2+1$ и $g(x)=3x-2$. Онда је вредност $f(g^{-1}(4))-g^{-1}(f(3))$ једнака:

A) 3; **B)** 1; **C)** 0; **D)** -3; **E)** -1.

42. Вредност израза

$$\left[4^{-1}\cdot\left(\frac{1}{25}\right)^{-1/2}+\left(\sqrt{(-2)^2}-1,8\right)^{-1}\right]^{1/2}\cdot\left(\sqrt[3]{(-1)^3}+2,2\right)$$

једнака је:

A) 5; **B)** $\frac{8}{5}$; **C)** 8; **D)** $\frac{3}{5}$; **E)** 3.

43. Ако је $a=\log_{\sqrt{2}}\sqrt[3]{64}-\sqrt[3]{3}^{\log_{\sqrt{3}}27}$, онда је вредност израза $(a+9)^{a+\frac{9}{2}}$ једнака:

A) $\frac{1}{16}$; **B)** $\frac{1}{2}$; **C)** $\frac{1}{4}$; **D)** 2; **E)** 4.

44. Производ свих реалних решења једначине $\sqrt{10+x}-\sqrt{5-x}=\sqrt{1+x}$ једнак је:

A) $\frac{2}{5}$; **B)** $\frac{6}{5}$; **C)** $-\frac{2}{5}$; **D)** $-\frac{4}{5}$; **E)** $\frac{4}{5}$.

45. На сајму књига првог дана је продато 40% књига мање него другог дана, а трећег за четвртину мање него првог и другог дана заједно.

Ако је прва три дана укупно продато 10 500 књига, онда је првог дана овог сајма продато:

A) 2 700 књига; **B)** 2 100 књига; **C)** 2 250 књига; **D)** 2 400 књига; **E)** 2 550 књига.

46. За $a > 0$, $b > 0$ и $a \neq b$, израз

$$\Big(\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}} : \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}+b}\Big) \cdot (a+b+2\sqrt{ab})$$

идентички је једнак изразу:

A) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$; **B)** $\frac{1}{a-b}$; **C)** $-\sqrt{a}-\sqrt{b}$; **D)** $\sqrt{b}$; **E)** $\sqrt{a}$.

47. Ако за комплескни број z важи $\dfrac{|z-1+i|}{|z-2+2i|} = 1$ и $\dfrac{|z|}{|z-1-i|} = 1$, где је $i^2 = -1$, онда је $\mathrm{Im}(i \cdot \overline{z})$ једнак:

A) 1; **B)** 2; **C)** -2; **D)** 0; **E)** -1.

48. Скуп свих реалних решења неједначине $3 \cdot 81^x + 2 \cdot 16^x \leqslant 5 \cdot 36^x$ је:

A) $\big[-\frac{4}{9}, 0\big]$; **B)** $[-1, 0]$; **C)** $\big[-\frac{1}{3}, 0\big]$; **D)** $\big[-\frac{2}{3}, 0\big]$; **E)** $\big[-\frac{1}{2}, 0\big]$.

49. Збир првих девет чланова аритметичке прогресије је за 164 већи од збира првих пет чланова те прогресије. Ако је девети члан за 14 мањи од двоструке вредности шестог члана, онда је производ прва два члана те прогресије једнак:

A) 16; **B)** -12; **C)** 12; **D)** -16; **E)** 20.

50. Број свих целобројних решења неједначине $\dfrac{x^2-5x-5}{2x^2+x-10} < -1$ је:

A) 4; **B)** 3; **C)** 0; **D)** 1; **E)** 2.

51. Збир највећег негативног и најмањег позитивног решења једначине $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 + \sin x$ је:

A) $\dfrac{5\pi}{6}$; **B)** $\dfrac{\pi}{6}$; **C)** $-\dfrac{\pi}{6}$; **D)** π; **E)** $-\pi$.

52. Нека је $P(x) = x^5 + ax^3 + bx$ и $Q(x) = x^2 + 2x + 1$, где су a и b реални бројеви. Ако је полином P дељив полиномом Q, онда је вредност израза $a^2 + b^2$ једнака:

A) 2; **B)** 13; **C)** 5; **D)** 8; **E)** 10.

53. Основе правог ваљка и праве купе су кругови полупречника 12 cm. Ако су запремине ваљка и купе једнаке, а висина купе за 6 cm дужа од висине ваљка, онда је однос површина ваљка и купе једнак:

A) 4 : 3; **B)** 6 : 5; **C)** 3 : 2; **D)** 8 : 7; **E)** 10 : 9.

54. Скуп свих вредности реалног параметра m за које су решења једначине $mx^2 - 2mx + m - 2 = 0$ различитог знака је:

A) $[1,2)$; **B)** $(0,1]$; **C)** $(0,\infty)$; **D)** $[1,\infty)$; **E)** $(0,2)$.

55. Број реалних решења једначине $\log\sqrt{x-2} + 3\log\sqrt{x+2} = \dfrac{1}{2} + \log\sqrt{x^2-4}$ је:

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** 4.

56. Број свих петоцифрених бројева дељивих са 5 који имају тачно једну непарну цифру једнак је:

A) $18\cdot 5^3$; **B)** $5^5 - 5^2$; **C)** $4\cdot 5^4$; **D)** $24\cdot 5^3$; **E)** $21\cdot 5^3$.

57. Вредност израза $\dfrac{\cos 160^\circ - 2\cos 140^\circ}{\sin 20^\circ \cos 30^\circ}$ једнака је:

A) $2\sqrt{3}$; **B)** 2; **C)** $-\sqrt{3}$; **D)** 1; **E)** $\sqrt{3}$.

58. Ако су праве $y = \frac{2}{3}x$ и $y = -\frac{2}{3}x$ асимптоте хиперболе $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, а права $y = x + 2\sqrt{5}$ њена тангента, онда је вредност израза $a^2 + b^2$ једнака:

A) 52; **B)** 32; **C)** 40; **D)** 64; **E)** 61.

59. Биномни коефицијент четвртог члана у развоју $(\sqrt[5]{11} + \sqrt[11]{5})^n$ је 671 пута већи од биномног коефицијента трећег члана. Број свих чланова у овом развоју који нису цели бројеви је:

A) 1613; **B)** 2015; **C)** 1979; **D)** 1978; **E)** 1833.

60. Дужина странице AB троугла ABC је $2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$, а унутрашњи угао наспрам те странице је 60°. Ако је површина тог троугла једнака $\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$, онда је збир дужина страница AC и BC (у cm) једнак:

A) 8; **B)** $4\sqrt{3}$; **C)** 7; **D)** 6; **E)** $3\sqrt{6}$.

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

9. јули 2014.

61. Вредност израза $\left(\sqrt{6} - \dfrac{6}{\sqrt{6}+2}\right) : \left((\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2})(\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2})\right)$ једнака је:

A) $2\sqrt{3}$; **B)** $\sqrt{3}$; **C)** $\sqrt{2}$; **D)** $2\sqrt{2}$; **E)** $2\sqrt{6}$.

62. Ако је $x > 0$ и $f(x) = \log_2 x^2 + 5\log_2 4x$, онда је $f(x) + f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ једнако:

A) $10\log_2 x$; **B)** $20\log_2 x$; **C)** 0; **D)** 10; **E)** 20.

63. Решење неједначине $\frac{1}{x} \leqslant x$ је скуп облика:

A) $[a,\infty)$; **B)** $[a,b)$; **C)** $(-\infty,a]\cup[b,\infty)$; **D)** (a,∞); **E)** $[a,b)\cup[c,\infty)$.

64. Збир решења једначине $|x^2+3x+2|-3|x+2|=0$ је:

A) -6; **B)** -4; **C)** -2; **D)** 0; **E)** 2.

65. Ако је $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ растући аритметички низ, $a_1+a_3+a_5=-12$ и $a_1a_3a_5=80$, онда је a_1 једнако:

A) 10; **B)** 4; **C)** 2; **D)** -4; **E)** -10.

66. Скуп решења неједначине $2\cdot 25^x-10^x\leqslant 10\cdot 4^x$ садржан је у скупу:

A) $(-\infty,0)$; **B)** $(0,\infty)$; **C)** $(2,\infty)$; **D)** $(-\infty,2)$; **E)** $(1,\infty)$.

67. Колико различитих природних делилаца има број 1200 (укључујући број 1 и сам број 1200)?

A) 26; **B)** 28; **C)** 30; **D)** 32; **E)** 34.

68. Полином $P(x)=x^4+ax^3+bx$ дељив је полиномом $Q(x)=x^2+4x+4$. Остатак при дељењу полинома $P(x)$ полиномом $x-2$ једнак је:

A) 33; **B)** 23; **C)** 32; **D)** -23; **E)** -32.

69. Збир свих комплексних бројева $z=x+iy$ $(x,y\in\mathbb{R},\ i^2=-1)$, таквих да је $\overline{z}+|2z+i|=3+i$ је:

A) -2; **B)** $-2-2i$; **C)** $-2i$; **D)** $2i$; **E)** 2.

70. Праве $y-x=a$ и $x-y=b$, где су a и b позитивни реални параметри, секу координатне осе Ox и Oy редом у тачкама A, B, C и D. Ако је површина четвороугла $ABCD$ једнака 200, онда је $a+b$ једнако:

A) 10; **B)** -20; **C)** 20; **D)** 40; **E)** -40.

71. Ако је $\operatorname{tg}1007^\circ=m$, онда је $\sin 2014^\circ$ једнак:

A) $\dfrac{2m}{1+m^2}$; **B)** $\dfrac{1-m^2}{1+m^2}$; **C)** $\dfrac{1-m^2+m}{1+m^2}$; **D)** $\dfrac{m^2-1}{1+m^2}$; **E)** $-\dfrac{2m}{1+m^2}$.

72. Број реалних решења једначине $\sqrt{2x-3}-\sqrt{x+2}=\sqrt{3-x}$ једнак је:

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** ∞.

73. Вредност израза $1+i+i^2+\ldots+i^{2014}$, где је $i^2=-1$, једнака је:

A) 1; **B)** i; **C)** -1; **D)** $-i$; **E)** $1+i$.

74. Збир квадрата решења једначине $\log_{x^2}5+\log_{x^4}5=\frac{3}{2}$ је:

A) 10; **B)** 5; **C)** 0; **D)** 25; **E)** 100.

75. Правилни шестоугао странице a ротира око своје веће дијагонале. Запремина тако насталог ротационог тела једнака је:

A) $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{3}$; **B)** $\dfrac{4a^3\pi\sqrt{3}}{3}$; **C)** $\dfrac{4a^3\pi}{3}$; **D)** $a^3\pi$; **E)** $\dfrac{a^3\pi}{3}$.

76. Збир најмање и највеће вредности функције

$$f(x) = |x^2 - 2x| + |-x^2 + 5x - 6| \text{ на } \left[\tfrac{3}{2}, \tfrac{5}{2}\right] \text{ је:}$$

A) 3; **B)** 2; **C)** 0; **D)** 1; **E)** $\dfrac{3}{2}$.

77. Скуп решења неједначине $\sin 4x > \cos 2x$ на интервалу $(0,\pi)$ је:

A) $\left(\dfrac{\pi}{12}, \dfrac{\pi}{4}\right) \cup \left(\dfrac{5\pi}{12}, \dfrac{3\pi}{4}\right)$; **B)** $\left(\dfrac{\pi}{8}, \dfrac{5\pi}{12}\right)$; **C)** $\left(\dfrac{\pi}{8}, \dfrac{5\pi}{8}\right)$;
D) $\left(\dfrac{\pi}{12}, \dfrac{\pi}{8}\right) \cup \left(\dfrac{5\pi}{12}, \dfrac{3\pi}{4}\right)$; **E)** $\left(\dfrac{\pi}{12}, \dfrac{\pi}{8}\right)$.

78. Тачка $M(x,y)$ на правој p: $2x + y + 2 = 0$ најближа је хиперболи $7x^2 - 4y^2 = 28$. Онда је $5y - 5x$ једнако:

A) 20; **B)** 25; **C)** 24; **D)** -25; **E)** -20.

79. Број решења једначине $\cos x + |\cos x| = 2 - \frac{2}{\pi} \cdot x$ једнак је:

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** 5.

80. Нека је троугао ABC са теменима $A(0,0)$, $B(4,0)$ и $C(3,2)$. У троугао ABC уписан је правоугаоник $MNPQ$ максималне површине тако да темена M и N припадају оси Ox. Дужина дијагонале овог правоугаоника једнака је:

A) $\sqrt{3}$; **B)** $\sqrt{2}$; **C)** $\sqrt{6}$; **D)** $\sqrt{5}$; **E)** 2.

САОБРАЋАЈНИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

7. јули 2014.

81. Ако је $J = \dfrac{a+b}{a-b} + \dfrac{a-b}{a+b}$, $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{2}$, онда је J једнако:

A) $5 - 2\sqrt{6}$; **B)** 1; **C)** $1 + 2\sqrt{6}$; **D)** 5; **E)** 10.

82. Комплексан број $\dfrac{11+2i}{3-4i}$ једнак је:

A) $2+i$; **B)** $1+2i$; **C)** $2-i$; **D)** $1-2i$; **E)** $1-i$.

83. Нека је $f_1(x) = \dfrac{\sqrt{x^4+2x^2+1}}{x^2+1}$, $f_2(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$ и $f_3(x) = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$. Тачан је исказ:

A) $f_3 = f_1 = f_2$; **B)** $f_1 = f_2 \neq f_3$; **C)** $f_3 = f_1 \neq f_2$;
D) $f_1 \neq f_2 = f_3$; **E)** $f_1 \neq f_2 \neq f_3 \neq f_1$.

84. Ако су x_1 и x_2 решења једначине $x^2+5x-9=0$, онда је $x_1^3+x_2^3$ једнако:

A) -10; **B)** 10; **C)** -170; **D)** 170; **E)** -260.

85. Збир прва три члана аритметичког низа је 21, а разлика трећег и првог члана је 6. Осми члан тог низа једнак је:

A) 24; **B)** 26; **C)** 25; **D)** 28; **E)** 27.

86. Ако је $\log_2\sqrt{5}=a$, онда је $\log_{10}2$ једнако:

A) $\dfrac{a+1}{2}$; **B)** $\dfrac{2}{a+1}$; **C)** $\dfrac{1}{2(a+1)}$; **D)** $\dfrac{1}{2a+1}$; **E)** $\dfrac{1}{a+2}$.

87. Производ свих реалних решења једначине $|x|+|x-1|=x+\dfrac{1}{2}$ једнак је:

A) $\dfrac{1}{8}$; **B)** $\dfrac{1}{2}$; **C)** $\dfrac{3}{4}$; **D)** $\dfrac{5}{6}$; **E)** $\dfrac{3}{2}$.

88. Ако је полином $P(x)=x^{2014}+x^{2013}+ax+b$ дељив полиномом $Q(x)=x^2-1$, онда је $2a-5b$ једнако:

A) 3; **B)** -3; **C)** 7; **D)** -7; **E)** -12.

89. На колико начина се од 6 девојака и 7 младића може саставити екипа од 5 чланова, тако да у екипи буду 3 девојке и 2 младића?

A) 420; **B)** 128; **C)** 41; **D)** 945; **E)** 512.

90. Ако је $\sin\alpha=\dfrac{15}{17}$, $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, онда је $\cos\Big(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\Big)$ једнако:

A) $\dfrac{23\sqrt{2}}{34}$; **B)** $\dfrac{7\sqrt{2}}{34}$; **C)** $-\dfrac{23\sqrt{2}}{34}$; **D)** $-\dfrac{7\sqrt{2}}{34}$; **E)** $-\dfrac{15\sqrt{2}}{34}$.

91. Број решења једначине $2\sin^2 x=\sin 2x$ на интервалу $[-\pi,\pi]$ једнак је:

A) 3; **B)** 4; **C)** 5; **D)** 6; **E)** 7.

92. Ако су странице троугла $a=1$, $b=3\sqrt{2}$, $c=5$, онда је највећи угао тог троугла једнак:

A) $\dfrac{5\pi}{12}$; **B)** $\dfrac{\pi}{2}$; **C)** $\dfrac{2\pi}{3}$; **D)** $\dfrac{3\pi}{4}$; **E)** $\dfrac{5\pi}{6}$.

93. Ако је запремина правог ваљка $V=6\pi$, а површина његовог омотача $M=4\pi$, онда је однос $r:H$ полупречника r основе и висине H ваљка једнак:

A) 2; **B)** $5:2$; **C)** 3; **D)** 4; **E)** $9:2$.

94. Дате су тачке $A(1,2)$, $B(4,-7)$ и $C(6,-3)$. Ако је $D(x_0,y_0)$ подножје висине конструисане из тачке C на страницу AB троугла ABC, онда је x_0y_0 једнако:

A) -12; **B)** -6; **C)** 4; **D)** 8; **E)** 16.

95. Тангенте постављене из тачке $A(2,4)$ на кружницу $x^2+y^2=2$ секу осу Oy у тачкама B и C. Површина троугла ABC једнака је:

A) 6; **B)** 8; **C)** 10; **D)** 12; **E)** 16.

96. Нека је S скуп свих целобројних вредности параметра m за које једначина $x^2-(m-3)x+m+5=0$ има оба решења негативна. Број елемената скупа S је:

A) 3; **B)** 4; **C)** 6; **D)** 7; **E)** већи од 7.

97. Ако је $(a,b]\cup(c,d]$ скуп решења неједначине $\dfrac{x^2+x-28}{x^2-4x-5}\geqslant 2$, онда је $a+b+c+d$ једнако:

A) 12; **B)** 13; **C)** 14; **D)** 15; **E)** 16.

98. Разлика највећег и најмањег решења једначине $\sqrt{x-3}+\sqrt{8-x}=3$ једнака је:

A) 3; **B)** 4; **C)** 5; **D)** 1; **E)** 2.

99. Производ свих решења једначине $4^{x-\frac{1}{x}}+16^{x-\frac{1}{x}}=72$ једнак је:

A) 6; **B)** 4; **C)** 1; **D)** -1; **E)** -6.

100. Нека је S скуп решења неједначине

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\left(x^2-x+\frac{19}{16}\right)\right)\geqslant -1.$$

Тачан је исказ:

A) $S=[a,b)\cup(c,d]$ и $a+b+c+d=2$; **B)** $S=[a,b]$ и $a+b=1$;
C) $S=(-\infty,a]\cup[b,\infty)$ и $a+b=1$; **D)** $S=[a,b)\cup(c,d]$ и $a+b+c+d=4$;
E) $S=(-\infty,a]\cup(b,c)$ и $a+b+c=13$.

ТЕХНОЛОШКО–МЕТАЛУРШКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

јули 2014.

101. Вредност бројевног израза $\left(4\frac{1}{8}-0,004\cdot 300\right):29,25+\left(4\frac{1}{5}-3\frac{1}{2}\right):70$ је:

A) $0,11$; **B)** 1; **C)** $0,1$; **D)** $0,17$; **E)** $1,2$.

102. Разломак $\dfrac{(x^2+xy)^2-(xy+y^2)^2}{(x^2-xy)^2-(xy-y^2)^2}$ је, за $|x|\neq|y|$, идентички једнак разломку:

A) $\dfrac{x+y}{x-y}$; **B)** $\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$; **C)** $\dfrac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$; **D)** $\left(\dfrac{x+y}{x-y}\right)^2$; **E)** $\dfrac{1}{x-y}$.

103. Ако је у аритметичкој прогресији први члан једнак 2, а седми једнак 20, збир првих 20 чланова те прогресије износи:

A) 580; **B)** 600; **C)** 610; **D)** 620; **E)** 640.

104. Збир решења једначине $2(1+i)x^2-4(2-i)x-5-3i=0$ је:

A) $4+3i$; **B)** $-2+3i$; **C)** $1-3i$; **D)** $-1+3i$; **E)** $2-5i$.

105. Једначина $2|x-1|+|x+2|=6$:

A) има само једно, и то позитивно решење;
B) има два позитивна решења; **C)** има два негативна решења;
D) има једно позитивно и једно негативно решење;
E) има само једно, и то негативно решење.

106. Збир свих вредности параметра a за које је однос решења једначине $x^2+ax+a+2=0$ једнак 2 је:

A) 5; **B)** $4,5$; **C)** $2,5$; **D)** 3; **E)** 4.

107. Свеже шљиве садрже 65% воде, а суве 30%. Ако се осуши 15 kg шљива, колико су оне тешке после сушења?

A) 6,5 kg; **B)** 8 kg; **C)** 5,25 kg; **D)** 6 kg; **E)** 7,5 kg.

108. Једначина $\sqrt{6x-x^2-5}=2x-6$:

A) нема решења; **B)** има тачно једно решење;
C) има тачно два решења; **D)** има бесконачно много решења;
E) има три решења.

109. Број различитих петоцифрених природних бројева који се могу записати помоћу цифара 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, без понављања цифара, износи:

A) 12 300; **B)** 13 240; **C)** 10 560; **D)** 14 400; **E)** 15 120.

110. Члан развоја $\left(x+\frac{1}{x}\right)^8$ који не садржи x, једнак је:

A) 65; **B)** 50; **C)** 70; **D)** 55; **E)** 75.

111. Решење једначине $2^{\frac{x+1}{2}}=0,5^{\frac{1-4x}{7}}$ припада интервалу:

A) $(-4,0)$; **B)** $(0,4)$; **C)** $(4,8)$; **D)** $(8,11)$; **E)** $(11,15)$.

112. Једначина $x^{1+\log_3 x}=9$:

A) нема решења;

B) има тачно једно решење;
C) има два решења чији је производ једнак $\frac{1}{3}$;
D) има два решења чији је производ једнак 3;
E) има бесконачно много решења.

113. Израз $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)-\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha-\beta)+\sin\beta\cos\alpha}$ идентички је једнак изразу:

A) $\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta$; **B)** $\dfrac{\sin\alpha+\sin\beta}{\sin\alpha-\sin\beta}$; **C)** 0; **D)** 1; **E)** $\dfrac{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}{\operatorname{tg}(\alpha-\beta)}$.

114. Број решења једначине $\cos 2x+\sin^2 x=\cos x$ у интервалу $[-\pi,\pi]$ је:

A) 6; **B)** 4; **C)** 3; **D)** 2; **E)** 1.

115. Висине паралелограма се односе као $2:3$, његов обим износи $40\,\mathrm{cm}$, а оштар угао $30°$. Површина паралелограма је:

A) $50\,\mathrm{cm}^2$; **B)** $45\,\mathrm{cm}^2$; **C)** $48\,\mathrm{cm}^2$; **D)** $40\,\mathrm{cm}^2$; **E)** $43\,\mathrm{cm}^2$.

116. Ако је $A'(a,b)$ тачка симетрична тачки $A(1,3)$ у односу на праву одређену тачкама $B(8,2)$ и $C(-4,-7)$, онда је $a+b$ једнако:

A) 2; **B)** 3; **C)** -2; **D)** 0; **E)** 12.

117. Једначине тангената кружнице k: $x^2+y^2=10$ које пролазе кроз тачку $A(4,2)$ су:

A) $3x-2y-8=0$, $2x+3y-14=0$; **B)** $2x-y-6=0$, $x+4y-16=0$;
C) $x-3y+2=0$, $3x+y-14=0$; **D)** $3x-y-10=0$, $x+3y-10=0$;
E) $4x-y-14=0$, $x+4y-12=0$.

118. Први члан опадајуће геометријске прогесије је 1, а њена сума је S. Сума геометријске прогресије, чији су чланови квадрати чланова дате прогресије, износи:

A) $\dfrac{s^2}{2s-1}$; **B)** s^2; **C)** $\dfrac{1}{s+1}$; **D)** $\dfrac{1}{s-1}$; **E)** $\dfrac{1}{2s}$.

119. Површина праве тростране призме је $P=420\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$, а дужина њене висине је $H=4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$. Ако се дужине њених основних ивица односе као $5:7:8$, запремина призме је:

A) $1020\,\mathrm{cm}^3$; **B)** $1030\,\mathrm{cm}^3$; **C)** $1080\,\mathrm{cm}^3$; **D)** $1040\,\mathrm{cm}^3$; **E)** $1050\,\mathrm{cm}^3$.

120. Максимална запремина ваљка уписаног у купу полупречника основе $R=12\,\mathrm{cm}$ и висине $H=18\,\mathrm{cm}$ је:

A) $300\pi\,\mathrm{cm}^3$; **B)** $320\pi\,\mathrm{cm}^3$; **C)** $332\pi\,\mathrm{cm}^3$; **D)** $353\pi\,\mathrm{cm}^3$; **E)** $384\pi\,\mathrm{cm}^3$.

РУДАРСКО–ГЕОЛОШКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

7. јули 2014.

121. Вредност израза $\dfrac{(5\sqrt{3}+\sqrt{50})(5-\sqrt{24})}{\sqrt{75}-5\sqrt{2}}$ је:

A) $2\sqrt{3}$; **B)** $5\sqrt{6}$; **C)** 1; **D)** $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$.

122. Вредност израза $\dfrac{3\frac{3}{4}:7\frac{1}{2}-5,25:10\frac{1}{2}+\frac{1}{3}:2}{\left(2\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{11}-1:\frac{2}{3}\right):1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}:2}$ је:

A) 0; **B)** $\dfrac{1}{2}$; **C)** 2; **D)** $\dfrac{1}{6}$.

123. Израз $\dfrac{x^2}{xy+y^2}+\dfrac{y^2}{x^2+xy}-\dfrac{x^2+y^2}{xy}$ је, за $x,y\neq 0$, $x\neq -y$, идентички једнак изразу:

A) $\dfrac{x+y}{xy}$; **B)** -1; **C)** 0; **D)** $-xy$.

124. Број решења једначине $|2x+1|+|x-4|-6=0$ је:

A) 1; **B)** 2; **C)** 3; **D)** већи од 3.

125. Скуп свих решења неједначине $\dfrac{3}{x-2}<1$ је:

A) $(2,\infty)$; **B)** $(5,\infty)$; **C)** $(-\infty,2)\cup(5,\infty)$; **D)** $(2,5)$.

126. Ако за решења x_1 и x_2 квадратне једначине $2x^2+kx-3=0$ важи $x_1x_2^2+x_1^2x_2=6$, онда је:

A) $k=8$; **B)** $k=-8$; **C)** $k=12$; **D)** $k=18$.

127. Решење једначине $\log_3(\log_3(2x-5))=0$ је:

A) 3; **B)** 4; **C)** 5; **D)** 6.

128. Збир квадрата решења једначине $x\sqrt{x}+\sqrt{x}+1=3x$ је:

A) $9+6\sqrt{2}$; **B)** $17+6\sqrt{2}$; **C)** $9-4\sqrt{2}$; **D)** $18+12\sqrt{2}$.

129. Решење једначине $\log_{16}x+\log_4 x+\log_2 x=14$ налази се у интервалу:

A) $(50,100)$; **B)** $(100,200)$; **C)** $(200,300)$; **D)** $(300,400)$.

130. Решење једначине $2\cdot 3^{x+2}+27\cdot 3^{x-2}=189$ је у интервалу:

A) $(-5,-2)$; **B)** $(-2,1)$; **C)** $(1,4)$; **D)** $(4,10)$.

131. Израз $\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)-\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$ идентички је једнак изразу:

A) $\cos 2\alpha$; **B)** $1+\sin(2\alpha-2\beta)$; **C)** $\cos\alpha$; **D)** 1.

132. Ако је $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{9}{40}$ и $0 < \alpha < 90^\circ$, онда је $\sin\alpha$ једнако:

A) $\dfrac{9}{41}$; **B)** $\dfrac{3}{41}$; **C)** $\dfrac{1}{41}$; **D)** $\dfrac{3}{40}$.

133. Дужина хипотенузине висине у правоуглом троуглу је $h_c = 12\,\mathrm{cm}$. Подножје те висине дели хипотенузу на два дела од којих је један дужине $p = 8\,\mathrm{cm}$. Површина троугла је:

A) $144\,\mathrm{cm}^2$; **B)** $180\,\mathrm{cm}^2$; **C)** $156\,\mathrm{cm}^2$; **D)** $160\,\mathrm{cm}^2$.

134. Ако је површина дијагоналног пресека правилне четворостране призме $P_D = 96\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$, а њена висина $H = 12\,\mathrm{cm}$, онда је површина призме једнака:

A) $486\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$; **B)** $512\,\mathrm{cm}^2$; **C)** $520\,\mathrm{cm}^2$; **D)** $564\,\mathrm{cm}^2$.

135. Ако тачка $M(x,y)$ припада правој $2x+y-6=0$ и ако је подједнако удаљена од тачака $A(3,5)$ и $B(2,6)$, онда је производ xy једнак:

A) -4; **B)** 0; **C)** 5; **D)** 4.

136. Дата је кружница k: $x^2+y^2=5$ и тачка $A(2,1)$ на њој. Једначина тангенте кружнице k која садржи кроз тачку A гласи:

A) $2x-y-3=0$; **B)** $x+2y-4=0$; **C)** $x+3y-5=0$; **D)** $2x+y-5=0$.

137. Цена артикла је најпре повећана за 12%, а затим је нова цена повећана за још 5% и сада износи 9408 динара. Почетна цена артикла била је:

A) 7600 динара; **B)** 8000 динара; **C)** 8204 динара; **D)** 8400 динара.

138. Први члан аритметичке прогресије је $a_1 = 2$, а пети $a_5 = 14$. Збир првих десет чланова S_{10} је:

A) 160; **B)** 145; **C)** 150; **D)** 155.

139. Четири позитивна броја чине геометријску прогресију. Ако је први већи од другог за 36, а трећи од четвртог за 4, њихов производ је:

A) 9554; **B)** 3668; **C)** 8244; **D)** 11664.

140. Број решења система једначина $x^2+y^2=29$, $xy=10$ је:

A) 4; **B)** 3; **C)** 2; **D)** 1.

ФАРМАЦЕУТСКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

8. јули 2014.

141. Ако је $f(x) = \begin{cases} \arcsin x, & \text{за } 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ \operatorname{arctg} x, & \text{за } x < 0 \end{cases}$, онда је $f(-1)+f(0)+f(1)$ једнако:

A) $-\dfrac{\pi}{4}$; **B)** $-\dfrac{\pi}{2}$; **C)** 0; **D)** $\dfrac{\pi}{4}$; **E)** $\dfrac{\pi}{2}$.

142. Вредност израза $\binom{6}{0}+\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6}$ је:

A) 8; **B)** 16; **C)** 32; **D)** 64; **E)** 128.

143. Функција $f(x)=-x^2+4x-1$ достиже максимум за:

A) $x=3$; **B)** $x=-2$; **C)** $x=-4$; **D)** $x=4$; **E)** $x=2$.

144. Вредност израза $\sqrt{(-2)^2}+(\sqrt{2})^2-\sqrt{2^2}$ је:

A) -2; **B)** 0; **C)** 2; **D)** 4; **E)** -4.

145. Једначина хиперболе $b^2x^2-a^2y^2=a^2b^2$, чија је асимптота $4y-3x=0$ и жижа $F(-5,0)$, је:

A) $4x^2-9y^2=36$; **B)** $16x^2-9y^2=144$; **C)** $9x^2-4y^2=36$;
D) $3x^2-4y^2=12$; **E)** $9x^2-16y^2=144$.

146. Збир свих решења једначине $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\sqrt{x^2}}\cdot(\sqrt{2})^{\frac{1}{14}}=1$ је:

A) 0; **B)** $\dfrac{1}{16}$; **C)** $\dfrac{1}{32}$; **D)** $\dfrac{1}{64}$; **E)** $\dfrac{1}{128}$.

147. Флаширана вода је поскупела 12%. За новац којим се пре поскупљења могло купити $168\,l$ флаширане воде, након поскупљења се може купити:

A) $145\,l$; **B)** $150\,l$; **C)** $115\,l$; **D)** $130\,l$; **E)** $155\,l$.

148. Ако је $f(x)=3a\cdot 2^x+2b\cdot 3^x-1$, $a,b\in\mathbb{R}$, онда је $f(-x+2)-5f(-x+1)+6f(-x)$ једнако:

A) $a-b$; **B)** 0; **C)** -2; **D)** 3; **E)** $a+b$.

149. Ако је уређени пар (A,B) решење система $x+y-6=0$ и $x^2+y^2-6x=0$, онда A и B задовољавају:

A) $A\cdot B=4$; **B)** $A=B+3$; **C)** $A+1=B$; **D)** $A\cdot B=2$; **E)** $A\geqslant B$.

150. Ако је збир првих n чланова низа $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ једнак $4n+n^2$, онда је a_{2014} једнако:

A) 2026; **B)** 2031; **C)** 5028; **D)** 4028; **E)** 4031.

151. Полупречник круга који додирује праве $3x+4y-12=0$, $3x+4y+13=0$ једнак је:

A) $\dfrac{5}{2}$; **B)** 5; **C)** 3; **D)** $\sqrt{3}$; **E)** $\sqrt{5}$.

152. Ако је a реалан број мањи од -2, онда је израз $\dfrac{1-(a+1)^4}{a(a+2)} - (a+2)\sqrt{a^2+4a+4}$ идентички једнак изразу

A) $2a+2$; **B)** 2; **C)** $a-2$; **D)** 1; **E)** $2a-2$.

153. Реалан број x, за који је бесконачан збир $3^x+3^{3x}+3^{5x}+\dots$ једнак $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, припада интервалу:

A) $(-5,-4)$; **B)** $(-4,-3)$; **C)** $(-3,-2)$; **D)** $(-2,-1)$; **E)** $(-1,0)$.

154. Све вредности реалног параметра m, за које решења α и β једначине $x^2+3x+m-1=0$ задовољавају неједнакост $\alpha^3\beta+\alpha\beta^3>7$, су:

A) $2<m<\dfrac{9}{2}$; **B)** $4<m<9$; **C)** $m<2$ или $m>\dfrac{9}{2}$;
D) $m<4$ или $m>10$; **E)** $-2<m<2$.

155. Инверзна функција функције $f(x)=5+\log_3(x^2-4)$, за $x<-2$, је:

A) $f^{-1}(x)=\sqrt{4+3^{x-5}}$; **B)** $f^{-1}(x)=-\sqrt{4+3^{x-5}}$;
C) $f^{-1}(x)=\sqrt{5+3^{x-4}}$; **D)** $f^{-1}(x)=-\sqrt{5+3^{x-4}}$;
E) $f^{-1}(x)=\sqrt{4+3^{5-x}}$.

156. Ако је $\sin x-\sin y=\dfrac{1}{3}$ и $\cos x+\cos y=-\dfrac{1}{3}$, онда је $\cos(x+y)$ једнако:

A) $\dfrac{1}{9}$; **B)** $-\dfrac{1}{9}$; **C)** $-\dfrac{7}{8}$; **D)** $-\dfrac{8}{9}$; **E)** $\dfrac{1}{3}$.

157. Тачка A припада симетрали оштрог угла који граде праве $y-\sqrt{3}x+2=0$ и $y-5=0$, а њено растојање од темена тог угла је 2. Растојање тачке A од ових правих је:

A) 1; **B)** $\sqrt{2-\sqrt{3}}$; **C)** $\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$; **D)** $\sqrt{3}$; **E)** $\sqrt{2}$.

158. Сва решења неједначине $\log_{\frac{1}{3}}\big(\log_{27}(x^2-1)\big)>1$ су:

A) $-2<x<2$; **B)** $x<-2$ или $x>2$; **C)** $-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$;
D) $-2<x<-1$ или $1<x<2$; **E)** $-2<x<-\sqrt{2}$ или $\sqrt{2}<x<2$.

159. Збир свих решења једначине $\sqrt{3}\cos 4x+\sin 4x=\sqrt{3}$ на интервалу $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ је:

A) $\dfrac{\pi}{6}$; **B)** $\dfrac{\pi}{12}$; **C)** $\dfrac{7\pi}{12}$; **D)** $\dfrac{\pi}{3}$; **E)** $\dfrac{\pi}{4}$.

160. Ако је $f(x)=a\log_b x+b\log_a x$, $a,b>0$, $a,b\neq 1$ и ако је $f(a)=1$, $f(b)=\dfrac{1}{2}$, онда је $f(4)$ једнако:

A) -2; **B)** $-\dfrac{1}{4}$; **C)** $-\dfrac{1}{2}$; **D)** -1; **E)** 0.

2015. година

МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

29. јуни 2015.

161. Подножје висине дели хипотенузу правоуглог троугла на одсечке чије су дужине 16 cm и 9 cm. Полупречник круга уписаног у тај троугао једнак је:

A) 4 cm; **B)** 5 cm; **C)** 6 cm; **D)** 8 cm; **E)** 10 cm.

162. Ако је дужина ивице коцке једнака a, полупречник сфере која додирује свих дванаест ивица те коцке једнак је:

A) a; **B)** $a\sqrt{2}$; **C)** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; **D)** $a\sqrt{3}$; **E)** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

163. Дате су кружна линија k једначином $x^2 + y^2 = a^2$, $a > 0$ и тачка $P(a, a)$. Нека су A и B тачке у којима права PO сече k, где је O координатни почетак. Производ $PA \cdot PB$ једнак је:

A) $\frac{a^2}{2}$; **B)** a^2; **C)** $2a^2$; **D)** $a^2\sqrt{2}$; **E)** $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$.

164. Ако је однос углова неког троугла једнак $3 : 4 : 5$, онда је однос његових страница једнак:

A) $2 : \sqrt{6} : (1+\sqrt{3})$; **B)** $\sqrt{3} : \sqrt{4} : \sqrt{5}$; **C)** $(1+\sqrt{2}) : \sqrt{6} : (1+\sqrt{3})$;
D) $3 : 4 : 5$; **E)** $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5}$.

165. Најмањи реалан број за који једначина $\cos^4 x + \sin^4 x = a$ има реално решење једнак је:

A) 2; **B)** $\sqrt{2}$; **C)** 1; **D)** $\frac{1}{\sqrt{2}}$; **E)** $\frac{1}{2}$.

166. Периодични децимални број $2,727272\ldots$, чији се период састоји од две цифре, написан је у облику нескративог разломка. Збир бројиоца и имениоца тог разломка једнак је:

A) 369; **B)** 299; **C)** 123; **D)** 41; **E)** 29.

167. Скуп вредности параметра m за које једначина $(m-2)x^2 - 2mx + 2m + 2 = 0$ има два реална решења супротног знака је:

A) $(-1, 2)$; **B)** $(-2, 1)$; **C)** $(-2, 0]$; **D)** $(0, 2]$; **E)** $[-1, 1]$.

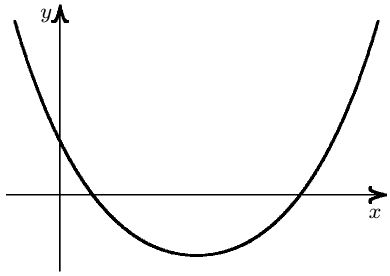
168. Збир квадрата решења једначине $x - \dfrac{2}{x} = i$ једнак је:

A) 0; **B)** $2i$; **C)** 5; **D)** $-i$; **E)** 3.

169. Полином $x^{2015} + x^{2014} + ax + b$ је дељив полиномом $x^2 - 1$. Колико је $a^2 + b^2$?

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** 4.

170. На слици је дат график функције $f(x) = ax^2 + bx + c$. Колико има позитивних међу бројевима a, b, c, $2ac - b^2$ и $a - b + c$?



A) 1; **B)** 2; **C)** 3;

D) 4; **E)** 5.

171. Функција $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ дата је са $f(x) = |x+1| + |2x+4| + 4x$. Вредност израза $f^{-1}(-7) + f^{-1}(-2) + f^{-1}(5)$ је:

A) -4; **B)** -3; **C)** 0; **D)** 4; **E)** 14.

172. Операција $*$ је дефинисана на скупу позитивних реалних бројева са $x * y = \sqrt{xy}$. Колико је $(3 * 48) * 9$?

A) $6\sqrt{3}$; **B)** $6\sqrt[4]{3}$; **C)** 6; **D)** 36; **E)** 108.

173. Функција $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ дефинисана је са $f(x) = \log_6 x + 3\log_3(9x)$. Колико је $f(x) + f\left(\dfrac{1}{x}\right)$?

A) -2; **B)** 9; **C)** 12; **D)** 15; **E)** 27.

174. Скуп решења неједначине $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^{x+1} \leqslant 8$ је:

A) $(-\infty, 2]$; **B)** $[0, 2]$; **C)** $\left[-\frac{2}{3}, 4\right]$; **D)** $[2, +\infty)$; **E)** $(3, 8)$.

175. Ако је $-1 < x < 0$, који је број највећи:

A) $\frac{3}{x^2}$; **B)** $3^{\frac{1}{x}}$; **C)** $\frac{-3}{x}$; **D)** 3^x; **E)** $\frac{3}{\sqrt{-x}}$.

176. Низ (a_n) је задат са $a_1 = 1$, $a_{2n} = a_n - 1$, $a_{2n+1} = a_n + 1$. Колико је a_{2015}?

A) 5; **B)** 0; **C)** 8; **D)** 9; **E)** 10.

177. Дата је аритметичка прогресија $a_1, a_2, a_3, \ldots$. Ако је $a_1 = 3$, $a_n = 136$ и $\sum\limits_{k=1}^{n} a_k = 1390$, колико је a_2?

A) 6; **B)** 13; **C)** 8; **D)** 20; **E)** 10.

178. Коефицијент уз x^7 у развоју $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x}\right)^8$ једнак је:

A) $\frac{7}{4}$; **B)** -14; **C)** 70; **D)** -224; **E)** 448.

179. Број бијекција скупа $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ у себе, које пресликавају парне бројеве у парне бројеве, једнак је:

A) 12; **B)** 24; **C)** 256; **D)** 144; **E)** 121.

180. Странице књиге су нумерисане природним бројевима $1, 2, 3, \ldots$ у децималном запису. Колико страница има књига, ако је за њихову нумерацију употребљено 1 500 цифара?

A) 500; **B)** 512; **C)** 536; **D)** 550; **E)** 555.

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

29. јуни 2015.

181. Ако је $k \in \mathbb{Z}$ и $0,0010101 \cdot 10^k > 1001$, која је најмања могућа вредност за k?

A) -6; **B)** 5; **C)** -5; **D)** 6; **E)** 0.

182. Најкраће растојање између правих $\sqrt{2}x + y = 1$ и $2x + \sqrt{2}y = 3\sqrt{2}$ једнако је:

A) 2; **B)** $\sqrt{2} - 1$; **C)** 0; **D)** $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{3}$; **E)** $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

183. Ако су x_1 и x_2 решења квадратне једначине $x^2 + x + 1 = 0$, онда су $y_1 = ax_1 + x_2$ и $y_2 = x_1 + ax_2$ $(a \in \mathbb{R})$ решења квадратне једначине:

A) $y^2 + (a+1)y - a^2 + a + 1 = 0$; **B)** $y^2 + (a^2+1)y + 1 = 0$;
C) $y^2 + (a+1)y + a^2 - a + 1 = 0$; **D)** $y^2 + (a^2+1)y + a^2 - a + 1 = 0$;
E) ниједан од понуђених одговора.

184. Ако је $k \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1$, онда је модуо комплексног броја $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2015} + \frac{-1+5ki}{3i} - 1$ најмањи за k једнако:

A) $\frac{3}{5}$; **B)** 0; **C)** $\frac{1}{3}$; **D)** $-\frac{1}{2}$; **E)** 3.

185. Ако за дијагонале ромба важи једнакост $d_1 = (2 - \sqrt{3})d_2$, онда је оштар угао ромба једнак:

A) $15°$; **B)** $30°$; **C)** $45°$; **D)** $60°$; **E)** $22,5°$.

186. Прав ваљак и права купа имају заједничку основу. Врх купе је центар друге основе ваљка. Ако је однос висине ваљка и изводнице купе једнак $4:5$, онда је однос површина ваљка и купе једнак:

A) $3:2$; **B)** $7:5$; **C)** $4:3$; **D)** $8:5$; **E)** $7:4$.

187. Ако је $a = 0,1^{0,1}$, $b = 0,2^{0,2}$, $c = 0,3^{0,3}$, онда је:

A) $b < c < a$; **B)** $a < b < c$; **C)** $b < a < c$; **D)** $c < b < a$; **E)** $c < a < b$.

188. Ако је $\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, онда је вредност израза $\sin\frac{x}{2}\cos\frac{5x}{2}$ једнака:

A) $-\frac{38}{125}$; **B)** $\frac{82}{125}$; **C)** $\frac{4}{125}$; **D)** 1; **E)** -1.

189. Број реалних решења једначине $f(x)+f(f(x))=x$, где је $f(x)=|x|+a$, $a>0$, једнак је:

A) 1; **B)** 0; **C)** 2; **D)** 3; **E)** 4.

190. Ако је $A=\frac{1}{6}\cdot\big((\log_2 3)^3-(\log_2 6)^3-(\log_2 12)^3+(\log_2 24)^3\big)$, онда је вредност израза 2^A једнака:

A) 1; **B)** 36; **C)** 72; **D)** 144; **E)** 64.

191. Укупан број парова целих бројева (x,y) таквих да важи $|x^2-2x|-y<\frac{1}{2}$ и $y+|x-1|<2$ је:

A) 0; **B)** 2; **C)** 1; **D)** 4; **E)** 3.

192. Ако се зна да $\frac{14}{9}$ биномног коефицијента трећег члана, биномни коефицијент четвртог члана и биномни коефицијент петог члана у развоју бинома $\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ $(n\in\mathbb{N},\ x>0)$, чине три узастопна члана геометријске прогресије, онда је биномни коефицијент уз $\sqrt{x}$ једнак:

A) 1; **B)** 48; **C)** 84; **D)** 5; **E)** 21.

193. Ако је N број шестоцифрених бројева који у свом запису садрже цифру 1 бар на једном месту, онда N припада интервалу:

A) $[10^5, 2\cdot10^5)$; **B)** $[2\cdot10^5, 3\cdot10^5)$; **C)** $[3\cdot10^5, 4\cdot10^5)$;
D) $[4\cdot10^5, 5\cdot10^5)$; **E)** $[5\cdot10^5, 6\cdot10^5)$.

194. Дата је аритметичка прогресија $a_1,a_2,a_3,\ldots$ чија је разлика $d=1$, а збир првих 98 чланова $a_1+a_2+\ldots+a_{98}=137$. Онда је збир $a_2+a_4+a_6+\ldots+a_{98}$ једнак:

A) 88; **B)** 93; **C)** 103; **D)** 127; **E)** 141.

195. Скуп свих реалних вредности x за које важи неједнакост $\left|4^{3x}-2^{4x+2}\cdot3^{x+1}+20\cdot12^x\cdot3^x\right|\geqslant8\cdot6^x\cdot(8^{x-1}+6^x)$ је облика (за неке реалне бројеве a,b,c,d такве да је $-\infty<a<b<c<d<+\infty$):

A) $(-\infty,a]\cup[b,c]\cup[d,+\infty)$; **B)** $(-\infty,a)\cup(d,+\infty)$; **C)** $(a,b)\cup\{c\}$;
D) $(-\infty,a)\cup[b,c)$; **E)** $(-\infty,a]\cup(b,c)$.

196. Број парова (p,q), $p,q\in\mathbb{R}$, таквих да је полином x^4+px^2+q дељив полиномом x^2+px+q једнак је:

A) 0; **B)** 2; **C)** 1; **D)** 4; **E)** 5.

197. У једнакокраком троуглу ABC је $AB=BC=b$, $AC=a$ и $\sphericalangle ABC=20^\circ$. Онда је израз $\frac{a^2}{b^2}+\frac{b}{a}$ једнак:

A) 1; **B)** 2; **C)** 3; **D)** $\frac{3}{2}$; **E)** $\frac{5}{2}$.

198. Тангента криве $y = e^{-x}$ $(x > -1)$ сече координатне осе у тачкама A и B. Ако је O координатни почетак, максимална површина троугла OAB износи:

A) $\frac{1}{e}$; **B)** $\frac{2}{e}$; **C)** $\frac{3}{e}$; **D)** e; **E)** $2e$.

199. Једно од реалних решења једначине $\log_{\cos x} \sin x = 4 \log_{\sin x} \cos x$ припада интервалу:

A) $\left(0, \frac{\pi}{6}\right]$; **B)** $\left(\frac{\pi}{6} \frac{\pi}{4}\right]$; **C)** $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right]$; **D)** $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$; **E)** $\left[\frac{5\pi}{6}, \pi\right)$.

200. Сва реална решења једначине

$$\frac{x+\sqrt{3}}{\sqrt{x}+\sqrt{x+\sqrt{3}}} + \frac{x-\sqrt{3}}{\sqrt{x}-\sqrt{x-\sqrt{3}}} = \sqrt{x}$$

налазе се у скупу:

A) $[\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$; **B)** $(2\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$; **C)** $[3\sqrt{3}, 6)$; **D)** $[6, 8)$; **E)** $\emptyset$.

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА У БЕОГРАДУ

30. јуни 2015.

201. Вредност израза $\left[\frac{1}{4} : \left(1+\frac{7}{9}\right) + 0,25\right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{1}{5}-1\right)^2} + \left(\frac{20}{9}\right)^{-1}\right]$ једнака је:

A) 2; **B)** $-\frac{14}{25}$; **C)** $\frac{14}{25}$; **D)** -2; **E)** 1.

202. Ако за комплексан број z важи $|z-1| = |z+i|$ и $|z+1| = |z+3i|$, $i^2 = -1$, онда је $(z-1)^{2015}$ једнако:

A) $-i$; **B)** 1; **C)** -1; **D)** i; **E)** $i-1$.

203. Ако је $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2015x$, $x \neq 1$, онда је $f(2016)$ једнако:

A) 2015; **B)** 2018; **C)** 2017; **D)** 2016; **E)** 2014.

204. Цена свеске износи 20% од цене књиге. Након што су поскупеле за 12%, свеска и књига заједно коштају 1344 динара. Цена свеске пре поскупљења износила је:

A) 160 динара; **B)** 240 динара; **C)** 200 динара;
D) 180 динара; **E)** 150 динара.

205. За $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 0\}$ израз $\left(\frac{3}{x^3-3x^2+9x} - \frac{6-x}{x^3+27}\right) \cdot \frac{x^3-9x}{x^2+9} + \frac{18}{x^3+3x^2+9x+27}$ идентички је једнак изразу:

A) $\frac{1}{x(x+3)}$; **B)** $\frac{9}{x(x+3)}$; **C)** $\frac{x-3}{x(x^2+9)}$; **D)** $\frac{x+3}{x(x^2+9)}$; **E)** $\frac{1}{x+3}$.

206. Ако решења x_1 и x_2 једначине $x^2 - \sqrt{2}x + m - 3 = 0$ задовољавају релацију $x_1^3 + x_2^3 = 20\sqrt{2}$, онда вредност параметра m припада интервалу:

A) $(-4,-3\,]$; **B)** $(-3,-2\,]$; **C)** $(-5,-4\,]$; **D)** $(-2,-1\,]$; **E)** $(-1,0\,]$.

207. Кружница садржи тачке $A(-1,2)$ и $B(3,4)$, а центар кружнице припада правој $x-y-7=0$. Дужина полупречника те кружнице једнака је:

A) $3\sqrt{5}$; **B)** $5\sqrt{2}$; **C)** 7; **D)** $4\sqrt{3}$; **E)** $2\sqrt{13}$.

208. Ако је полином $P(x) = x^5 - 5x^4 + ax^3 - x^2 + bx + c$, $a,b,c \in \mathbb{R}$, дељив полиномом $Q(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$, онда је вредност израза $a^2 - b^2 + c^2$ једнака:

A) 32; **B)** 40; **C)** 48; **D)** 60; **E)** 45.

209. Вредност израза $81^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_9 4} + 25^{\log_{125} 8}$ једнака је:

A) $7,25$; **B)** $6,75$; **C)** $4,25$; **D)** $5,25$; **E)** $4,75$.

210. Скуп решења неједначине $(0,5)^{\frac{2x}{1-x}} \geqslant \sqrt{(0,25)^{x-6}}$ је:

A) $(-\infty,1\,]\cup[\,3,+\infty)$; **B)** $(-\infty,1)$; **C)** $[\,2,3\,]$;
D) $(-1,2\,]\cup[\,3,+\infty)$; **E)** $(-\infty,1)\cup[\,2,3\,]$.

211. Вредност израза $\dfrac{\sin 100^\circ + \cos 70^\circ}{\cos 80^\circ - \cos 20^\circ}$ је:

A) -1; **B)** $-\sqrt{3}$; **C)** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; **D)** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; **E)** $-\sqrt{2}$.

212. Угао код темена B троугла ABC два пута је већи од угла код темена A. Ако је $|AC| = \sqrt{3}$cm и $|BC| = 1$cm, онда је дужина странице AB једнака:

A) $\sqrt{5}$cm; **B)** 2cm; **C)** 2,5cm; **D)** 2,25cm; **E)** $\sqrt{6}$cm.

213. Дат је аритметички низ $a_1, a_2, a_3, \ldots$. Ако је $2a_2 - a_4 + a_5 = 19$ и $a_6 + a_7 = 43$, онда је збир $a_{22} + a_{23} + \ldots + a_{30}$ једнак:

A) 720; **B)** 800; **C)** 815; **D)** 652; **E)** 755.

214. Производ свих реалних решења једначине $\log^2_{0,5}(4x) + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$ је:

A) 2^{-4}; **B)** 2^{-5}; **C)** 2^{-8}; **D)** 2^{-6}; **E)** 2^{-7}.

215. Скуп свих решења неједначине $\sqrt{2x^2 - 5x + 2} > x - 2$ је подскуп скупа:

A) $(-\infty,2)\cup(3,+\infty)$; **B)** $(1,3)$; **C)** $(-\infty,1)\cup[\,2,+\infty)$;
D) $(1,+\infty)$; **E)** $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$.

216. Збир свих решења једначине $\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\sqrt{2}(2\cos^2 x-1)$ која припадају интервалу $(0,2\pi)$ је:

A) 4π; **B)** 5π; **C)** $\frac{11\pi}{2}$; **D)** $\frac{9\pi}{2}$; **E)** $\frac{7\pi}{2}$.

217. Збир биномних коефицијената другог од почетка и другог од краја члана развоја бинома $\left(\sqrt[5]{5}+\sqrt[3]{3}\right)^n$, $n\in\mathbb{N}$, је 4030. Број ирационалних чланова у том развоју је:

A) 1882; **B)** 1884; **C)** 1880; **D)** 1881; **E)** 1883.

218. Дужина ивице коцке је $4\sqrt{3}$cm. Површина пресека коцке са равни која садржи средишта ивица коцке које полазе из истог темена једнака је:

A) $6\sqrt{3}\text{cm}^2$; **B)** $3\sqrt{3}\text{cm}^2$; **C)** 10cm^2; **D)** $8\sqrt{3}\text{cm}^2$; **E)** $5\sqrt{3}\text{cm}^2$.

219. У сферу полупречника $R=1$cm уписан је ваљак максималне запремине. Висина тог ваљка једнака је:

A) $\sqrt{2}$cm; **B)** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm; **C)** $\sqrt{3}$cm; **D)** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ cm; **E)** $\frac{3}{2}$ cm.

220. Број свих пермутација слова речи ЗЛАТИБОР које почињу и завршавају се самогласником је:

A) 2720; **B)** 1440; **C)** 4320; **D)** 2160; **E)** 3850.

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

30. јуни 2015.

221. Вредност израза $\sqrt{\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}+\sqrt{\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$ једнака је:

A) $4\sqrt{3}$; **B)** 4; **C)** $14\sqrt{3}$; **D)** 14; **E)** $4+2\sqrt{3}$.

222. Ако су x_1 и x_2 решења квадратне једначине $-x^2+2x-p^2=0$, онда је $x_1^2+x_2^2$ једнако:

A) 4; **B)** $4-p^2$; **C)** $4-2p^2$; **D)** $4-p^4$; **E)** $4-2p^4$.

223. Ако је $f(x)=\frac{1}{x+1}$ и $g(x)=\frac{x}{x+2}$, онда је $g(f(1))$ једнако:

A) $\frac{1}{2}$; **B)** $\frac{1}{3}$; **C)** $\frac{1}{5}$; **D)** $\frac{4}{3}$; **E)** $\frac{5}{3}$.

224. Решење неједначине $\frac{1}{x^3}>1$ је скуп облика (за неке реалне бројеве a, b, c, такве да је $a<b<c$):

A) $(a,+\infty)$; **B)** $(-\infty,a)$; **C)** $(a,b)\cup(c,+\infty)$; **D)** $(-\infty,a)\cup(b,c)$; **E)** (a,b).

225. Минимум функције $f(x)=2x^2-5x+7$ једнак је:

A) 10; **B)** 0; **C)** $\frac{31}{8}$; **D)** $\frac{31}{4}$; **E)** $\frac{31}{2}$.

226. Решење неједначине $\log_x(3x-2) > 2$ је скуп облика (за неке реалне бројеве a, b, c, d, такве да је $a < b < c < d$):

A) $(a,b)\cup(b,c)$; **B)** $(a,b)\cup[\,c,d)$; **C)** (a,b); **D)** $(a,b)\cup(c,+\infty)$; **E)** $(-\infty,a)\cup(b,c)$.

227. Збир реалних решења једначине $3^{x^2-2x-11} = 11^{x^2-2x-11}$ једнак је:

A) 2; **B)** 1; **C)** 0; **D)** -2; **E)** $2+\sqrt{3}$.

228. Ако је полином $P(x) = ax^4 - x^3 + bx + 2$ дељив полиномом $Q(x) = x^2 - 4$, онда је $8a + b$ једнако:

A) 12; **B)** 9; **C)** 6; **D)** 3; **E)** 0.

229. Ако комплексан број $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$, $i^2 = -1$, задовољава једначину $|z + 2i| - \overline{z} = 2 + i$, онда је $4x - y$ једнако:

A) 6; **B)** 5; **C)** 4; **D)** 3; **E)** 2.

230. Права $y = -\frac{x}{2} + 5$ нормална је на праву:

A) $y = \frac{x}{2} + 5$; **B)** $y = \frac{x}{2} - 5$; **C)** $y = -x + 5$; **D)** $y = 2x + 3$; **E)** $y = -2x + 5$.

231. Однос запремине лопте описане око дате коцке и запремине лопте уписане у исту коцку једнак је:

A) $2\sqrt{2}$; **B)** $\sqrt{3}$; **C)** 2; **D)** 3; **E)** $3\sqrt{3}$.

232. Број реалних решења једначине $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = 1$ једнак је:

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** ∞.

233. Имагинарни део комплексног броја $\dfrac{(1-i)^{2015}}{2-4i}$ једнак је: ($i^2 = -1$)

A) $-\frac{2^{1007}}{5}$; **B)** $-\frac{2^{1006}}{5}$; **C)** $\frac{3\cdot 2^{1006}}{5}\,i$; **D)** $\frac{3\cdot 2^{1006}}{5}$; **E)** $\frac{2^{1006}}{5}\,i$.

234. Дат је аритметички низ код кога је збир првих 11 чланова једнак 22. Ако је $a_{12} = 4$, онда је a_6 једнако:

A) 16; **B)** -4; **C)** 6; **D)** -8; **E)** 2.

235. Полупречник круга $x^2 - 2x + y^2 - 3 = 0$ једнак је:

A) 3; **B)** 2; **C)** 1; **D)** $\frac{1}{2}$; **E)** $\frac{1}{3}$.

236. Двоцифрених бројева дељивих са 3 има:

A) 25; **B)** 24; **C)** 27; **D)** 30; **E)** 33.

237. Ако је $\operatorname{tg} x = m$, онда је $\cos 2x$ једнако:

A) $\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$; **B)** $\frac{1+m^2}{1-m^2}$; **C)** $\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}$; **D)** $\frac{m^2-1}{1+m^2}$; **E)** $\frac{1-m^2}{1+m^2}$.

238. Тангенте параболе $y = x^2$ у тачкама $(1, 1)$ и $(-2, 4)$ секу се у тачки $M(a, b)$. Онда је ab једнако:

A) -1; **B)** 1; **C)** $-\frac{1}{2}$; **D)** $\frac{1}{2}$; **E)** 2.

239. Збир решења једначине $\sin x - |\sin x| + \sqrt{2} = 0$ на интервалу $(-2\pi, 2\pi)$ једнак је:

A) 0; **B)** $\frac{\pi}{4}$; **C)** $\frac{3\pi}{4}$; **D)** 2π; **E)** 3π.

240. Дата је једначина $|x^2 - 3x + 2| = a$. Ова једначина има максималан број реалних решења ако реалан параметар a припада интервалу:

A) $\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$; **B)** $\left[0, \frac{7}{4}\right)$; **C)** $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right]$; **D)** $\left(\frac{3}{4}, \frac{7}{4}\right)$; **E)** $\left(0, \frac{1}{4}\right)$.

САОБРАЋАЈНИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

29. јуни 2015.

241. Ако је $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \ldots + i^{2015}$, где је i имагинарна јединица, онда је z једнако:

A) 0; **B)** $2i$; **C)** i; **D)** $1 + i$; **E)** $1 - i$.

242. Ако је $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$, $x \neq 2$, онда је $f(f(x))$ једнако:

A) 0; **B)** 2; **C)** x; **D)** $\frac{1+x}{x-4}$; **E)** $\frac{1-x}{x-2}$.

243. Бројеви a, b и c су три узастопна члана геометријског низа са количником 2, а бројеви b, c и d су три узастопна члана аритметичког низа са разликом 4. Збир $a + b + c + d$ једнак је:

A) 26; **B)** 42; **C)** 64; **D)** 16; **E)** 8.

244. У троуглу ABC угао код темена C је 45°, $AC = 4\sqrt{2}$ и $BC = 5$. Његова површина је:

A) 8; **B)** $2\sqrt{2}$; **C)** 6; **D)** $3\sqrt{2}$; **E)** 10.

245. Једначина праве која садржи тачку $A(-1, 1)$, а која је паралелна са правом $4x + 6y + 5 = 0$ гласи:

A) $2x + 3y - 1 = 0$; **B)** $3x + 5y - 2 = 0$; **C)** $3x - 5y + 8 = 0$;
D) $5x + 5y = 0$; **E)** $2x + 3y + 2 = 0$.

246. Ако је $a = 1,251$ и $b = 0,749$, онда израз $\dfrac{a^6 - b^6}{a^3 - b^3} + 3ab(a + b)$ има вредност:

A) 1; **B)** 8; **C)** 4; **D)** 27; **E)** 16.

247. Ако је $\sin\alpha = \frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, онда је $\operatorname{tg}\alpha$ једнако:

A) $-\frac{12}{5}$; **B)** $\frac{5}{12}$; **C)** $\frac{12}{5}$; **D)** $-\frac{5}{12}$; **E)** $\frac{1}{2}$.

248. Збир свих реалних решења једначине $|2x+1|+x=4$ једнак је:

A) 6; **B)** 2; **C)** -4; **D)** 1; **E)** -1.

249. Ако су x_1 и x_2 решења једначине $x^2-3x+5=0$, онда је $\dfrac{x_1^2}{x_2}+\dfrac{x_2^2}{x_1}$ једнако:

A) $-\frac{1}{2}$; **B)** $\frac{1}{2}$; **C)** $-\frac{18}{5}$; **D)** 15; **E)** $\frac{18}{25}$.

250. Четвороцифрених природних бројева дељивих са 5, чије су све цифре различите и припадају скупу $\{0,1,2,4,7\}$, има:

A) 42; **B)** 102; **C)** 64; **D)** 36; **E)** 24.

251. Ако је $\log_2 5 = a$ и $\log_3 5 = b$, онда је $\log_{18} 60$ једнако:

A) $\frac{a+2b+ab}{2a+b}$; **B)** $\frac{a+b+ab}{a+b}$; **C)** 2; **D)** $\frac{a+b}{a+b+ab}$; **E)** $\frac{2a+3b+ab}{3a+2b}$.

252. Број решења неједначине $\dfrac{19-x}{x^2-6x+5} \geqslant 1$ у скупу целих бројева је:

A) 3; **B)** 2; **C)** 4; **D)** 5; **E)** 6.

253. Дати су полиноми $P(x)=x^5-3x^4+2x^2+x+7$ и $Q(x)=x^2-x-2$. Ако је $R(x)=ax+b$ остатак дељења полинома $P(x)$ полиномом $Q(x)$, онда је $2a+b$ једнако:

A) 11; **B)** 5; **C)** 1; **D)** 9; **E)** 7.

254. Ако је површина праве купе 96π, а површина њеног омотача 60π, онда је њена запремина:

A) 16π; **B)** 24π; **C)** 120π; **D)** 8π; **E)** 96π.

255. Целих бројева x за које важи неједнакост $\log_2(x+1)+\log_2(x+2) < 2\log_2(5-x)$ има:

A) 3; **B)** 7; **C)** 4; **D)** 1; **E)** 2.

256. Целих бројева x за које важи неједнакост $1-x<\sqrt{3-x}$ има:

A) 3; **B)** 7; **C)** 4; **D)** 2; **E)** 5.

257. Разлика између највећег и најмањег реалног решења једначине $(x+1)\cdot(x+2)\cdot(x+3)\cdot(x+4)=24$ износи:

A) 9; **B)** 7; **C)** 5; **D)** 13; **E)** 11.

258. Број решења једначине $(\sin x+\cos x)^2 = 2\sqrt{2}\sin x\cdot\cos^2 x+1$ на интервалу $[0,2\pi]$ је:

A) 5; **B)** 3; **C)** 4; **D)** 7; **E)** 8.

259. Збир свих реалних решења једначине $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{x^2-6x+2}+(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{x^2-6x+2}=2\sqrt{3}$ је:

A) 6; **B)** 12; **C)** 8; **D)** 3; **E)** 11.

260. Целих бројева m, за које је неједнакост $\dfrac{2x^2+(m-3)x+11}{x^2+x+2}>1$ тачна за свако $x\in\mathbb{R}$, има:

A) 9; **B)** 7; **C)** 5; **D)** 13; **E)** 11.

ТЕХНОЛОШКО–МЕТАЛУРШКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

30. јуни 2015.

261. Вредност бројевног израза $\left(4\frac{1}{4}-2,5\cdot 3\frac{1}{5}\right):\left(3,75:\frac{2}{5}-7\frac{1}{2}\right)$ је:

A) 0; **B)** 1; **C)** -2; **D)** 2; **E)** $1,2$.

262. Разломак $\dfrac{1-a^2}{(1+ax)^2-(a+x)^2}$, $a\neq\pm1$, $x\neq\pm1$, је идентички једнак разломку:

A) $\frac{1}{1+x}$; **B)** $\frac{1-a}{1+x}$; **C)** $\frac{1+a}{1-x}$; **D)** $\frac{1}{1+x^2}$; **E)** $\frac{1}{1-x^2}$.

263. Решење једначине $\frac{5-x}{6}=1-\frac{7x+2}{12}$ је:

A) 1; **B)** 0; **C)** -1; **D)** 2; **E)** нема решења.

264. Пети члан аритметичке прогресије је $a_5=16$, а једанаести $a_{11}=31$. Збир првих 17 чланова те прогресије је:

A) 444; **B)** 442; **C)** 368; **D)** 468; **E)** $455,5$.

265. Једначина $|x+1|+|x-1|=4$:

A) има само једно позитивно решење;
B) има два позитивна решења;
C) има два негативна решења;
D) има једно позитивно и једно негативно решење;
E) има само једно негативно решење.

266. Сва решења једначине $\sqrt{25-x^2}=7-x$ припадају интервалу:

A) $(2,4)$; **B)** $(-5,4)$; **C)** $(2,10)$; **D)** $(-4,4)$; **E)** $(0,5)$.

267. Решење једначине $\log x=\log 4+2\log 5+\log 6-\log 15$ је:

A) 40; **B)** 30; **C)** 65; **D)** 0; **E)** 1.

268. Ако је $f(x)=\frac{x^2-2x-1}{x^2+2x-1}$, онда је $f(\sqrt{2}+1)$ једнако:

A) 0; **B)** 2; **C)** 3; **D)** не постоји; **E)** 1.

269. Једначина праве q која пролази кроз тачку $A(1,-2)$ и паралелна је правој $p: 3x+2y-1=0$ је:

A) $2x-3y-8=0$; **B)** $3x+2y-3=0$; **C)** $2x+3y-1=0$; **D)** $x+y+2=0$; **E)** $3x+2y+1=0$.

270. Члан развоја $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^{12}$ који не садржи x једнак је:

A) 212; **B)** 220; **C)** 210; **D)** 240; **E)** 250.

271. Решење једначине $3^{x+2}+9^{x+1}=810$ припада интервалу:

A) $(-4,0)$; **B)** $(0,4)$; **C)** $(4,8)$; **D)** $(8,11)$; **E)** $(11,15)$.

272. Цена свеске је 64 динара. После поскупљења од 20% дошло је и до појефтињења за 20%. Нова цена свеске (у динарима) је:

A) $61,44$; **B)** $63,4$; **C)** 64; **D)** $64,44$; **E)** 66.

273. Вредност израза $\dfrac{\sin 160^\circ}{\sin 100^\circ(\cos^4 40^\circ-\sin^4 40^\circ)}$ је:

A) -2; **B)** 1; **C)** 0; **D)** 3; **E)** 2.

274. Ако су странице троугла ABC једнаке $AB=5$, $BC=6$, $CA=9$, онда је полупречник описане кружнице тог троугла једнак:

A) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$; **B)** $\frac{22}{3}$; **C)** $\frac{27\sqrt{2}}{8}$; **D)** 5; **E)** $2\sqrt{6}$.

275. Производ вредности реалног параметра k за које једначине $(k-2)x^2-(k+1)x+k+1=0$ има двоструко решење (тј. два једнака решења) је:

A) -2; **B)** -3; **C)** 4; **D)** -4; **E)** 2.

276. Вредност израза $(1+i)^{10}+(1-i)^{10}$, где је $i^2=-1$, је:

A) 2; **B)** i; **C)** -2; **D)** 0; **E)** $-i$.

277. Неједнакост $\log_3(x^2-5x+7)<0$ је задовољена за:

A) $x\in(2,3]$; **B)** $x\in(2,3)$; **C)** $x\in[2,3]$; **D)** $x\in(2,\infty)$; **E)** $x\in(-\infty,3]$.

278. Једначина праве која је тангента елипсе $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{24}=1$ и која одсеца одсечке једнаких дужина на координатним осама је:

A) $x+y+4=0$; **B)** $x+y-4=0$; **C)** $x+y+6=0$; **D)** $x+y-6=0$; **E)** $x+y-8=0$.

279. Једнакостранични троугао ABC, странице $a=2\text{cm}$, ротира око праве p, која је нормална на основицу AB троугла и садржи теме A тог троугла. Запремина насталог обртног тела једнака је:

A) π; **B)** $7\pi\sqrt{3}$; **C)** $3\sqrt{2}\pi$; **D)** $2\pi\sqrt{3}$; **E)** $2\pi\sqrt{5}$.

280. Број решења једначине $2\sin^4 x - 2\cos^4 x - 1 = 0$ која припадају интервалу $[-\pi, \pi\,]$ је:

A) 6; **B)** 3; **C)** 4; **D)** 5; **E)** 2.

РУДАРСКО–ГЕОЛОШКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

29. јуни 2015.

281. Вредност израза $(0,5)^{-8}\cdot 16^{-2}+2^{-3}\cdot(5)^{-6}\cdot(0,02)^{-3}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\cdot(\sqrt[4]{81})^{-2}$ је:

A) 3; **B)** 0; **C)** $\frac{1}{2}$; **D)** $\frac{1}{3}$.

282. Вредност израза $\dfrac{8}{3-\sqrt{5}} - \dfrac{2}{2+\sqrt{5}}$ је:

A) $\sqrt{5}$; **B)** 10; **C)** $2\sqrt{5}$; **D)** 1.

283. За $a, b, c \neq 0$, $b+c \neq 0$, $a+b+c \neq 0$ израз $\left(1+\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)\cdot \left(\dfrac{1}{a+b+c}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{\frac{1}{a}-\frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b+c}}\right)^{-1}$ идентички је једнак изразу:

A) $a-b+c$; **B)** abc; **C)** $\frac{1}{2bc}$; **D)** $\frac{1}{a+b+c}$.

284. Скуп свих реалних решења неједначине $\dfrac{4-3x}{3-2x} < 1$ је:

A) $(1,+\infty)$; **B)** $(-\infty,1)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$; **C)** $(2,3)$; **D)** $\left(1,\frac{3}{2}\right)$.

285. Једначина $kx^2-2(k+6)x+4k=0$ има оба решења негативна када k припада скупу који је подскуп скупа:

A) $[-6,0)$; **B)** $(-6,0)$; **C)** $(-\infty,-6\,]\cup(0,+\infty)$; **D)** $(-\infty,-6)\cup[\,0,+\infty)$.

286. Збир свих реалних решења једначине $|x-1|\cdot|x+2|=4$ је:

A) 0; **B)** -1; **C)** 2; **D)** 3.

287. Решење једначине $\sqrt{x^2+3x+6}=x+2$ припада интервалу:

A) $(-\infty,0)$; **B)** $(0,3)$; **C)** $(3,6)$; **D)** $(6,+\infty)$.

288. Решење једначине $6\cdot 3^{x+1}=1350+12\cdot 3^{x-2}$ припада интервалу:

A) $(-1,5)$; **B)** $(-5,-1)$; **C)** $(5,9)$; **D)** $(-9,-5)$.

289. Логаритам броја 81 за основу $\sqrt{3}$ је:

A) 9; **B)** 8; **C)** 27; **D)** 3.

290. Ако је $\operatorname{tg}\alpha = 2-\sqrt{3}$, онда је $\sin 2\alpha+\cos 2\alpha$ једнако:

A) $1+\sqrt{3}$; **B)** $2\sqrt{3}-3$; **C)** $\frac{1}{2}\cdot(1+\sqrt{3})$; **D)** $\frac{1}{2}\cdot(\sqrt{3}-1)$.

291. За све вредности α за које је дефинисан, израз $\dfrac{1+\cos 2\alpha}{\cos 2\alpha}\cdot\dfrac{1+\cos 4\alpha}{\sin 4\alpha}$ идентички је једнак изразу:

A) $2\cos\alpha$; **B)** $\operatorname{ctg}\alpha$; **C)** $\operatorname{tg}\alpha$; **D)** $2\sin\alpha$.

292. Странице троугла ABC су 10cm, 12cm и 18cm, а њему сличан троугао $A_1B_1C_1$ има обим једнак 50cm. Најкраћа страница троугла $A_1B_1C_1$ износи:

A) $11,5$cm; **B)** 12cm; **C)** $12,5$cm; **D)** 15cm.

293. Запремина правилне четворостране пирамиде чија је основа квадрат странице a, а чије су бочне стране нагнуте под углом од 45° у односу на основу, износи:

A) $\frac{a^2}{2}$; **B)** $\frac{a^3}{6}$; **C)** $a^3\sqrt{2}$; **D)** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

294. Симетрала дужи која спаја тачке $M(2,5)$ и $N(4,1)$ је права:

A) $x-2y+3=0$; **B)** $2x-y+3=0$; **C)** $x-2y-3=0$; **D)** $2x-y+3=0$.

295. Једначина елипсе, којој је центар у координатном почетку, осе припадају координатним осама и која додирује праву $x+4y-10=0$ у тачки $M(2,y)$ је:

A) $x^2+4y^2=20$; **B)** $4x^2+y^2=20$; **C)** $x^2+2y^2=12$; **D)** $2x^2+y^2=12$.

296. Број x представља 40% броја y. Колико процената броја x представља број y?

A) 250%; **B)** 60%; **C)** 225%; **D)** 125%.

297. Збир 30 узастопних парних природних бројева износи 1230. Највећи од њих је:

A) 62; **B)** 66; **C)** 68; **D)** 70.

298. Збир првог и четвртог члана растућег геометријског низа је 35, а збир његовог другог и трећег члана је 30. Пети члан тог низа је:

A) $\frac{81}{2}$; **B)** $\frac{63}{2}$; **C)** 39; **D)** $\frac{125}{3}$.

299. Разлика $(1+i)^7-(1-i)^7$, где је $i^2=-1$, једнака је:

A) $-8i$; **B)** $16i$; **C)** $8+8i$; **D)** $-16i$.

300. Број реалних решења система једначина $x^2+y=9$, $x^2y=20$, је:

A) 1; **B)** 2; **C)** 3; **D)** 4.

ФАРМАЦЕУТСКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

2015.

301. Помешано је 60 ml 72% раствора алкохола са 50 ml 84% раствора алкохола. Количина воде коју треба додати да би се добио 71% раствор алкохола је:

A) 5 ml; **B)** 10 ml; **C)** 12 ml; **D)** 15 ml; **E)** 20 ml.

302. Вредност израза $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (0,5)^{-1} \cdot \frac{(0,2)^0}{0,125}\right]^{\frac{1}{2}}$ је:

A) $4,5$; **B)** $0,25$; **C)** 5; **D)** $0,5$; **E)** 2.

303. Решење неједначине $(x^2 + 3x)^2 \geqslant 16$ је:

A) $-4 \leqslant x \leqslant 1$; **B)** $x \geqslant -4$; **C)** $x \leqslant -4$ или $x \geqslant 1$; **D)** $x \leqslant 1$; **E)** $x \geqslant 0$.

304. Реалан број m, за који функција $f(x) = -4x^2 + mx + 1$ и $g(x) = (2-m)x^2 + 2x + 9$ достижу максимум за исту вредност x, припада интервалу:

A) $(-3, -2]$; **B)** $(0, 1]$; **C)** $(2, 3]$; **D)** $(3, 4]$; **E)** $(4, 5]$.

305. Једначина $\log(1 + \cos 2x) + \frac{1}{2} \cdot \log \frac{1 + \cos 2x}{2} = \log(\cos x)$ на интервалу $[0, 2\pi]$ има:

A) једно решење; **B)** два решења; **C)** три решења; **D)** четири решења; **E)** бесконачно много решења.

306. Ако је $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ и $0 < \alpha < \pi$, онда је:

A) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{30}}{6}$; **B)** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$; **C)** $\cos \alpha = \sqrt{\frac{5}{6}}$; **D)** $\sin \alpha = \sqrt{\frac{5}{6}}$; **E)** $\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{6}$.

307. Полупречник круга који додирује праве $y - 2x - 7 = 0$ и $y - 2x - 12 = 0$ је:

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; **B)** 5; **C)** $\frac{\sqrt{5}}{2}$; **D)** $\sqrt{5}$; **E)** 3.

308. Реалан број x за који је бесконачан збир $3^x + 3^{3x} + 3^{5x} + \ldots$ једнак $\sqrt{2}$ је:

A) $-\frac{\log_3 2}{2}$; **B)** $-\frac{\log_2 3}{2}$; **C)** $-\frac{\log_3 2}{3}$; **D)** $-\frac{\log_2 3}{3}$; **E)** $-\log_3 2$.

309. Ако је $f(x) = x^{-3}$, онда је $f(f(f(f(x))))$ једнако:

A) x^{-12}; **B)** x^{-27}; **C)** x^{81}; **D)** x^{27}; **E)** x^{9}.

310. Решење једначине $6^x = \dfrac{1}{1296}$ припада интервалу:

A) $(-5,-4]$; **B)** $(-4,-3]$; **C)** $(-3,-2]$; **D)** $(-6,-5]$; **E)** $(-2,-1]$.

311. Тачка M припада правој $x-y+2=0$. Разлика квадрата растојања тачке M од праве $3x+2y+2=0$ и од праве $2x+3y-2=0$ је једнака 20. Координате тачке M су:

A) $(-1,1)$; **B)** $(-2,0)$; **C)** $(0,2)$; **D)** $(10,12)$; **E)** $(12,14)$.

312. Бројеви $2,x,y,60$, тим редом, чине узастопне чланове геометријског низа. Производ xy је једнак:

A) 32; **B)** 60; **C)** 64; **D)** 80; **E)** 120.

313. Збир кубова три узастопна члана аритметичког низа је 495, а производ тих чланова је 105. Средњи члан је:

A) 21; **B)** 13; **C)** 7; **D)** 5; **E)** 3.

314. Све реалне вредности x, за које је функција $f(x)=\log_x\bigl(\log_3(7^x-6)\bigr)$ дефинисана, су:

A) $0<x<1$; **B)** $\log_7 6<x<1$; **C)** $x>\log_7 6$; **D)** $x>0$;
E) $x>1$.

315. Вредност израза $\operatorname{arctg}\dfrac{1}{5}+\operatorname{arctg}\dfrac{1}{7}$ је:

A) $\operatorname{arctg}\dfrac{1}{3}$; **B)** $\operatorname{arctg}\dfrac{1}{18}$; **C)** $\operatorname{arctg}\dfrac{12}{35}$; **D)** $\operatorname{arctg}\dfrac{1}{17}$; **E)** $\operatorname{arctg}\dfrac{6}{17}$.

2016. година

МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

29. јуни 2016.

316. Када је 25% канте празно, она садржи 25 литара воде више него када је 25% канте пуно. Колико литара воде садржи пуна канта?

A) 25; **B)** 33; **C)** 50; **D)** 75; **E)** 90.

317. Двоцифрени завршетак природног броја a је 16. Ако број a није дељив са 8, онда је цифра јединица броја $\frac{3a}{4}$ једнака:

A) 0; **B)** 2; **C)** 5; **D)** 7; **E)** 8.

318. Колико има природних бројева мањих од 1 000 000 који су дељиви тачно једним од бројева 11 и 13?

A) 6 993; **B)** 153 846; **C)** 160 839; **D)** 167 832; **E)** 993 006.

319. Највећи коефицијент полинома $(2x+1)^{10}$ је:

A) 120; **B)** 11 520; **C)** 13 440; **D)** 15 360 **E)** 16 480.

320. Бројеви 2, $\sqrt{6}-\sqrt{2}$ и $4-2\sqrt{3}$ чине прва три члана

A) аритметичког, али не и геометријског низа;
B) геометријског, али не и аритметичког низа;
C) и аритметичког и геометријског низа;
D) ни аритметичког ни геометријског низа;
E) низа са општим чланом $a_n = 4-2\sqrt{n}$.

321. Дата је једначина $\left(\frac{1+ix}{1-ix}\right)^2 = i$, где је x реална непозната. Број решења ове једначине у интервалу $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ је:

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 4; **E)** бесконачан.

322. Ако су x_1 и x_2 решења једначине $x^2-x+15=0$, онда је $x_1^3+x_2^3-2x_1^2-x_2^2+x_1x_2+2x_1+x_2-15$ једнако:

A) 1; **B)** 87; **C)** 31; **D)** 16; **E)** -14.

323. Ако су a и b реални бројеви такви да полином x^4+ax^3-ax+b даје остатак $2x+4$ при дељењу полиномом x^2+2x+1, онда је ab једнако:

A) 1; **B)** 2; **C)** 3; **D)** 4; **E)** 5.

324. Дате су функције $f_1(x) = \ln\frac{1+\sin x}{1-\sin x}$, $f_2(x) = \arcsin x \cdot \operatorname{arctg} x$, $f_3(x) = \sin x + \cos x$ и $f_4(x) = \frac{1+\ln x^2}{\sqrt[3]{x}}$. Аке је p број парних, а n број непарних међу овим функцијама, тачан је исказ:

A) $p=1$ и $n=1$; **B)** $p=2$ и $n=2$; **C)** $p=2$ и $n=1$;
D) $p=1$ и $n=2$; **E)** $p=1$ и $n=0$.

325. За коју вредност реалног параметра a једначина $\big||x-3|-1\big|=a$ има тачно три реална решења?

A) -1; **B)** 0; **C)** 1; **D)** 2; **E)** 3.

326. Функција f је задата са $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$, где су a,b,c,d реални бројеви. Ако је $f(0)=1$, $f(1)=0$ и $f(2)=3$, колико је $f(3)$?

A) -1; **B)** $\frac{3}{2}$; **C)** 5; **D)** 2; **E)** 3.

327. Број решења система једначина

$$\begin{aligned}(x^2-1)(2x-3y+4z) &= 0\\ 4x+5y+8z &= -2\\ 3x+y+6z &= 44\end{aligned}$$

у скупу реалних бројева је:

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** бесконачан.

328. Ако за реалне бројеве x и y важи $7\cdot 3^x-5\cdot 2^y=23$ и $2\cdot 3^x+3\cdot 2^y=42$, онда је $x+y$ једнак:

A) 7; **B)** 2; **C)** 3; **D)** 4; **E)** 5.

329. Производ свих решења једначине $\log_{36}x^2+\log_6(x+5)-1=0$ је:

A) -36; **B)** -6; **C)** 1; **D)** 12; **E)** 6.

330. Број целобројних решења неједначине $\sin x<|\cos x|$ у интервалу $[0,8]$ једнак је:

A) 4; **B)** 5; **C)** 6; **D)** 7; **E)** 8.

331. Тачке M, N и P су средишта три међусобно мимоилазне ивице коцке. Ако је дужина ивице 4 cm, површина троугла MNP је:

A) $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$; **B)** $\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$; **C)** $8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$; **D)** $8\,\mathrm{cm}^2$; **E)** $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$.

332. Око кружнице је описан четвороугао $ABCD$ површине $90\,\mathrm{cm}^2$. Ако је збир дужина наспрамних страница AB и CD једнак 15 cm, дужина полупречника кружнице је:

A) 6 cm; **B)** $5\sqrt{2}$ cm; **C)** $6\sqrt{3}$ cm; **D)** $3\sqrt{3}$ cm;
E) не постоји такав четвороугао.

333. Дате су две концентричне кружнице и дуж AB која је тетива кружнице већег, а тангента на кружницу мањег полупречника. Ако је $AB=6$, онда је површина прстена између датих кружница једнака:

A) 12π; **B)** 9π; **C)** π; **D)** 9; **E)** 6π.

334. Површина квадрата чије су две странице на правим $2x+y-3=0$, $2x+y-8=0$ је:

A) $2\sqrt{3}$; **B)** 5; **C)** 4; **D)** 6; **E)** $3\sqrt{2}$.

335. Дужине страница оштроуглог троугла су $a = 60$, $b = 52$ и c, а величине одговарајућих углова су α, β и γ. Ако је $\sin\alpha = \frac{12}{13}$, онда је $\sin\gamma$ једнак:

A) $\frac{56}{65}$; **B)** $\frac{56}{63}$; **C)** $\frac{39}{65}$; **D)** $\frac{39}{63}$; **E)** $\frac{63}{65}$.

ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

27. јуни 2016.

336. Вредност израза $0,5^{1,5} \cdot 0,25^{0,5} \cdot 8^{-1,5}$ једнака је:

A) 2^3; **B)** $\frac{1}{2^5}$; **C)** $\frac{1}{2^7}$; **D)** $2^{1,5}$; **E)** 1.

337. Број реалних решења једначине $\Big|\big|1-|x|\big|-1\Big|-2=0$ једнак је:

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** 4.

338. Дат је комплексан број $z = \dfrac{\sqrt{2016}+i^{2019}}{\sqrt{2016}+i^{2017}}$, $(i^2 = -1)$. Онда је израз $\frac{z+\bar{z}}{2}$ (где је $\bar{z}$ конјуговано комплексни број броја z) једнак:

A) $\sqrt{2016}$; **B)** $-\sqrt{2016}$; **C)** $\frac{2015}{2017}$; **D)** $\frac{2016}{2015}$; **E)** $\sqrt{2017}$.

339. Тетиве круга су AB и CD, међусобно су нормалне и секу се у тачки M, тако да је $AM = 3\,\mathrm{cm}$, $MB = 4\,\mathrm{cm}$, $CM = 2\,\mathrm{cm}$ и $MD = 6\,\mathrm{cm}$. Пречник тог круга је једнак (у cm):

A) $8\sqrt{2}$; **B)** $\sqrt{75}$; **C)** $\sqrt{65}$; **D)** 10; **E)** $2\sqrt{38}$.

340. У растућој аритметичкој прогресији од 11 чланова, први, пети и једанаести члан чине прва три члана геометријске прогресије. Ако је први члан те аритметичке прогресије једнак 24, онда је збир свих чланова те аритметичке прогресије једнак:

A) 249; **B)** 264; **C)** 378; **D)** 429; **E)** 501.

341. Ако је $\log_2(\sqrt{3}+1)+\log_2(\sqrt{6}-2) = A$, онда је израз $\log_{\frac{1}{4}}(\sqrt{3}-1)+\log_{\frac{1}{4}}(\sqrt{6}+2)$ једнак:

A) $A-1$; **B)** $2A$; **C)** $2A-4$; **D)** $\frac{A}{2}-1$; **E)** $\sqrt{6}A$.

342. Први извод функције $f(x) = \ln\dfrac{x^2-1+\sqrt{x^4+1}}{x}$ у тачки $x_0 = 1$ једнак је:

A) $\ln\sqrt{2}$; **B)** $\frac{1}{\ln\sqrt{2}}$; **C)** $-\sqrt{2}$; **D)** $\sqrt{2}$; **E)** 1.

343. Дате су функције $f(x) = \frac{x-2016}{x+2016}$ и $g(x) = \frac{1-f(x)}{1+f(x)}$. Онда је $f(g(x))$ једнако:

A) $2016x$; **B)** $\frac{x-1}{x+1}$; **C)** $\frac{1-x}{1+x}$; **D)** $1-2016x$; **E)** $2017x$.

344. Скуп свих вредности параметра a ($a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$), тако да корени x_1 и x_2 квадратне једначине $ax^2 + ax + 1 = 0$ задовољавају неједначину $\dfrac{(x_1+1)^2 + (x_2+1)^2}{(x_1-1)^2 + (x_2-1)^2} \leqslant 1$ јесте:

A) $(-\infty, -1) \cup \{\frac{1}{4}\}$; **B)** $(-\infty, 0) \cup (\frac{2}{5}, \infty)$; **C)** $(0, \frac{2}{5})$;
D) $(-1, 0) \cup (0, \frac{2}{5})$; **E)** $(0, \infty)$.

345. У једнакокраком троуглу ABC је $AB = AC = b$ и $\sphericalangle BAC = 30°$. Онда је збир висина тог троугла једнак:

A) $b(1+\sqrt{6})$; **B)** $\frac{b}{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3})$; **C)** $\frac{b}{4}(4+\sqrt{2}+\sqrt{6})$;
D) $b(\sqrt{2}+\sqrt{6})$; **E)** $b(1+\sqrt{2}+\sqrt{6})$.

346. Ако су темена троугла тачке $A(-8,4)$, $B(-2,1)$ и $C(1,-3)$, а ортоцентар $H(x_0, y_0)$, онда је вредност $y_0 - x_0$ једнака:

A) 7; **B)** 6; **C)** 5; **D)** 4; **E)** 8.

347. У развоју бинома $\left(\sqrt[3]{a} + \frac{1}{\sqrt[6]{a}}\right)^n$ ($a > 0$, $n \in \mathbb{N}$) збир прва три биномна коефицијента је 121. Члан који садржи $\frac{1}{a}$ једнак је:

A) $\frac{120}{a}$; **B)** $\frac{560}{a}$; **C)** $\frac{455}{a}$; **D)** $\frac{322}{a}$; **E)** $\frac{155}{a}$.

348. Ако је полином $x^{2016} + x^{2015} - x^{2014} + ax^{2013} - bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) дељив полиномом $x^3 - x$, онда је збир $4a^2 + 3b^2 + 8c^2$ једнак:

A) 4; **B)** 3; **C)** 12; **D)** 15; **E)** 18.

349. Дат је квадар $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Дужине дијагонала страна овог квадра су 7, 8 и 9. Суседна темена темену B су A, C и B_1. Дужина висине из темена B пирамиде $ABCB_1$ једнака је:

A) $\frac{12}{\sqrt{5}}$; **B)** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; **C)** $\frac{2\sqrt{55}}{5}$; **D)** 3; **E)** 5.

350. Укупан број реалних решења система једначина $\sqrt{x-1} + \sqrt[3]{y} = 1$, $x - y = 2$, једнак је:

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** 4.

351. Скуп свих решења неједначине $\dfrac{\left|\log_3 |2x+3|\right| - 3}{\log_3 x} > 0$ је облика (за неке бројеве a, b, c, d такве да је $0 \leqslant a < b < c < d < \infty$):

A) (a, b); **B)** $(a, b] \cup [c, d]$; **C)** $(a, b) \cup (b, c)$; **D)** $(a, b) \cup (c, \infty)$;
E) $(a, b) \cup (b, c) \cup (d, \infty)$.

352. На полици се налази 5 књига на енглеском, 7 на шпанском и 8 на француском језику. Све књиге су међусобно различите. На колико начина можемо распоредити књиге, ако све написане на француском језику морају бити једна до друге?

A) $13! \cdot 8!$; **B)** $13 \cdot 8!$; **C)** $13 \cdot \binom{12}{5} + 7! \cdot 8!$; **D)** $\binom{20}{7} \cdot \binom{13}{8} \cdot 5!$;
E) Ниједан од претходно понуђених одговора.

353. Збир свих реалних решења једначине $2\sqrt{x} \cdot 4^x + 5 \cdot 2^{x+1} + 2\sqrt{x} = 2^{2x+2} + 5\sqrt{x} \cdot 2^x + 4$ је:

A) 5; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** 4.

354. Изводнице праве кружне купе нагнуте су према равни основе купе под углом α, а у купу је уписана лопта. Вредност $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ тако да однос $\frac{V_l}{V_k}$ (запремина лопте и запремина купе) има највећу могућу вредност, једнака је:

A) 3; **B)** $\frac{1}{\sqrt{2}}$; **C)** $\sqrt{2}$; **D)** $\frac{1}{\sqrt{3}}$; **E)** $\sqrt{3}$.

355. Укупан број реалних решења једначине $\cos x + \cos 2x + 2\cos^2\frac{3x}{2} + \cos 4x = \frac{1}{2}$ на сегменту $[0, 2\pi]$ једнак је:

A) 2; **B)** 5; **C)** 6; **D)** 9; **E)** 8.

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА У БЕОГРАДУ

28. јуни 2016.

356. Вредност израза $\dfrac{\left(\sqrt{2^4} + \sqrt[3]{2^6}\right) \cdot 2^{-1} + (-3)^2 - 1}{\sqrt{(-2)^2} - \sqrt[5]{(-2)^5}}$ једнака је:

A) 5; **B)** $\frac{1}{2}$; **C)** 3; **D)** 1; **E)** $\frac{1}{4}$.

357. Након два поскупљења, најпре за 20%, а затим за 30%, цена уџбеника из математике износи 1 482 динара. Цена уџбеника пре наведених поскупљења износила је:

A) 1 000 динара; **B)** 900 динара; **C)** 925 динара; **D)** 975 динара;
E) 950 динара.

358. Нека је $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ и $g(x) = f(f(x)) + f(x-4)$ за $x \neq 2$ и $x \neq 6$. Онда је:

A) $g(x) = \frac{x-2}{x-6}$; **B)** $g(x) = \frac{2x}{6-x}$; **C)** $g(x) = \frac{2x}{x-6}$; **D)** $g(x) = \frac{x-2}{6-x}$;
E) $g(x) = \frac{3x-2}{6-x}$.

359. Ако комплексан број z задовољава једначину $2z + \bar{z} + |z + 3i| = 16 - 3i$, где је $i^2 = -1$, онда је:

A) $|z| = 2\sqrt{3}$; **B)** $|z| = 4$; **C)** $|z| = 3$; **D)** $|z| = 3\sqrt{3}$; **E)** $|z| = 5$.

360. За $a > 0$, $b > 0$ и $a \neq b$, израз

$$\left(\frac{a + \sqrt{ab} + b}{\left((\sqrt{a})^3 - (\sqrt{b})^3\right)\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)} + \frac{1}{a+b}\right) : \frac{ab}{a^2 - b^2}$$

идентички је једнак изразу:

A) $\dfrac{2}{b}$; **B)** $\dfrac{1}{a}$; **C)** $\dfrac{1}{b}$; **D)** $\dfrac{2}{ab}$; **E)** $\dfrac{2}{a}$.

361. Ако решења x_1 и x_2 једначине $4x^2 - 2mx + m - 3 = 0$ задовољавају једнакост $\dfrac{1}{x_1^2} + \dfrac{1}{x_2^2} = 4$, онда вредност параметра m припада интервалу:

A) $(3, 4)$; **B)** $(0, 1)$; **C)** $(4, 5)$; **D)** $(2, 3)$; **E)** $(1, 2)$.

362. Паралелне странице квадрата припадају правама $4x - 3y + 15 = 0$ и $8x - 6y + 21 = 0$. Дужина дијагонале тог квадрата једнака је:

A) $\frac{9\sqrt{2}}{10}$; **B)** $\sqrt{2}$; **C)** $\frac{4}{3}$; **D)** $\frac{4\sqrt{2}}{5}$; **E)** $\frac{3}{2}$.

363. Остатак који се добија дељењем полинома $P(x) = x^{2016} - x^{2015} - 1$ полиномом $x^2 + 1$ једнак је:

A) $x + 1$; **B)** x; **C)** $-x + 1$; **D)** 1; **E)** $-x$.

364. Ако је $a = \log_2 \sqrt[5]{64} - \sqrt{2}^{\log_8 5}$, онда је вредност израза $\left(a - \frac{6}{5}\right)^6$ једнака:

A) 5; **B)** 1; **C)** $\frac{1}{5}$; **D)** $\frac{1}{25}$; **E)** 25.

365. Број свих целобројних решења неједначине $(\sqrt{5}+2)^x + (\sqrt{5}-2)^x \leqslant 2\sqrt{5}$ једнак је:

A) 4; **B)** 5; **C)** 1; **D)** 7; **E)** 3.

366. Збир највећег негативног и најмањег позитивног решења једначине $\frac{2\sin x + 1}{\sqrt{\cos x}} = 0$ једнак је:

A) $\frac{7\pi}{6}$; **B)** $\frac{11\pi}{6}$; **C)** $\frac{5\pi}{3}$; **D)** $\frac{4\pi}{4}$; **E)** π.

367. У једнакокраком трапезу $ABCD$ угао између крака AD и дијагонале BD једнак је 90°. Ако су дужине основица једнаке $6\,\mathrm{cm}$ и $3\,\mathrm{cm}$, онда је површина датог трапеза:

A) $12\,\mathrm{cm}^2$; **B)** $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$; **C)** $\frac{15\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{cm}^2$; **D)** $\frac{27\sqrt{3}}{4}\,\mathrm{cm}^2$; **E)** $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$.

368. Дат је геометријски низ $a_1, a_2, a_3, \ldots$. Ако је $a_5 - a_2 = 756$ и $a_2 + a_3 + a_4 = 252$, онда је $a_1 + a_2$ једнако:

A) 5; **B)** 20; **C)** 25; **D)** 15; **E)** 10.

369. Производ свих реалних решења једначине $x^{\log_2 x} = 16$ једнак је:

A) 1; **B)** $\frac{1}{2}$; **C)** $\frac{1}{4}$; **D)** 2; **E)** 4.

370. Скуп свих решења неједначине $\sqrt{3x^2 + 11x - 4} < x + 1$ је:

A) $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right)$; **B)** $\left[\frac{2}{5}, \frac{1}{2}\right)$; **C)** $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right)$; **D)** $\left[\frac{1}{3}, \frac{3}{5}\right)$; **E)** $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$.

371. Вредност израза $\sin 6^\circ - \sin 42^\circ - \sin 66^\circ + \sin 78^\circ$ једнака је:

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; **B)** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; **C)** $\frac{1}{2}$; **D)** 0; **E)** $-\frac{1}{2}$.

372. Број свих вредности природног броја n за које развој $\left(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)^n$ садржи члан облика $m \cdot x^7$, $m \in \mathbb{Z}$, једнак је:

A) 6; **B)** 4; **C)** 8; **D)** 7; **E)** 10.

373. Површина основе праве тростране призме је $4\,\mathrm{cm}^2$, а површине бочних страна су $9\,\mathrm{cm}^2$, $10\,\mathrm{cm}^2$ и $17\,\mathrm{cm}^2$. Запремина дате призме једнака је:

A) $8\,\mathrm{cm}^3$; **B)** $20\,\mathrm{cm}^3$; **C)** $24\,\mathrm{cm}^3$; **D)** $12\,\mathrm{cm}^3$; **E)** $16\,\mathrm{cm}^3$.

374. Максимална запремина праве правилне четворостране пирамиде површине P износи:

A) $\frac{P\sqrt{P}}{12\sqrt{3}}$; **B)** $\frac{P\sqrt{P}}{12\sqrt{2}}$; **C)** $\frac{P\sqrt{P}}{16}$; **D)** $\frac{P\sqrt{P}}{18}$; **E)** $\frac{P\sqrt{P}}{12}$.

375. Број свих пермутација слова речи МОСКВА код којих се између два самогласника налази бар једна сугласник једнак је:

A) 450; **B)** 480; **C)** 520; **D)** 560; **E)** 600.

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

28. јуни 2016.

376. Вредност израза $\left(\frac{\sqrt{3}+2}{2-\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}}\right)^{-2}$ једнака је:

A) $4\sqrt{3}$; **B)** 14; **C)** $\frac{\sqrt{3}}{4}$; **D)** $\frac{1}{192}$; **E)** $\frac{1}{108}$.

377. Ако је $f(x)=\sin 2x$ и $g(x)=x+\pi$, онда је $g\big(f\big(-\frac{\pi}{6}\big)\big)-f\big(g\big(-\frac{\pi}{6}\big)\big)$ једнако:

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; **B)** $\frac{1}{2}$; **C)** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; **D)** π; **E)** $\pi-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

378. Решење неједначине $\frac{1}{x^3}<\frac{1}{x}$ је скуп облика (за неке $a, b, c \in \mathbb{R}$, такве да је $a<b<c$):

A) $(-\infty, a)$; **B)** (a, b); **C)** $(-\infty, a) \cup (b, \infty)$; **D)** (a, ∞);
E) $(a, b) \cup (c, \infty)$.

379. Број целобројних решења неједначине $\dfrac{2x-4}{x^2+x-6} \geqslant 1$ је:

A) 1; **B)** 2; **C)** 3; **D)** 0; **E)** бесконачно много.

380. Збир прва три члана аритметичког низа је 9, а збир првих пет чланова тог низа је 0. Петнаести члан тог низа једнак је:

A) -30; **B)** -33; **C)** -36; **D)** -39; **E)** 36.

381. Збир решења једначине $15 \cdot 25^x - 34 \cdot 15^x + 15 \cdot 9^x = 0$ једнак је:

A) 1; **B)** -1; **C)** 0; **D)** $\frac{34}{15}$; **E)** $\frac{5}{3}$.

382. Колико троцифрених делилаца има број 2016?

A) 10; **B)** 0; **C)** 15; **D)** -5; **E)** 12.

383. Полином $P(x) = x^4 + ax^3 + b$ дељив је полиномом $Q(x) = x^2 - 1$. Остатак при дељењу полинома $P(x)$ полиномом $x + 2$ једнак је:

A) 10; **B)** 0; **C)** 15; **D)** -5; **E)** 12.

384. Ако је комплексан број $z = x + iy$ $(x, y \in \mathbb{R},\ i^2 = -1)$, решење једначине $|z + 2i| - \bar{z} = 1 + 3i$, онда је $x - 4y$ једнако:

A) 12; **B)** -4; **C)** 3; **D)** 4; **E)** 0.

385. Праве $32x - y - 64 = 0$ и $16x - y + 80 = 0$ секу се у тачки $M(a, b)$. Онда је ab једнако:

A) 224; **B)** 2016; **C)** 9; **D)** 234; **E)** 1008.

386. Ако је $a = \sin 2016°$ и $b = \cos 2016°$, онда је:

A) $b - a < 0$; **B)** $ab < 0$; **C)** $a + b > 0$; **D)** $-a - b > 3$; **E)** $a + b > 1$.

387. Број реалних решења једначине $\sqrt{x+2} = -x$ једнак је:

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** 3; **E)** 4.

388. Вредност израза $\left(\dfrac{1 - i\sqrt{3}}{1 - i}\right)^{2016}$ једнака је:

A) 2^{2016}; **B)** $2^{2016}i$; **C)** $2^{2016}(1+i)$; **D)** 2^{1008}; **E)** $2^{1008}(1+i)$.

389. Производ реалних решења једначине $6\log_{64} x + 6\log_x 64 = 13$ је:

A) 8192; **B)** 1008; **C)** 2016; **D)** 512; **E)** 16.

390. Троугао чије су странице једнаке $a = 21\,\text{cm}$, $b = 17\,\text{cm}$ и $c = 10\,\text{cm}$ ротира око странице a. Запремина тако насталог ротационог тела једнака је (у cm^3):

A) $\frac{64\pi}{3}$; **B)** $\frac{268\pi}{3}$; **C)** $\frac{64\pi}{3}$; **D)** 448π; **E)** $\frac{112\pi}{3}$.

391. Збир решења једначине $|2x - 3| = x$ једнак је:

A) 4; **B)** 3; **C)** 1; **D)** 0; **E)** 2.

392. Збир најмање и највеће вредности функције $f(x) = 2x - x^2$ на сегменту $[-1, 2]$ износи:

A) 1; **B)** 3; **C)** -3; **D)** 0; **E)** -2.

393. Дате су параболе $y = -x^2 - 1$ и $x = -y^2 + 2y - 3$. Права p која пролази кроз темена датих парабола сече координатне осе у тачкама A и B. Ако је O координатни почетак, онда је дужина висине троугла OAB из темена O једнака:

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; **B)** $\frac{1}{2}$; **C)** $\sqrt{2}$; **D)** 1; **E)** $\frac{3}{2}$.

394. Збир решења једначине $\sin 2x = |\cos 2x|$ на интервалу $(0, \pi)$ једнак је:

A) $\frac{5\pi}{8}$; **B)** π; **C)** 2π; **D)** $\frac{3\pi}{3}$; **E)** $\frac{\pi}{2}$.

395. Вредност израза $\dfrac{1}{1\cdot 2} + \dfrac{1}{2\cdot 3} + \dfrac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \dfrac{1}{2016\cdot 2017}$ једнака је:

A) $\frac{2015}{2016}$; **B)** $\frac{2016}{2017}$; **C)** $\frac{1}{2016}$; **D)** $\frac{2016}{2015}$; **E)** $\frac{2017}{2016}$.

САОБРАЋАЈНИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

27. јуни 2016.

396. Ако је $a = 2,3584$ и $b = 1,6416$, онда израз $\dfrac{a^3 + 8b^3}{(a-b)^2 + 3b^2} - b$ има вредност:

A) 2; **B)** 16; **C)** $42,56$; **D)** 4; **E)** $0,7168$.

397. Вредност израза $\dfrac{(1-i)^{2016}}{(1+i)^{2014}}$ је:

A) $-2i$; **B)** $2i$; **C)** $4i$; **D)** $i+1$; **E)** 1.

398. Ако су $b = 20$ и $c = 10$ странице, а $\alpha = 60^\circ$ угао троугла ABC, онда је површина троугла ABC једнака:

A) $25\sqrt{3}$; **B)** $50\sqrt{3}$; **C)** $100\sqrt{3}$; **D)** 100; **E)** 200.

399. Дате су функције $f_1(x) = x$, $f_2(x) = \sqrt{x^2}$ и $f_3(x) = \log_2 2^x$. Тачан је исказ:

A) $f_3 = f_1 \neq f_2$; **B)** $f_1 = f_2 = f_3$; **C)** $f_1 \neq f_2 \neq f_3 \neq f_1$; **D)** $f_1 \neq f_2 = f_3$; **E)** $f_1 = f_2 \neg f_3$.

400. Вредност израза $\dfrac{3\cdot\sqrt[3]{(-2)^3} + 2\cdot\sqrt[3]{(-2)^6}}{\sqrt[4]{(-3)^4} + \sqrt[5]{(-4)^5}}$ је:

A) 3; **B)** -2; **C)** 4; **D)** 6; **E)** 2.

401. Ако је V_1 запремина описане купе око правилне четворостране пирамиде, а V_2 запремина купе уписане у њу, онда је $\frac{V_1}{V_2}$ једнако:

A) 5; **B)** 9; **C)** 3; **D)** 4; **E)** 2.

402. Четвороцифрених природних бројева који су дељиви са 2, нису са 5, а чије су све цифре различите и припадају скупу $\{0, 1, 2, 4, 5, 6\}$ има:

A) 114; **B)** 66; **C)** 84; **D)** 156; **E)** 144.

403. Разлика између највеће и најмање вредности функције $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ на интервалу $[-1, 5]$ једнака је:

A) 4; **B)** 12; **C)** 16; **D)** 1; **E)** 3.

404. Ако су x_1 и x_2 решења једначине $x^2 - x + 1 = 0$, онда је $\dfrac{x_1}{x_2^3} + \dfrac{x_2}{x_1^3}$ једнако:

A) -1; **B)** 1; **C)** 4; **D)** 3; **E)** -6.

405. Ако је $\log_2 5 = a$ и $\log_{27} 125 = b$, онда је $\log_2 6$ једнако:

A) $\frac{b}{a+b}$; **B)** $\frac{a+b}{b}$; **C)** $2(a+b)$; **D)** $\frac{2a+b+ab}{a+2b}$; **E)** $\frac{a}{a+b}$.

406. Збир свих реалних решења једначине $\sqrt{3x-5} + \sqrt{7-x} = 4$ је:

A) 4; **B)** 32; **C)** 10; **D)** 18; **E)** 16.

407. Ако је четврти члан аритметичког низа 15 и ако је збир његових првих пет чланова 55, онда је шести члан тог низа:

A) 24; **B)** 21; **C)** 20; **D)** 23; **E)** 18.

408. Вредност израза $\sin^4 15° + \cos^4 15°$ је:

A) $\frac{7}{8}$; **B)** $\frac{3}{4}$; **C)** 1; **D)** 0; **E)** $\frac{1}{2}$.

409. Број различитих реалних решења једначине $\big||x+3| - 5\big| = 6$ је:

A) 4; **B)** 0; **C)** 2; **D)** 3; **E)** 1.

410. Број различитих реалних решења једначине $2\cos^2 x + 2\cos x = 1 - \cos 2x$ на интервалу $[0, 3\pi]$ је:

A) 3; **B)** 4; **C)** 6; **D)** 5; **E)** 7.

411. Дати су полиноми $P(x) = x^7 - 3x^5 + 2x^2 + x + 7$ и $Q(x) = x^2 - 1$. Ако је $R(x) = ax + b$ остатак дељења полинома $P(x)$ полиномом $Q(x)$, онда је $3a + b$ једнако:

A) 4; **B)** 1; **C)** 6; **D)** -2; **E)** -3.

412. Ако је (x, y) решење система једначина $\begin{array}{rcl} 5^{x+1} - 2^{y+2} & = & 93 \\ 2 \cdot 5^x + 3 \cdot 2^y & = & 74 \end{array}$, онда је $x + y$:

A) 10; **B)** 7; **C)** 0; **D)** -7; **E)** 5.

413. Ако је $y = kx + n$ једначина тангенте круга $x^2 + (y-3)^2 = 5$ у тачки $(1, 1)$, онда је $k + 3n$ једнако:

A) 2; **B)** 1; **C)** 4; **D)** 8; **E)** -1.

414. Целих бројева m, за које је неједнакост $\dfrac{x^2 + mx + 4}{-x^2 + x - 4} < 1$ тачна за свако $x \in \mathbb{R}$, има:

A) 9; **B)** 15; **C)** 0; **D)** 13; **E)** 11.

415. Нека је S скуп свих решења неједначине $\log_{2\pi-5}(x^2-3) \geqslant \log_{2\pi-5}(2x)$. Онда, за неке реалне бројеве a, b, c, $a < b < c$, скуп S је облика:

A) $[a, \infty)$; **B)** $(a, b) \cup [c, \infty)$; **C)** (a, ∞); **D)** $[a, b)$; **E)** $(a, b]$.

ТЕХНОЛОШКО–МЕТАЛУРШКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

29. јуни 2016.

416. Вредност бројевног израза

$$\frac{(2,52-1,77):2,5-(7,47-1,22):25}{(1-1,2\cdot 0,4):1,04} \quad \text{је:}$$

A) 1; **B)** -1; **C)** $0,1$; **D)** $0,2$; **E)** $1,2$.

417. Разломак $\left[\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\cdot\frac{a^3-b^3}{a^2+b^2}\right]:\left(\frac{a^2+b^2}{ab}+1\right)$, $a, b \neq 0$ је идентички једнак разломку:

A) $\frac{ab}{b-a}$; **B)** $\frac{1-a}{1+b}$; **C)** $\frac{1+b}{1-a}$; **D)** 1; **E)** $\frac{a-b}{ab}$.

418. Решење једначине $\frac{5-x}{6} = 1 - \frac{7x+2}{12}$ је:

A) 1; **B)** 0; **C)** -1; **D)** 2; **E)** једначина нема решења.

419. Решење једначине $2\cdot 7^x - 3\cdot 7^{x-1} + 7^{x+1} = 2\,940$ је:

A) 2; **B)** 4; **C)** 5; **D)** 3; **E)** 1.

420. Збир решења једначине $(x^2-9)\sqrt{(x-1)(x+4)} = 0$ је:

A) 3; **B)** 6; **C)** 0; **D)** -3; **E)** 5.

421. Једначина $2\cdot|x+1| - 3\cdot|x-2| - 1 = 0$:

A) има једно позитивно решење; **B)** има два позитивна решења;
C) има два негативна решења;
D) има једно позитивно и једно негативно решење;
E) има једно негативно решење.

422. Збир првих пет чланова аритметичке прогресије је 90, а збир првих девет чланова је 234. Колико првих чланова треба сабрати да се добије збир 640?

A) 13; **B)** 16; **C)** 15; **D)** 14; **E)** 12.

423. Члан развоја $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^{12}$ који не садржи x једнак је:

A) 212; **B)** 220; **C)** 210; **D)** 240; **E)** 250.

424. Ако је $\log_{10} 5 = a$ и $\log_{10} 3 = b$, онда је $\log_{30} 8$ једнак:

A) $\dfrac{3(1-a)}{b+1}$; **B)** $\dfrac{3(1+a)}{b+1}$; **C)** $\dfrac{3(1-a)}{b-1}$; **D)** $\dfrac{2(1+a)}{b+1}$; **E)** $\dfrac{3}{b+1}$.

425. Плата радника је 4 000 динара, са тим што се сваког месеца повећава за 5%. Плата после три месеца ће му бити:

A) 4 630,5 динара; **B)** 4 640,5 динара; **C)** 4 640 динара;
D) 4 650 динара; **E)** 4 666,5 динара.

426. Ако је $f(2x+1) = x-1$, онда је $f(f(x))$ једнако:

A) $\dfrac{x-9}{4}$; **B)** $\dfrac{x+9}{4}$; **C)** $\dfrac{x+4}{9}$; **D)** $-\dfrac{x+9}{4}$; **E)** 1.

427. Ако је $\sin\alpha = \dfrac{24}{25}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, онда је $\sin 2\alpha$ једнак:

A) $\dfrac{168}{625}$; **B)** $\dfrac{169}{625}$; **C)** $\dfrac{158}{625}$; **D)** $-\dfrac{158}{625}$; **E)** $-\dfrac{336}{625}$.

428. Збир координата центра кружнице која пролази кроз тачке $A(5,5)$, $B(4,6)$ и $C(-3,5)$ је:

A) 2; **B)** 4; **C)** 5; **D)** 6; **E)** 3.

429. Скуп вредности реалног параметра k, за које је неједначина $(k-1)x^2+(k-1)x-2>0$ задовољена за свако $x \in \mathbb{R}$, је:

A) $(-\infty,-7]$; **B)** $\emptyset$; **C)** $(-7,-1]$; **D)** $(-\infty,-1]$; **E)** $(-\infty,1]$.

430. Неједнакост $\log_4(2x^2+3x+1) \leqslant \log_2(2x+2)$ је задовољена за:

A) $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$; **B)** $x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$; **C)** $x \in (0,\infty)$; **D)** $x \in (2,\infty)$;
E) $x \in (-\infty, 3]$.

431. Ако се број страница неког многоугла повећа за 7, број дијагонала му се повећа за 119. Број страница тог многоугла је:

A) 11; **B)** 12; **C)** 15; **D)** 14; **E)** 13.

432. Вредност израза $\left(1+i\sqrt{3}\right)^6$ је:

A) 48; **B)** 56; **C)** 128; **D)** 64; **E)** $-i$.

433. Површина правог ваљка је $8\pi\,\mathrm{cm}^2$, а дужина висине му је за 1 cm мања од дужине пречника основе. Површина омотача му је:

A) $\frac{34}{9}\pi\,\mathrm{cm}^2$; **B)** $\frac{17}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$; **C)** $\frac{44}{9}\pi\,\mathrm{cm}^2$; **D)** $\frac{40}{9}\pi\,\mathrm{cm}^2$; **E)** $6\pi\,\mathrm{cm}^2$.

434. Број решења једначине $2\sin^4 x - 2\cos^4 x - 1 = 0$ која припадају интервалу $[-\pi,\pi]$ је:

A) 6; **B)** 3; **C)** 4; **D)** 5; **E)** 2.

435. Једначина праве која је тангента елипсе $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{24}=1$ и која одсеца једнаке одсечке на координатним осама је:

A) $x+y+4=0$; **B)** $x+y-4=0$; **C)** $x+y+6=0$;
D) $x+y-6=0$; **E)** $x+y-8=0$.

РУДАРСКО–ГЕОЛОШКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

26. јуни 2016.

436. Вредност израза $\left(26,7-13\frac{1}{5}\right):\left(1,88+2\frac{3}{25}\right)+22\cdot\frac{3}{5,5}$ је:

A) $15,375$; **B)** $15,125$; **C)** $15,675$; **D)** $15,5$.

437. Вредност израза $\dfrac{7}{\sqrt{2}+3}+\dfrac{4}{\sqrt{2}+2}+\dfrac{3}{\sqrt{2}+1}$ је:

A) $3\sqrt{2}$; **B)** 4; **C)** $6-\sqrt{2}$; **D)** $2\sqrt{2}+1$.

438. Скраћивањем разломка $\dfrac{(a^2-ab)(a^2b+ab^2)}{ab^2(a^2+ab)}$ $(ab\neq 0,\ a\neq -b)$ добија се разломак:

A) $\frac{b}{a}$; **B)** $\frac{a-b}{a+b}$; **C)** $\frac{a+b}{b}$; **D)** $\frac{a-b}{b}$.

439. Скуп свих реалних решења неједначине $\dfrac{x-1}{x-2}<\dfrac{3}{2}$ је:

A) $(4,\infty)$; **B)** $(-\infty,2)\cup(4,\infty)$; **C)** $(2,4)$; **D)** $(-\infty,2)$.

440. Производ вредности реалног параметра k за које једначина

$$(k-2)x^2-(k+1)x+k+1=0$$

има једнака решења (тј. двоструко решење) је:

A) -4; **B)** -3; **C)** 3; **D)** 0.

441. Број реалних решења једначине $|x-2|+3x=7$ је:

A) 0; **B)** 1; **C)** 2; **D)** већи од 2.

442. Скуп свих решења неједначине $2x+|x-1|<2$ у скупу реалних бројева је:

A) $(-\infty,1]$; **B)** $(-\infty,\infty)$; **C)** $(-\infty,1)$; **D)** празан скуп.

443. Сва решења једначине $\sqrt{25-x^2}+x=7$ припадају интервалу:

A) $(-2,2)$; **B)** $(2,10)$; **C)** $(10,15)$; **D)** $(15,20)$.

444. Решење једначине $2\cdot 3^{x+1}-4\cdot 3^{x-2}=450$ је у интервалу:

A) $(-5,0)$; **B)** $(0,5)$; **C)** $(5,10)$; **D)** $(10,15)$.

445. Вредност $\log_3\sqrt[5]{243}$ је:

A) 3; **B)** 5; **C)** 81; **D)** 1.

446. Ако је $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ и $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$, онда је $\operatorname{tg} 2\alpha$:

A) $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$; **B)** $\frac{2\sqrt{2}}{7}$; **C)** $\frac{3\sqrt{2}}{8}$; **D)** $\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

447. Израз $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}$, за $\beta \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, идентички је једнак изразу:

A) $\operatorname{tg} 2\alpha$; **B)** $\operatorname{tg}\alpha$; **C)** $\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}$; **D)** $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$.

448. Површина једнакокраког трапеза, чије су основице $18\,\mathrm{cm}$ и $12\,\mathrm{cm}$, а крак $5\,\mathrm{cm}$ је:

A) $60\,\mathrm{cm}^2$; **B)** $75\,\mathrm{cm}^2$; **C)** $120\,\mathrm{cm}^2$; **D)** $150\,\mathrm{cm}^2$.

449. Угао између изводнице и висине праве купе је 60°. Ако је изводница за $1\,\mathrm{cm}$ дужа од висине, запремина дате купе износи (у cm^3):

A) π; **B)** $\frac{4}{3}\pi$; **C)** $\sqrt{3}\pi$; **D)** 2π.

450. Једначина тангенте кружнице $k : x^2 + y^2 = 10$ која пролази кроз тачку $A(3,1)$ је:

A) $3x-y-8=0$; **B)** $x+3y-12=0$; **C)** $x+y-4=0$; **D)** $3x+y-10=0$.

451. Позитивна вредност параметра n за коју је права $y = \frac{2}{3}x + n$ тангента елипсе $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ припада интервалу:

A) $(0,5)$; **B)** $(5,9)$; **C)** $(9,12)$; **D)** $(12,16)$.

452. Ако се цена артикла најпре повећа за 30%, а онда смањи за 20%, коначна цена артикла у односу на почетну цену је:

A) већа за 2%; **B)** већа за 4%; **C)** већа за 10%; **D)** мања за 2%.

453. Ако је први члан аритметичке прогресије $a_1 = 3$, а пети $a_5 = 23$, онда је збир првих десет чланова прогресије S_{10} једнак:

A) 260; **B)** 245; **C)** 250; **D)** 255.

454. Први члан геометријског низа је 3, а шести члан је 96. Збир првих десет чланова је:

A) $3\,080$; **B)** $6\,160$; **C)** $3\,069$; **D)** $1\,023$.

455. Ако 15 радника, радећи 6 дана, зараде 187 500 динара, 12 радника за 5 дана заради:

A) 133 500 динара; **B)** 117 500 динара; **C)** 125 000 динара; **D)** 124 500 динара.

ФАРМАЦЕУТСКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

29. јуни 2016.

456. Вредност израза $\dfrac{\left(1,75 : \frac{2}{3} - 1,75 \cdot \frac{9}{8}\right) : \frac{7}{12}}{\left(\frac{17}{80} - 0,0325\right) : 4} \cdot 7$ je:

A) 13; **B)** $\frac{13}{15}$; **C)** 175; **D)** $\frac{125}{67}$; **E)** $\frac{225}{67}$.

457. Једначина $\sqrt{13-x^2} = x+1$:

A) нема решења; **B)** има тачно једно решење;
C) има тачно два решења; **D)** има тачно три решења;
E) има бесконачно много решења.

458. Један радник сам покоси ливаду за 6 часова. Ако би други радник помогао 2 часа, ливада би била покошена за 3 часа. Време за које би други радник сам покосио ливаду је:

A) 3 часа; **B)** 4 часа; **C)** 5 часова; **D)** 6 часова; **E)** 7 часова.

459. Решење једначине $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} = 363$ припада интервалу:

A) $(-\infty, 0]$; **B)** $(0, 1]$; **C)** $(1, 2]$; **D)** $(2, 3]$; **E)** $(3, \infty)$.

460. Реалан број p за који је збир кубова решења једначине $x^2 - (3p + 2)x + 3p^2 - 4 = 0$ минималан једнак је:

A) 2; **B)** -2; **C)** 1; **D)** -1; **E)** $-\frac{1}{2}$.

461. Вредност израза $\dfrac{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}{1 + \operatorname{tg}^2 15^\circ}$ je:

A) $\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$; **B)** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; **C)** $\dfrac{\sqrt{1+\sqrt{3}}}{2}$; **D)** $\dfrac{3}{4}$; **E)** $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$.

462. Решење неједначине $\log_{\frac{1}{8}}(2x-1) > \frac{1}{3}$ je:

A) $x \in \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$; **B)** $x \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$; **C)** $x \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$; **D)** $x \in \left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$;
E) $x \in \left(\frac{3}{4}, \infty\right)$.

463. Тачка A припада симетрали оштрог угла који граде праве $y - \sqrt{3}x + 5 = 0$ и $y - 7 = 0$. Ако је растојање тачке A од темена тог угла једнако 6, онда је њено растојање од ових правих једнако:

A) 6; **B)** 3; **C)** $3\sqrt{3}$; **D)** $6\sqrt{3}$; **E)** $3\sqrt{2}$.

464. Једначина $1 + \cos x + \cos\frac{x}{2} = 0$ на сегменту $[0, 2\pi]$:

A) нема решења; **B)** има тачно једно решење;
C) има тачно два решења; **D)** има тачно три решења;
E) има тачно четири решења.

465. Ако је $f\left(\frac{x}{x+2}\right) + g(x+1) = 3x$, $f\left(\frac{x}{x+2}\right) - g(x+1) = -1$, за $x \neq -2$ онда је (за $x \neq -\frac{5}{2}$):

A) $g^{-1}(x) = \frac{3x-2}{3}$; **B)** $g^{-1}(x) = \frac{2x+2}{3}$; **C)** $g^{-1}(x) = x+2$;
D) $g^{-1}(x) = 3x+2$; **E)** $g^{-1}(x) = x-2$.

466. Из тачке $(-6,3)$ конструисане су сечице на круг $x^2+y^2=25$, тако да су дужине одговарајућих тетива једнаке 8. Оштар угао између сечица је једнак:

A) $\mathrm{arctg}(2\sqrt{7})$; **B)** $\mathrm{arctg}\left(\frac{4}{3}\right)$; **C)** $\mathrm{arctg}\left(\frac{3}{4}\right)$; **D)** $\mathrm{arctg}\left(\frac{3}{2}\right)$; **E)** $\frac{\pi}{3}$.

467. Средњи члан у развоју степена бинома $\left(\dfrac{1}{x} - \sqrt{x}\right)^8$ је 630 за x које припада интервалу:

A) $\left[0, \frac{1}{4}\right)$; **B)** $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$; **C)** $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$; **D)** $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$; **E)** $\left[\frac{3}{4}, 1\right)$.

468. Ако је $f(x) = \frac{1}{1-x}$, за $x \neq 1$, онда је $f(f(f(f(f(x)))))$, за $x \neq 0$ и $x \neq 1$, једнако:

A) x; **B)** $\frac{1}{1-x}$; **C)** $\frac{x-1}{x}$; **D)** $\frac{1-x}{x}$; **E)** $x-1$.

469. Реалан број x, за који је бесконачан збир $\log x + \log\sqrt[3]{x} + \log\sqrt[9]{x} + \log\sqrt[27]{x} + \ldots$ једнак $\log 8$, припада интервалу:

A) $(0,1)$; **B)** $(2,3]$; **C)** $(3,4]$; **D)** $(5,6]$; **E)** $(6,7]$.

470. Бројеви $5, x_1, x_2, \ldots, x_7, 25$ су узастопни чланови аритметичког низа. Онда је израз $2x_3 + x_6$ једнак:

A) 35; **B)** 45; **C)** 40; **D)** 65; **E)** $\frac{55}{2}$.

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ

прва група

01. јули 2016.

471. Збир највеће и најмање вредности функције $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на сегменту $[0,3]$ је:

A) 1; **B)** 8; **C)** 5; **D)** 4; **E)** 9.

472. Колико реалних решења има једначина $x^2 + |x-1| = 1$?

A) 3; **B)** 4; **C)** 0; **D)** 1; **E)** 2.

473. Ако је $f(x) = \frac{x}{x-1}$ за $x \neq 1$ и $g(x) = \frac{2x}{x+3}$ за $x \neq -3$, онда је $f(g(x))$, за $x \neq -3$, и $x \neq 3$, једнако:

A) $\frac{2x}{x+3}$; **B)** $\frac{2x}{4x+3}$; **C)** $\frac{2x}{x-3}$; **D)** $\frac{2x}{4x-3}$; **E)** $\frac{x}{x+3}$.

474. Збир реалних решења једначине $0,5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = \frac{1}{64}$ је:

A) 1; **B)** 4; **C)** 3; **D)** 2; **E)** -8.

475. Ако је $\sin x = \frac{1}{3}$ и $\frac{5\pi}{2} < x < 3\pi$, онда је $\operatorname{ctg} x$ једнако:

A) $-2\sqrt{2}$; **B)** -3; **C)** $-\frac{1}{4} \cdot \sqrt{2}$; **D)** $\frac{1}{4} \cdot \sqrt{2}$; **E)** $2\sqrt{2}$.

476. Дат је скуп $S = \{\mathsf{t}, \mathsf{e}, \mathsf{h}, \mathsf{n}, \mathsf{i}, \mathsf{k}, \mathsf{a}\}$. Колико трословних речи се може написати помоћу слова из скупа S, ако се слова не могу понављати?

A) 35; **B)** 5 040; **C)** 343; **D)** 2 187; **E)** 210.

477. Вредност израза $\frac{6\sqrt{1+x^2}}{x+\sqrt{1+x^2}}$ за $x = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ је:

A) $\frac{7}{2}$; **B)** 5; **C)** $\frac{13}{3}$; **D)** 6; **E)** 30.

478. Област дефинисаности функције $f(x) = \frac{1}{x-2} + \ln(4x - x^2 - 3)$ је:

A) $(1,3)$; **B)** $[1,3]$; **C)** $(-\infty,1) \cup (3,\infty)$; **D)** $(-\infty,1] \cup [3,\infty)$;
E) $(1,2) \cup (2,3)$.

479. Ако је $A = 6^{\log_3 11}$ и $B = 11^{\log_3 6}$, онда је:

A) $45 > A > B$; **B)** $45 > B > A$; **C)** $A = B$; **D)** $11A = 6B$;
E) $6B > 11A$.

480. За $0 < x < \frac{\pi}{2}$ израз $\frac{\sin x}{1-\cos x} + \frac{\sin x}{1+\cos x}$ је једнак:

A) $\sin x$; **B)** $\frac{1}{\sin x}$; **C)** $\frac{1}{\cos \frac{x}{2}}$; **D)** $\frac{2}{\cos x}$; **E)** $\frac{2}{\sin x}$.

481. Збир свих решења једначине $\frac{2}{\sin x} - \sin x = \frac{5}{2} \cdot \operatorname{ctg} x$ у интервалу $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ је:

A) $\frac{5\pi}{4}$; **B)** $\frac{2\pi}{3}$; **C)** $\frac{\pi}{2}$; **D)** $\frac{\pi}{3}$; **E)** $\frac{3\pi}{4}$.

482. Дијагонале ромба су d_1 и d_2. У ромб је уписан квадрат са страницама паралелним дијагоналама ромба. Дужина странице квадрата је:

A) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_1 d_2}$; **B)** $\frac{d_1 d_2}{d_1+d_2}$; **C)** $\frac{d_1+d_2}{2}$; **D)** $\frac{d_1+d_2}{4}$; **E)** $\frac{1}{2}\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$.

483. Нека је $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ правилна шестострана призма, чија је ивица $\sqrt{3}$ и висина $\sqrt{22}$. Површина четвороугла ACD_1F_1 је:

A) 15; **B)** $2\sqrt{11}$; **C)** $8\sqrt{3}$; **D)** $2\sqrt{66}$; **E)** $3\sqrt{66}$.

484. У уоченој аритметичкој прогресији, збир првих пет чланова са непарним индексима је 35, а збир првих пет чланова са парним индексима је 50. Други члан те прогресије је:

A) -13; **B)** -5; **C)** -2; **D)** 3; **E)** 19.

485. Скуп решења неједначине $\frac{1}{x} \cdot \left(1 - \sqrt{1-9x^2}\right) < 1$ је:

A) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$; **B)** $\left(0, \frac{1}{3}\right)$; **C)** $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right] \cup \left(0, \frac{1}{3}\right)$; **D)** $\left[-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{5}\right)$;
E) $\left(-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{3}\right)$.

486. Ако су p, q и r нуле полинома $x^3 + 3x^2 + 2x - 5$, онда је вредност израза $\frac{1}{p+3} + \frac{1}{q+3} + \frac{1}{r+3}$ једнака:

A) 1; **B)** -1; **C)** -2; **D)** 2; **E)** 0.

487. Збир свих комплексних бројева z који задовољавају једначине $|z-4| = |z-8|$ и $3|z-12| = 5|z-8i|$ је једнак:

A) $12-10i$; **B)** $12+25i$; **C)** $12+20i$; **D)** $6-10i$; **E)** $6+25i$.

488. Дужина основице једнакокраког троугла је 12, а полупречник његовог уписаног круга је 3. Колика је површина троугла?

A) 40; **B)** 36; **C)** $24\sqrt{3}$; **D)** 48; **E)** $36\sqrt{2}$.

489. Основне ивице правилне тростране зарубљене пирамиде су a и b $(a > b)$, а бочне ивице заклапају са основом угао α. Запремина те пирамиде износи:

A) $a^3b^3 \operatorname{tg}\alpha$; **B)** $\frac{1}{6}\, a^2b \operatorname{tg}\alpha$; **C)** $\frac{1}{3}\, ab^2 \operatorname{tg}\alpha$; **D)** $\frac{1}{12}\,(a^3-b^3) \operatorname{tg}\alpha$;
E) $(a^3+b^3) \operatorname{tg}\alpha$.

490. Ако је φ оштар угао који граде тангенте повучене из тачке $(-4,1)$ на параболу $y^2 = 2x$, онда је φ једнак:

A) $\frac{\pi}{4}$; **B)** $\frac{\pi}{2}$; **C)** $\operatorname{arctg}\frac{6}{7}$; **D)** $\operatorname{arctg}\frac{2}{7}$; **E)** $\operatorname{arctg}\frac{2}{9}$.

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ У БЕОГРАДУ
друга група

01. јули 2016.

491. Вредност израза $\frac{x^3+y^3}{xy} + 3x + 3y$ за $x = -0,125$ и $y = 1,125$ је:

A) $-\frac{125}{9}$; **B)** $\frac{125}{9}$; **C)** $\frac{9}{64}$; **D)** $-\frac{64}{9}$; **E)** $\frac{64}{9}$.

492. Збир реалних решења једначине $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2$ једнак је:

A) 5; **B)** 6; **C)** 7; **D)** 10; **E)** 8.

493. Највећа вредност функције $f(x) = \sin(\sin x)$ је:

A) 1; **B)** $\frac{\pi}{2}$; **C)** $-\sin 1$; **D)** $\sin 1$; **E)** $\arcsin 1$.

494. Имагинарни део комплексног броја $\frac{i}{7-i}$ је:

A) $\frac{7}{8}$; **B)** $\frac{7}{48}$; **C)** 7; **D)** $-\frac{1}{50}$; **E)** $\frac{7}{50}$.

495. Чему је једнако $\sin\frac{\pi}{12}$?

A) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$; **B)** $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$; **C)** $\frac{1}{4}$; **D)** $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}$; **E)** $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

496. У правилну тространу призму уписана је лопта која додирује све бочне стране и основе призме. Однос запремина лопте и призме је:

A) $4\pi\sqrt{3} : 9$; **B)** $8\pi : 9\sqrt{3}$; **C)** $2\pi : 9\sqrt{3}$; **D)** $\pi\sqrt{3} : 18$; **E)** $\pi : \sqrt{3}$.

497. Теме графика квадратне функције $f(x) = ax^2 + bx + c$ је тачка $(2p, p)$, а пресек графика са y-осом је тачка $(0, -p)$, где је $p \neq 0$. Вредност броја b једнака је:

A) $-2p$; **B)** 0; **C)** 4; **D)** 2; **E)** $2p$.

498. Скуп свих вредности реалног параметра m, таквих да за свако $x \in \mathbb{R}$ важи неједнакост $mx^2 - 2(m+2)x + m + 1 < 0$ је:

A) $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right)$; **B)** $(0, \infty)$; **C)** $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$; **D)** $\emptyset$; **E)** $\left(-\frac{4}{3}, \infty\right)$.

499. Ако су x и y решења система једначина $\log_y x + \log_x y = 2$, $x^2 - y = 2$, онда је $x + y$ једнако:

A) 1; **B)** 2; **C)** 3; **D)** 4; **E)** -3.

500. Ако је $z = \frac{i\sqrt{3}+1}{i-\sqrt{3}}$, онда је z^{30} једнако:

A) $-\frac{1}{2^{30}}$; **B)** -2^{30}; **C)** $-i$; **D)** 1; **E)** -1.

501. У паралелограму $ABCD$ је $AD = BD = BC = 1$ и $AC = 2$. Колика је његова површина?

A) $\frac{\sqrt{13}}{4}$; **B)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$; **C)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$; **D)** $\frac{\sqrt{15}}{4}$; **E)** 1.

502. Ромб површине 15 ротира око једне своје странице. Површина тако добијеног тела је:

A) 30π; **B)** 60π; **C)** $(60 + 15\sqrt{3})\pi$; **D)** $\left(60 + \frac{15}{2} \cdot \sqrt{3}\right)\pi$; **E)** 90π.

503. Пројекција тачке $A(-6, 4)$ на праву $4x - 5y + 3 = 0$ је:

A) $(3, 3)$; **B)** $(-2, 3)$; **C)** $(-2, -1)$; **D)** $(-2, 1)$; **E)** $(3, -1)$.

504. На колико начина се може формирати петочлана комисија од два математичара и осам инжињера, тако да у њој буде бар један математичар?

A) 56; **B)** 70; **C)** 129; **D)** 182; **E)** 196.

505. Дате су функције $f_1(x) = 1$, $f_2(x) = \frac{|\sin x|}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$ и $f_3(x) = \operatorname{tg}\frac{x}{2} \cdot \operatorname{ctg}\frac{x}{2}$. Тачан је исказ:

A) Све три функције су једнаке; **B)** Све три функције су различите;
C) $f_2 = f_3 \neq f_2$; **D)** $f_1 = f_3 \neq f_2$; **E)** $f_1 = f_2 \neq f_3$.

506. Ако је полином $x^4 + ax^2 + b$ $(a, b \in \mathbb{R})$ дељив полиномом $x^2 + x + 1$, онда је $a + b$ једнако:

A) 2; **B)** -1; **C)** 0; **D)** 1; **E)** -2.

507. Чему је једнако $\sin x + \sin 2x + \ldots + \sin 10x$ за $x \neq 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$?

A) $\frac{\sin 11x}{\sin x}$; **B)** $\frac{\cos\frac{x}{2} - \cos\frac{21x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}}$; **C)** $\frac{\cos 11x}{\cos x}$; **D)** $\frac{\sin\frac{x}{2} - \sin\frac{21x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}}$;

E) $\frac{\sin\frac{21x}{2} - \sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}$.

508. Збир четири најмања позитивна решења једначине $\cos x + \cos 2x + \cos 4x = 0$ је:

A) $\frac{37\pi}{18}$; **B)** $\frac{23\pi}{14}$; **C)** $\frac{8\pi}{3}$; **D)** $\frac{35\pi}{18}$; **E)** $\frac{20\pi}{9}$.

509. Збир свих вредности реалног параметра m за које је права $2x + y + m = 0$ тангента кружнице $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ је:

A) -3; **B)** -11; **C)** $4\sqrt{5}$; **D)** -6; **E)** -12.

510. Збир свих чланова опадајућег бесконачног геометријског реда је $\frac{3}{2}$, а збир њихових квадрата $\frac{1}{8}$. Други члан тог реда је:

A) $\frac{17}{19}$; **B)** $\frac{19}{3}$; **C)** $\frac{19}{17}$; **D)** $\frac{51}{361}$; **E)** $\frac{3}{19}$.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

2014. година

1. Основни период функције $\operatorname{tg} x$ је π, а функције $\cos x$ је 2π, па је основни период функције $\operatorname{tg}\frac{x}{3}$ једнак 3π, а основни период функције $\cos\frac{2x}{5}$ је 5π. Следи да је основни период функције $\frac{1}{3}\operatorname{tg}\frac{x}{3} - \frac{1}{5}\cos\frac{2x}{5}$ једнак 15π.
Одговор: **B**.

2. Прва од уочене две девојке може изабрати столицу на 6 начина, након тога друга девојка своје место може изабрати на 5 начина. Преосталих шесторо се након тога распоређују без ограничења на преосталих шест места и то могу урадити на 6! начина. Дакле, број начина на који се могу распоредити је $6 \cdot 5 \cdot 6! = 30 \cdot 6!$.
Одговор: **B**.

3. Како је $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ и $1 = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha$, следи $\frac{1-\operatorname{tg}^2 15^\circ}{1+\operatorname{tg}^2 15^\circ} = \frac{\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ}{\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
Одговор: **D** .

4. Једначина је дефинисана за $x \geqslant 0$. За такве x је $x-1 = (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)$, па је једначина еквивалентна са $\sqrt{x} - 1 = 4 + \frac{\sqrt{x}-1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{2} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 9 \Leftrightarrow x = 81$.
Одговор: **E**.

5. По Виетовим правилима је $x_1 + x_2 = 1$ и $x_1x_2 = m^2 + 2m - 3$, па је $x_1^3 + x_2^3 = (x_1+x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) = (x_1+x_2)\big((x_1+x_2)^2 - 3x_1x_2\big) = 1 - 3(m^2+2m-3) = -3m^2 - 6m + 10 = 13 - 3(m+1)^2$, што је за $m \in \mathbb{R}$ највеће за $m = -1$.
Одговор: **D**.

6. Решења једначине $\cos 2x = 0$ су $2x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$, тј. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ за $k \in \mathbb{Z}$. Како је $\frac{\pi}{4} + \frac{12\pi}{2} < 20 < \frac{\pi}{4} + \frac{13\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{4} + \frac{31\pi}{2} < 50 < \frac{\pi}{4} + \frac{32\pi}{2}$, следи да интервалу $[\,20, 50\,]$ припадају решења $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ за $k \in \mathbb{Z}$, $13 \leqslant k \leqslant 31$, тј. овом интервалу припада 19 решења.
Одговор: **D**.

7. Остатак при дељењу полиномом степена 2 је степена не већег од 1, па је $x^{2014} - x^{2013} + x = q(x)\cdot(x^2-1) + ax + b$, за неки полином $q(x)$ и неке константе a и b. Заменом $x = 1$ у последњи израз добија се $1 = a + b$, а заменом $x = -1$ добија се $1 = -a + b$, па је $a = 0, b = 1$, тј. тражени остатак је $ax + b = 1$.
Одговор: **B**.

8. Неједначина је дефинисана за $x > 0, \log_4 x > 0, \log_2 x > 0$, тј. за $x > 1$. За $x > 1$ она је еквивалентна са $0 > \log_2(\log_{2^2} x) + \log_{2^2}(\log_2 x) - 2 = \log_2\big(\frac{1}{2}\log_2 x\big) + \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) - 2 = \log_2\frac{1}{2} + \log_2(\log_2 x) + \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) - 2 = \frac{3}{2}\cdot\log_2(\log_2 x) - 3$, тј. са $\log_2(\log_2 x) < 2 \Leftrightarrow \log_2 x < 4 \Leftrightarrow x < 16$. Дакле, решење неједначине је $x \in (1, 16)$.
Одговор: **A**.

9. Чланови развоја $\left(\sqrt{x}-\frac{2}{x^3}\right)^{14}$ су $\binom{14}{k}(\sqrt{x})^k\left(\frac{2}{x^3}\right)^{14-k}=\binom{14}{k}\cdot 2^{14-k}\cdot x^{\frac{k}{2}-3(14-k)}$ за $0\leqslant k\leqslant 14$, $k\in\mathbb{Z}$. Члан је константан ако је $\frac{k}{2}-3(14-k)=0$, тј. ако је $k=12$, а то је члан $\binom{14}{12}\cdot 2^2=364$.
Одговор: **B**.

10. Како је $\frac{1}{2-\sqrt{5}+i\sqrt{3}}=\frac{1}{2-\sqrt{5}+i\sqrt{3}}\cdot\frac{2-\sqrt{5}-i\sqrt{3}}{2-\sqrt{5}-i\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{5}-i\sqrt{3}}{(2-\sqrt{5})^2+3}$, реални део овог комплексног броја је $\frac{2-\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})^2+3}=\frac{2-\sqrt{5}}{12-4\sqrt{5}}=\frac{1}{4}\cdot\frac{2-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}=\frac{1}{4}\cdot\frac{2-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}\cdot\frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}=\frac{1}{4}\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{4}=\frac{1-\sqrt{5}}{16}$.
Одговор: **D**.

11. Ако је d корак прогресије, следи $a_n=a_1+(n-1)d$ за $n\in\mathbb{N}$, па је $a_3-a_2=a_2-a_1=d$ и $a_{10}=a_2+8d$. Следи $56=(a_2-d)^2+a_2^2+(a_2+d)^2=3a_2^2+2d^2$ и $a_2+8d=5a_2\Leftrightarrow a_2=2d$, па је $14d^2=56$, тј. $d^2=4$. Како је прогресија опадајућа, следи $d=-2$, па је $a_2=-4$, односно $a_n=-2n$ за $n\in\mathbb{N}$. Дакле, $a_{2014}=-4028$.
Одговор: **A**.

12. Једначина кружнице је $(x+2)^2+(y+2)^2=3$, тј. центар круга је $O(-2,-2)$, а полупречник $\sqrt{3}$. Тачке A и B су тачке у којима права OC (важи $O\neq C$) сече кружницу. Како је $OC=\sqrt{(-2-1)^2+(-2-2)^2}=5>\sqrt{3}$, тачка C је ван круга, па је $AC+BC=2\cdot OC=10$.
Одговор: **B**.

13. Како је $|y|=\begin{cases} y, & \text{за } y\geqslant 0\\ -y, & \text{за } y<0\end{cases}$, следи

$$f(x)=\begin{cases} 2x-2, & \text{за } x<-\frac{1}{2},\\ 6x, & \text{за } -\frac{1}{2}\leqslant x<\frac{4}{5}\\ -4x+8, & \text{за } \frac{4}{5}\leqslant x<3\\ -2x+2, & \text{за } x\geqslant 3\end{cases},$$

па $f(x)$ расте на $\left(-\infty,\frac{4}{5}\right]$, а опада на $\left[\frac{4}{5},\infty\right)$, тј. највећа вредност функције је $f\left(\frac{4}{5}\right)=\frac{24}{5}$.
Одговор: **C**.

14. Дужина висине h трапеза једнака је пречнику круга, тј. 4cm. Ако су a,b основице, c крак, а P површина трапеза, важи $P=\frac{a+b}{2}\cdot h$, одакле је $a+b=10$cm. Како је трапез тангентни, важи $a+b=2c$, па је $c=5$cm.
Одговор: **C**.

15. Неједначина је дефинисана за $x\neq -2$ и $x\neq 1$ и за такве x је еквивалентна са $0\geqslant\frac{x}{x+2}+\frac{1}{x-1}=\frac{x^2+2}{(x-1)(x+2)}$, па је њено решење $x\in(-2,1)$. Цели бројеви у овом скупу су -1 и 0, а њихов збир је -1.
Одговор: **B**.

16. Ако је $t=x-1$, следи $f(t)=\frac{2(t+1)-1}{(t+1)+2}=\frac{2t+1}{t+3}$ за $t\neq -3$, па је

$$f(f(x))=f\Big(\frac{2x+1}{x+3}\Big)=\frac{2\cdot\frac{2x+1}{x+3}+1}{\frac{2x+1}{x+3}+3}=\frac{\frac{5x+5}{x+3}}{\frac{5x+10}{x+3}}=\frac{x+1}{x+2}$$

за $x \neq -3, -2$.
Одговор: **C**.

17. Ако је S врх, а O центар основе купе и A тачка са кружнице која ограничава основу купе, по условима задатка $\triangle SAO$ је правоугли, $\sphericalangle OSA = 60^\circ$, $\sphericalangle AOS = 90^\circ$. Притом је $AO = r$, $OS = h$ и $SA = s = h + 2$, где су r, h, s, редом, полупречник основе, висина и изводница купе. Следи $\frac{h}{h+2} = \frac{OS}{SA} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, па је $h = 2$, $r = 2\sqrt{3}$, а запремина купе $V = \frac{r^2 \pi h}{3} = 8\pi$.
Одговор: **D**.

18. Тангента у тачки $(x_0, x_0^2 - x_0)$ параболе је $y = (2x_0 - 1)x - x_0^2$, па је $2x_0 - 1 = 2$ и $p = -x_0^2$, односно $x_0 = \frac{3}{2}$ и $p = -\frac{9}{4}$.
Одговор: **C**.

19. Нека је квадрат смештен у координатну раван, тако да су координате два темена кроз које кружница пролази $A(0,0)$ и $B(a,0)$, а преостала два темена $C(a,a)$ и $D(0,a)$. Средиште странице CD је $E\left(\frac{a}{2}, a\right)$, а центар тражене кружнице O припада симетрали дужи AB, тј. правој $x = \frac{a}{2}$. Следи да је $O\left(\frac{a}{2}, y_0\right)$ (за неко y_0), па како је $OA = OE$, следи $\left(\frac{a}{2}\right)^2 + y_0^2 = (a - y_0)^2$, одакле је $y_0 = \frac{3a}{8}$. Следи да је пречник кружнице једнак $2 \cdot OE = 2 \cdot \left(a - \frac{3a}{8}\right) = \frac{5a}{4}$.
Одговор: **B**.

20. Како је детерминанта система $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & b \end{vmatrix} = 6b - 24$, за $b \neq 4$ систем има јединствено решење. Ако је $b = 4$, систем има бесконачно много решења $\left\{\left(x, \frac{1-5x}{2}, \frac{2-3x}{2}\right) \mid x \in \mathbb{R}\right\}$. Дакле, не постоји b за које систем нема решења.
Одговор: **E**.

21. $2014^3 - 2013 \cdot 2014 \cdot 2015 = 2014 \cdot \left(2014^2 - (2014-1)(2014+1)\right) = 2014 \cdot (2014^2 - 2014^2 + 1) = 2014$.
Одговор: **C**.

22. Ако је цена робе c, након првог појефтињења њена цена је била $0,9c$, а након другог $0,8(0,9c) = 0,72c$, тј. она је појефтинила за 28%.
Одговор: **D**.

23. Како је $\frac{2x+i}{y+i} = \frac{1+i\sin\alpha}{1-i\sin 3\alpha} \Leftrightarrow (2x+i)(1 - i\sin 3\alpha) = (y+i)(1 + i\sin\alpha) = \Leftrightarrow (2x - y + \sin 3\alpha + \sin\alpha) + i(y\sin\alpha - 2x\sin 3\alpha) = 0$ и како је $x, y \in \mathbb{R}$, следи $2x - y + \sin 3\alpha + \sin\alpha = 0$ и $y\sin\alpha - 2x\sin 3\alpha = 0$. Ако је $x = 0$, мора бити $y = 0$, па је $0 = \sin 3\alpha + \sin\alpha = 2\sin 2\alpha\cos\alpha$, што је немогуће, јер је $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$. Следи $y\sin\alpha = 2x\sin 3\alpha$, па како је $x \neq 0$ и $\sin\alpha \neq 0$ (јер је $\alpha \neq k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$), следи $\frac{y}{x} = -2 \cdot \frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha} = -2 \cdot \frac{3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha}{\sin\alpha} = -6 + 8\sin^2\alpha = -6 + 8 \cdot \frac{1-\cos 2\alpha}{2} = -2 - 4\cos 2\alpha$.
Одговор: **D**.

24. Како је $\frac{3 - \log_{10} 5}{\log_{10} 25} = \frac{\log_{10}\frac{10^3}{5}}{\log_{10} 5^2} = \log_{5^2} 200 = \frac{1}{2} \cdot \log_5 200 = \log_5(10\sqrt{2})$, следи $5^{\frac{3-\log_{10} 5}{\log_{10} 25}} = 5^{\log_5(10\sqrt{2})} = 10\sqrt{2}$.

Одговор: **A**.

25. Како је $|y| = \begin{cases} y, & \text{за } y \geqslant 0 \\ -y, & \text{за } y < 0 \end{cases}$, за $x < 0$ једначина је еквивалентна са $0 = -1$, тј. нема решења, а за $x > 0$ са $2x = 1$, тј. решење је $x = \frac{1}{2}$.
Одговор: **A**.

26. Ако је $t = \frac{1-x}{1+x}$, следи $t + tx = 1 - x$, односно $x = \frac{1-t}{1+t}$ за $x \neq -1$, $t \neq -1$. Следи $f(f(x)) = f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1-\frac{1-x}{1+x}}{1+\frac{1-x}{1+x}} = \frac{\frac{2x}{1+x}}{\frac{2}{1+x}} = x$ за $x \neq -1$.
Одговор: **A**.

27. Како је $a^2 = 0,09$ и $a^3 = -0,027$, следи $a < a^3 < a^2$.
Одговор: **B**.

28. Биномни коефицијент уз x^{1007} у развоју $(1+x)^{2014}$ је $\binom{2014}{1007}$, а у развоју $(1+x)^{2013}$ је $\binom{2013}{1006}$, па је њихов однос $\frac{\binom{2014}{1007}}{\binom{2013}{1006}} = \frac{\frac{2014!}{1007!1007!}}{\frac{2013!}{1006!1007!}} = \frac{2014}{1007} = 2$.
Одговор: **B**.

29. Како је $f(1) \neq f(2)$, из $f(f(1)) = f(f(2))$ следи $0 = (f(2))^2 - (f(1))^2 + b(f(2) - f(1)) = (f(2) - f(1))(f(2) + f(1) + b)$, па је $0 = (4 + 2b + c) + (1 + b + c) + b = 5 + 4b + 2c$, одакле је $b = -\frac{2c+5}{4}$ и $1 + b + c = \frac{2c-1}{4}$. Из $f(f(1)) = 0$ следи $0 = (1+b+c)^2 + b(1+b+c) + c = \left(\frac{2c-1}{4}\right)^2 - \frac{2c+5}{4} \cdot \frac{2c-1}{4} + c = -\frac{3}{2} \cdot \frac{2c-1}{4} + c = \frac{2c+3}{8}$, па је $f(0) = c = -\frac{3}{2}$.
Одговор: **C**.

30. Како је $s = \frac{1}{1-q}$ и $S = \frac{1}{1-Q}$, следи $q = \frac{1}{s} - 1$ и $Q = \frac{1}{S} - 1$. Ако је $|q| < 1$ и $|Q| < 1$, важи $|qQ| < 1$, па је $1 + qQ + q^2Q^2 + q^3Q^3 + \ldots = \frac{1}{1-qQ} = \frac{1}{1-\left(\frac{1}{s}-1\right)\left(\frac{1}{S}-1\right)} = \frac{sS}{sS-(1-s)(1-S)} = \frac{sS}{s+S-1}$.
Одговор: **A**.

31. Једначина је дефинисана за $x \in (0,1) \cup (1,\infty)$ и на овом скупу је еквивалентна са $\frac{x}{2014} = 2013^{\log_x 2014 - 1} = 2013^{\log_x \frac{2014}{x}} \Leftrightarrow \log_{2013} \frac{x}{2014} = \log_x \frac{2014}{x} = -\log_x \frac{x}{2014} = -\log_x 2013 \cdot \log_{2013} \frac{x}{2014} \Leftrightarrow 0 = \log_{2013} \frac{x}{2014} \cdot (1 + \log_x 2013) = \log_{2013} \frac{x}{2014} \cdot \log_x (2013x)$, тј. решења једначине су $x = 2014$ и $x = \frac{1}{2013}$, па је њихов производ $\frac{2014}{2013}$.
Одговор: **B**.

32. Ако су координате другог пресека круга са x-осом $(x_0, 0)$, на основу потенције на дати круг из тачке $(0,0)$ следи $6 \cdot 10 = 8 \cdot x_0$, односно $x_0 = \frac{15}{2}$.
Одговор: **C**.

33. Једначина је дефинисана за $x \geqslant 0$, $\sqrt{x-2} \geqslant 0$, $\sqrt{x+2}$, $\sqrt{x} + \sqrt{x-2} \neq 0$ и $\sqrt{x+2} + \sqrt{x} \neq 0$, тј. за $x \geqslant 2$. За овакве x следи $\frac{1}{4} = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x-2}}{2} + \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}{2} = \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}{2}$, па је еквивалентна са $\sqrt{x+2} = \frac{1}{2} - \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x + 2 = \frac{1}{4} - \sqrt{x-2} + x - 2 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = \frac{15}{4} \Leftrightarrow x = \frac{257}{16}$.

Друго решење. Функција $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}} - \frac{1}{4}$ је строго опадајућа и непрекидна на $[2,\infty)$ и важи $f(14) > 0$, $f(18) < 0$, па ова једначина има тачно

једно решење.
Одговор: **D**.

34. Важи $\sin^2 15^\circ = \frac{1-\cos 30^\circ}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{8}$ и $\cos^2 15^\circ = \frac{1+\cos 30^\circ}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{8}$, одакле је $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ и $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$. Ако је $\beta = \sphericalangle ABC$ и $\gamma = \sphericalangle BCA$, из $\triangle ABC$ следи $\gamma = 105^\circ - \beta$ и $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{CA} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = \frac{\sin(105^\circ-\beta)}{\sin\beta} = \frac{\cos(15^\circ-\beta)}{\sin\beta} = \frac{\cos 15^\circ \cos\beta + \sin 15^\circ \sin\beta}{\sin\beta} = \operatorname{ctg}\beta \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$, па је $4 = (3+\sqrt{3})\operatorname{ctg}\beta + (3-\sqrt{3})$, одакле је $\operatorname{ctg}\beta = \frac{1+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, па је $\beta = 60^\circ$. Дакле, $\triangle ABD$ је правоугли ($\sphericalangle ABC = 60^\circ$, $\sphericalangle BDA = 90^\circ$), па је $AD = AB \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2}$.
Одговор: **A**.

35. Ако је $P(a) = 0$, полином је дељив са $x - a$, па је $P(x)$ дељив са $(x+1)x(x-1)(x-2)$. Како је он четвртог степена, следи $P(x) = c(x+1)x(x-1)(x-2)$. Следи $12 = P(-2) = 24c$, односно $P(x) = \frac{1}{2}(x+1)x(x-1)(x-2)$, па је $P(3) = 12$.
Одговор: **E**.

36. Ако су x, y, z дужине ивица из врха пирамиде, по условима задатка је $\frac{xy}{2} = 6$, $\frac{yz}{2} = 8$, $\frac{xz}{2} = 12$, па је $xyz = 48\sqrt{2}$, а запремина пирамиде $V = \frac{xyz}{6} = 8\sqrt{2}$.
Одговор: **B**.

37. Ако је $y = 1$, следи $x = 1$, па је $x, y \in (0,1)\cup(1,\infty)$, $p \neq q$, $p, q \neq 0$. При тим условима следи $y \ln x = x \ln y$ и $p \ln x = q \ln y$, па је $y = \frac{px}{q}$. Даље је $p \ln x = q \ln \frac{px}{q} = q \ln \frac{p}{q} + q \ln x$, одакле је $\ln x = \frac{q}{p-q} \ln \frac{p}{q}$ и $\ln y = \frac{p}{p-q} \ln \frac{p}{q}$. Следи $\ln(xy) = \ln x + \ln y = \frac{p+q}{p-q} \ln \frac{p}{q} = \ln\left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{p+q}{p-q}}$, односно $xy = \left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{p+q}{p-q}}$.
Одговор: **D**.

38. Неједначина је дефинисана за $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ и $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$. Како је, за такве x, $\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x}$ и $\operatorname{tg} 3x = \frac{3\operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1-3\operatorname{tg}^2 x}$, следи да је неједначина еквивалентна са $0 < \operatorname{tg} x \cdot ((1-\operatorname{tg}^2 x)(1-3\operatorname{tg}^2 x) + 2\operatorname{tg} x \cdot (3\operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x)) = \operatorname{tg} x \cdot (1 + 2\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^4 x) = \operatorname{tg} x \cdot (1+\operatorname{tg}^2 x)^2$, па је решење неједначине $x \in \bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}} \Big[\big(k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi\big) \cup \big(\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi\big) \cup \big(\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\big)\Big]$.
Одговор: **B**.

39. Нека су R и $\varphi \in [0, 2\pi]$, редом, полупречник и угао исечка, а r и h, редом, полупречник и висина одговарајуће купе. Обим основе купе једнак је дужини лука исечка, па је $R\varphi = 2\pi r$. Троугао чије су странице r, h, R је правоугли са хипотенузом R, па је $h^2 = R^2 - r^2 = \frac{R^2}{4\pi^2} \cdot (4\pi^2 - \varphi^2)$. Следи да је запремина $V(\varphi) = \frac{r^2\pi h}{3} = \frac{R^3}{24\pi^2} \cdot \big(\varphi^2 \cdot \sqrt{4\pi^2 - \varphi^2}\big)$, па како је $V'(\varphi) = \frac{R^3}{24\pi^2} \cdot \frac{\varphi}{\sqrt{4\pi^2-\varphi^2}} \cdot (8\pi^2 - 3\varphi^2)$, следи $V'(\varphi) > 0$ (тј. $V(\varphi)$ расте) на $\big(0, \frac{2\pi}{3} \cdot \sqrt{6}\big)$, $V'(\varphi) < 0$ (тј. $V(\varphi)$ опада) на $\big(\frac{2\pi}{3} \cdot \sqrt{6}, 2\pi\big)$, па је запремина највећа за $\varphi = \frac{2\pi}{3} \cdot \sqrt{6}$.
Одговор: **B**.

40. Ако је у комисији студент електротехнике, мора у њој бити и студент математике, а од преосталих 8 чланова бира се 4 и то се може урадити на $\binom{8}{4}$ начина. Уколико он није у комисији, ако је у комисији студент математике од преосталих 8 чланова бира се 5, тј. постоји $\binom{8}{5}$ таквих комисија, а ако у комисији није ни студент математике, од преосталих 8 чланова бира се 6 и то се може урадити на $\binom{8}{6}$ начина. Дакле, укупан број могућих комисија је $\binom{8}{4}+\binom{8}{5}+\binom{8}{6}=70+56+28=154$.

Друго решење. Шесточланих комисија има $\binom{10}{6}$. Нису одговарајуће оне у којима је студент електротехнике, а није студент математике, а у таквим се преосталих 5 чланова могу изабрати на $\binom{8}{5}$ начина. Дакле, тражених комисија има $\binom{10}{6}-\binom{8}{5}=154$.
Одговор: **D**.

41. Функција $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ је бијекција и важи $g^{-1}(x)=\frac{x+2}{3}$, па је $f(g^{-1}(4))-g^{-1}(f(3))=f(2)-g^{-1}(10)=5-4=1$.
Одговор: **B**.

42. Вредност уоченог израза је 3.
Одговор: **E**.

43. Како је $a=\log_{\sqrt{2}}\sqrt[3]{64}-\sqrt[3]{3}^{\log_{\sqrt{3}}27}=\log_{2^{\frac{1}{2}}}(2^6)^{\frac{1}{3}}-3^{\frac{1}{3}\cdot\log_{3^{\frac{1}{2}}}3^3}=2\cdot\log_2 2^2-3^{\frac{1}{3}\cdot 2\cdot\log_3 3^3}=4-3^2=-5$, следи $(a+9)^{a+\frac{9}{2}}=4^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$.
Одговор: **B**.

44. Једначина је дефинисана за $10+x\geqslant 0$, $5-x\geqslant 0$ и $1+x\geqslant 0$, тј. за $x\in[-1,5]$ и за такве x је еквивалентна са $\sqrt{10+x}=\sqrt{1+x}+\sqrt{5-x}\Leftrightarrow 10+x=1+x+2\sqrt{(1+x)(5-x)}+5-x\Leftrightarrow 4+x=2\sqrt{-x^2+4x+5}\Leftrightarrow x^2+8x+16=-4x^2+16x+20\Leftrightarrow 0=5x^2-8x-4=(x-2)(5x+2)$. Како $-\frac{2}{5},2\in[-1,5]$, ово су решења једначине и њихов производ је $-\frac{4}{5}$.
Одговор: **D**.

45. Ако је првог дана продато x књига, другог је продато $\frac{x}{0{,}6}$, а трећег $\left(x+\frac{x}{0{,}6}\right)\cdot\frac{3}{4}$, па је $10500=x+\frac{x}{0{,}6}+\left(x+\frac{x}{0{,}6}\right)\cdot\frac{3}{4}=\left(x+\frac{x}{0{,}6}\right)\cdot\frac{7}{4}=x\cdot\left(1+\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{7}{4}=\frac{14}{3}\cdot x$, па је $x=2250$.
Одговор: **C**.

46. За $a,b>0$, $a\neq b$ важи $\left(\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}}:\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}+b}\right)\cdot\left(a+b+2\sqrt{ab}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{2\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-\sqrt{ab}+b)}\cdot\frac{a-\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=\left(1-\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=\frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\cdot\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=-\sqrt{a}-\sqrt{b}$.
Одговор: **C**.

47. Ако је $z=x+iy$, $x,y\in\mathbb{R}$, следи $|z-1+i|=|z-2+2i|\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+1)^2=(x-2)^2+(y+2)^2\Leftrightarrow x-y=3$ и $|z|=|z-1-i|\Leftrightarrow x^2+y^2=(x-1)^2+(y-1)^2\Leftrightarrow x+y=1$, па је $x=2$, $y=-1$. Следи $\mathrm{Im}(i\bar{z})=\mathrm{Im}(-y+ix)=x=2$.
Одговор: **B**.

48. Неједначина је еквивалентна са $0\geqslant 3\cdot\frac{81^x}{16^x}-5\cdot\frac{36^x}{16^x}+2=3\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^{2x}-5\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^x+2=\left(\left(\frac{9}{4}\right)^x-1\right)\left(3\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^x-2\right)$. Како је $\left(\frac{9}{4}\right)^x\geqslant 1$ ако и само ако је $x\geqslant 0$, а $\left(\frac{9}{4}\right)^x\geqslant\frac{2}{3}=\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ако и само ако је $x\geqslant-\frac{1}{2}$, следи да је решење неједначине

$x \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$.
Одговор: **E**.

49. Ако је a_n n-ти члан, d корак, а S_n збир првих n чланова прогресије, следи $a_n = a_1 + (n-1)d$ и $S_n = na + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d$ за $n \in \mathbb{N}$, па је $S_9 = S_5 + 164 \Leftrightarrow 9a_1 + 36d = 164 + 5a_1 + 10d \Leftrightarrow 2a_1 + 13d = 82$ и $a_9 + 14 = 2a_6 \Leftrightarrow a_1 + 8d + 14 = 2a_1 + 10d \Leftrightarrow a_1 + 2d = 14$. Следи $a_1 = 2$, $d = 6$, па је $a_1 = 2$, $a_2 = 8$ и $a_1 a_2 = 16$.
Одговор: **A**.

50. Неједначина је дефинисана за $x \neq -\frac{5}{2}, 2$ и за такве x је еквивалентна са $0 > \frac{x^2-5x-5}{2x^2+x-10} + 1 = \frac{3x^2-4x-15}{2x^2+x-10} = \frac{(5x+3)(x-3)}{(2x+5)(x-2)}$, па је њено решење $x \in \left(-\frac{5}{2}, -\frac{5}{3}\right) \cup (2,3)$. Дакле, једнини цео број који задовољава ову неједначину је -2.
Одговор: **D**.

51. Једначина је еквивалентна са $0 = 1 + \sin x + \sin^4 x - \cos^2 x = 1 + \sin x + (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = 1 + \sin x + 2\sin^2 x - 1 = \sin x(2\sin x + 1)$, па су решења једначине $x = k\pi$, $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$, $x = \frac{7\pi}{6} + k\pi$, где је $k \in \mathbb{Z}$. Дакле, највеће негативно решење је $-\frac{\pi}{6}$, а најмање позитивно π, па је њихов збир $-\frac{\pi}{6} + \pi = \frac{5\pi}{6}$.
Одговор: **A**.

52. Како је $Q(x) = (x+1)^2$, следи да $Q(x) \mid P(x)$ ако и само ако је $P(-1) = P'(-1) = 0$. Како је $P'(x) = 5x^4 + 3ax^2 + b$, следи $-1 - a - b = 0 = 5 + 3a + b$, односно $a = -2, b = 1$, па је $a^2 + b^2 = 5$.
Одговор: **C**.

53. Нека је r полупречник основе, h_V висина ваљка, а h_K и s, редом, висина и изводница купе. Из једнакости запремина следи $r^2\pi h_V = \frac{r^2\pi h_K}{3}$, односно $h_K = 3h_V$, а како је $h_K = h_V + 6$, следи $h_K = 9$, $h_V = 3$ и $s = \sqrt{r^2 + h_K^2} = 15$, па је однос површина ваљка и купе $\frac{2r\pi(r+h_V)}{r\pi(r+s)} = \frac{2(r+h_V)}{r+s} = \frac{10}{9}$.
Одговор: **E**.

54. Једначина је квадратна за $m \neq 0$, а за такво m има реална решења ако и само ако је $0 \leqslant 4m^2 - 4m(m-2) = 8m$, односно једначина је квадратна и има реална решења ако је $m > 0$. За $m > 0$, по Виетовим правилима $0 > x_1x_2 = \frac{m-2}{m} \Leftrightarrow m \in (0,2)$, тј. решења једначине су различитог знака за $m \in (0,2)$.
Одговор: **E**.

55. Једначина је дефинисана за $x - 2 > 0$, $x + 2 > 0$ и $x^2 - 4 > 0$, тј. за $x > 2$ и за такве x је еквивалентна са $\frac{1}{2} + \log\sqrt{x^2-4} = \log\sqrt{x-2} + \log\sqrt{x+2} + 2\log\sqrt{x^2-4} = \log\sqrt{x^2-4} + \log(x+2) \Leftrightarrow \log(x+2) = \frac{1}{2}$, па је $x = \sqrt{10} - 2$. Међутим, како је $\sqrt{10} - 2 < 2$, ово није решење, па једначина нема реалних решења.
Одговор: **A**.

56. Ако се број завршава са 5, прва цифра је парна цифра различита од 0 (и може се изабрати на 4 начина), а преостале 3 било која од 5 парних цифара, па оваквих бројева има $4 \cdot 5^3$. Ако се број завршава са 0, једна од прве 4 цифре је непарна; ако је у питању прва цифра, она се може изабрати као произвољна од

5 непарних цифара, а на преостала 3 места се бира произвољна од 5 парних цифара, па оваквих бројева има $5 \cdot 5^3$; ако је у питању нека од преостале 3 цифре, позиција те цифре се може изабрати на 3 начина, након тога цифра на тој позицији је било која од 5 непарних цифара, прва цифра може бити било која парна цифра различита од 0 (4 могућности), а на преостала два слободна места се може бирати било која од 5 парних цифара, па оваквих бројева има $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 5^2 = 12 \cdot 5^3$. Дакле, укупан број тражених бројева је $4 \cdot 5^3 + 5 \cdot 5^3 = 12 \cdot 5^3 = 21 \cdot 5^3$.
Одговор: **E**.

57. Како је $\cos 160^\circ - 2\cos 140^\circ = 2\cos 40^\circ - \cos 20^\circ = \cos 40^\circ + (\cos 40^\circ - \cos 20^\circ) = \cos 40^\circ - 2\sin 10^\circ \sin 30^\circ = \sin 50^\circ - \sin 10^\circ = 2\sin 20^\circ \cos 30^\circ$, следи $\frac{\cos 160^\circ - 2\cos 140^\circ}{\sin 20^\circ \cos 30^\circ} = 2$.
Одговор: **B**.

58. Асимптоте хиперболе $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ су $y = \frac{bx}{a}$ и $y = -\frac{bx}{a}$, па је $\frac{b^2}{a^2} = \frac{4}{9}$. Ако је права $y = kx + n$ тангента ове хиперболе, следи $a^2k^2 - b^2 = n^2$, па је $a^2 - b^2 = 20$. Следи $a^2 = 36$, $b^2 = 16$, па је $a^2 + b^2 = 52$.
Одговор: **A**.

59. Биномни коефицијенти уз трећи и четврти члан су, редом, $\binom{n}{2}$ и $\binom{n}{3}$, па је $\binom{n}{3} = 671\binom{n}{2}$, односно $n = 2015$. Чланови развоја су облика $\binom{2015}{k} \cdot 11^{\frac{k}{5}} \cdot 5^{\frac{2015-k}{11}}$ за $k \in \mathbb{Z}, 0 \leqslant k \leqslant 2015$. Како је $(5, 11) = 1$, они су цели ако и само ако $5 \mid k$ и $11 \mid 2015-k$, тј. ако и само ако је $k = 55l+35$ за неко $l \in \mathbb{Z}$, па су чланови развоја цели за $0 \leqslant l \leqslant 36$, односно постоји 37 чланова развоја који су цели бројеви. Дакле, број чланова у овом развоју који нису цели бројеви је $2016 - 37 = 1979$,
Одговор: **C**.

60. Нека је $b = CA$, $a = BC$. Како је површина $\triangle ABC$ једнака $\sqrt{3}$, следи $\sqrt{3} = \frac{ab\sin\sphericalangle BCA}{2} = \frac{ab\sqrt{3}}{4}$, односно $ab = 4$. На основу косинусне теореме следи $24 = AB^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\sphericalangle BCA = a^2 + b^2 - ab = (a+b)^2 - 3ab$, па је $(a+b)^2 = 24 + 3ab = 36$, одакле је $a + b = 6$.
Одговор: **D**.

61. $\left(\sqrt{6} - \frac{6}{\sqrt{6}+2}\right) : \left((\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2})(\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2})\right) = \frac{6+2\sqrt{6}-6}{\sqrt{6}+2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$ $= \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}$.
Одговор: **A**.

62. За $x > 0$ је $f(x) = 2\log_2 x + 5(2 + \log_2 x) = 7\log_2 x + 10$, па је $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 7 \cdot \left(\log_2 x + \log_2 \frac{1}{x}\right) + 20 = \log_2 1 + 20 = 20$.
Одговор: **E**.

63. Неједначина је дефинисана за $x \neq 0$. За $x > 0$ она је еквивалентна са $x^2 \geqslant 1$, тј. $x \in [1, \infty)$, а за $x < 0$ са $x^2 \leqslant 1$, тј. $x \in [-1, 0)$, па је њено решење $x \in [-1, 0) \cup [1, \infty)$.
Одговор: **E**.

64. Како је $|x^2 + 3x + 2| - 3|x + 2| = |x + 1| \cdot |x + 2| - 3|x + 2| = |x + 2| \cdot (|x + 1| - 3)$,

следи да је или $|x+2|=0$ (односно $x=-2$) или $|x+1|=3$ (односно или $x+1=3$, тј. $x=2$, или $x+1=-3$, тј. $x=-4$). Дакле, збир решења једначине је $-2+2+(-4)=-4$.
Одговор: **B**.

65. Ако је d корак прогресије, следи $a_1=a_3-2d$ и $a_5=a_3+2d$, па је $-12=3a_3 \Leftrightarrow a_3=-4$ и $80=a_3(a_3-2d)(a_3+2d)=a_3(a_3^2-4d^2)=(-4)(16-4d^2) \Leftrightarrow d^2=9$. Како је низ растући, следи $d=3$, па је $a_1=a_3-2d=-4-2\cdot 3=-10$.
Одговор: **E**.

66. Неједначина је еквивалентна са $0 \geqslant 2\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^{2x}-\left(\frac{5}{2}\right)^{x}-10=\left(\left(\frac{5}{2}\right)^{x}+2\right)\cdot\left(2\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^{x}-5\right) \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{x} \leqslant \frac{5}{2}=\left(\frac{5}{2}\right)^{1} \Leftrightarrow x \leqslant 1$, тј. њено решење је $x\in(-\infty,1]$.
Одговор: **D**.

67. Како је $1200=2^4\cdot 3\cdot 5^2$ растављање на просте факторе броја 1200, различити природних делиоци су облика $2^a\cdot 3^b\cdot 5^c$, где је $a\in\{0,1,2,3,4\}$, $b\in\{0,1\}$, $c\in\{0,1,2\}$, тј. има их $5\cdot 2\cdot 3=30$.
Одговор: **C**.

68. Како је $Q(x)=(x+2)^2$, следи да $Q(x)\mid P(x)$ ако и само ако је $P(-2)=P'(-2)=0$. Како је $P'(x)=4x^3+3ax^2+b$, следи $16-8a-2b=0=-32+12a+b$, односно $a=3, b=-4$. Како је остатак при дељењу полинома $P(x)$ полиномом $x-x_0$ једнак $P(x_0)$, следи да је остатак при дељењу $P(x)$ са $x-2$ једнак $P(2)=2^4+3\cdot 2^3+(-4)\cdot 2=32$.
Одговор: **C**.

69. Како је $x-iy+|2z+i|=3+i$, следи $y=-1$ и $3-x=|2z+i|=|2x-i|=\sqrt{4x^2+1}$, што је за $x\leqslant 3$ еквивалентно са $0=4x^2+1-(3-x)^2=3x^2+6x-8$, одакле је $x_1=-1-\sqrt{\frac{11}{3}}$ и $x_2=-1+\sqrt{\frac{11}{3}}$ (и, по Виетовим правилима, је $x_1+x_2=-2$). Како је $x_1<x_2<3$, ово су решења горње једначине, па су тражени комплексни бројви x_1-i и x_2-i, а њихов збир је $(x_1+x_2)-2i=-2-2i$.
Одговор: **B**.

70. Пресеци са осама су $A(0,a)$, $B(-a,0)$, $C(0,-b)$ и $D(b,0)$ $(a,b>0)$, па је $AC=BD=a+b$ и $ABCD$ је четвороугао са нормалним дијагоналама AC и BD, односно његова површина је $\frac{AC\cdot BD}{2}=\frac{(a+b)^2}{2}=200$, па је $a+b=20$.
Одговор: **C**.

71. $\sin 2004^\circ=\frac{2\operatorname{tg}1007^\circ}{1+\operatorname{tg}^2 1007^\circ}=\frac{2m}{1+m^2}$.
Одговор: **A**.

72. Једначина је дефинисана за $2x-3\geqslant 0$, $x+2\geqslant 0$ и $3-x\geqslant 0$, тј. за $x\in\left[\frac{3}{2},3\right]$ и за такве x је еквивалентна са $\sqrt{x+2}=\sqrt{2x-3}-\sqrt{3-x}$, па следи $x+2=(2x-3)-2\sqrt{(2x-3)(3-x)}+3-x$, односно $0=1+\sqrt{(2x-3)(3-x)}>0$, те ова једначина нема реалних решења.
Одговор: **A**.

73. Како је $1+i+i^2+i^3=1+i-1-i=0$ и $i^{4n}=1$ за $n\in\mathbb{Z}$, следи

$$\sum_{n=0}^{2014} i^n = \sum_{n=0}^{2015} i^n - i^{2015} = \sum_{m=0}^{503} \left[i^m (1+i+i^2+i^3) \right] - i^{4\cdot 503+3} = -i^3 = i.$$
Одговор: **B**.

74. Једначина је дефинисана за $x^2 \neq 0,1$ и $x^4 \neq 0,1$, односно за $x \neq -1,0,1$ и за такве x је еквивалентна са $\frac{3}{2} = \log_{x^2} 5 + \log_{(x^2)^2} 5 = \log_{x^2} 5 + \frac{1}{2} \cdot \log_{x^2} 5 = \frac{3}{2} \cdot \log_{x^2} 5$, па је $\log_{x^2} 5 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 5$. Дакле, решења једначине су $x = -\sqrt{5}$ и $x = \sqrt{5}$, а њихов збир квадрата је 10.
Одговор: **A**.

75. Добијено тело се састоји од ваљка, полупречника базе $r_V = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ и висине $h_V = a$ и две купе, полупречника базе $r_K = r_V$ и висине $h_K = \frac{a}{2}$, па је запремина тела $V = r_V^2 \pi h_V + 2 \cdot \frac{r_K^2 \pi h_K}{3} = \frac{3a^3\pi}{4} + 2 \cdot \frac{3a^3\pi}{24} = a^3\pi$.
Одговор: **D**.

76. Како је $|y| = \begin{cases} y, & \text{за } y \geqslant 0 \\ -y, & \text{за } y < 0 \end{cases}$ и како је $x^2 - 2x < 0 \Leftrightarrow x \in (0,2)$ и $-x^2 + 5x - 6 < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 2) \cup (3, \infty)$, следи да је

$$f(x) = \begin{cases} -(x^2-2x) - (-x^2+5x-6) = 6 - 3x, & \text{за } x \in \left[\frac{3}{2}, 2\right) \\ (x^2-2x) + (-x^2+5x-6) = 3x - 6, & \text{за } x \in \left[2, \frac{5}{2}\right] \end{cases},$$

следи да је $\frac{3}{2} = f\left(\frac{3}{2}\right) = f\left(\frac{5}{2}\right)$ највећа, а $0 = f(2)$ најмања вредност функције $f(x)$ на $\left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right]$.
Одговор: **E**.

77. Једначина је дефинисана за $x \in \mathbb{R}$ и еквивалентна са $0 < 2\sin 2x \cos 2x - \cos 2x = \cos 2x (2 \sin 2x - 1)$. Како је

$$\begin{array}{lcl} \cos 2x > 0, \text{за } x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right), & & \sin 2x > \frac{1}{2}, \text{за } x \in \left(\frac{\pi}{12} \, \frac{5\pi}{12}\right), \\ \cos 2x = 0, \text{за } x \in \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\} & \text{и} & \sin 2x = \frac{1}{2}, \text{за } x \in \left\{\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right\} \\ \cos 2x < 0, \text{за } x \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right) & & \sin 2x < \frac{1}{2}, \text{за } x \in \left(0, \frac{\pi}{12}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12}, \pi\right) \end{array},$$

то је на интервалу $(0, \pi)$ решење ове неједначине $x \in \left(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{12}, \frac{3\pi}{4}\right)$.
Одговор: **A**.

78. Права p је $y = -2x - 2$, а хипербола $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{7} = 1$. Ако је $y = -2x + n$ тангента хиперболе, следи $n^2 = 4 \cdot (-2)^2 - 7 = 9$, па једначине тангенти хиперболе паралелних са p су $t_1 : y = -2x - 3$ и $t_2 : y = -2x + 3$. Како је $-3 < -2 < 3$, следи да p не сече хиперболу, а како је $3 - (-2) > (-2) - (-3)$, следи да је најближа тачка хиперболе правој p додирна тачка t_1 и хиперболе, тј. тачка $N\left(-\frac{8}{3}, \frac{7}{3}\right)$. Тачка M припада p и припада нормали на t_1 у N, чија је једначина $y = \frac{1}{2}\left(x + \frac{8}{3}\right) + \frac{7}{3}$, одакле следи $M\left(-\frac{34}{15}, \frac{38}{15}\right)$, па је вредност траженог израза $5 \cdot \left(\frac{38}{15}\right) - 5 \cdot \left(-\frac{34}{15}\right) = 5 \cdot \frac{72}{15} = 24$.
Одговор: **C**.

79. Како је $\cos x + |\cos x| = \begin{cases} 2\cos x, & \text{ако је } \cos x \geqslant 0 \\ 0, & \text{ако је } \cos x < 0 \end{cases}$, следи да је $0 \leqslant \cos x + |\cos x| \leqslant 2$. Како $2 - \frac{2}{\pi} x$ узима вредности у $[0,2]$ ако и само ако је $x \in [0, \pi]$, ван

интервала $[0, \pi]$ једначина нема решења. Како су $x = 0$ и $x = \pi$ решења и како на $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ важи $\cos x + |\cos x| = 0$ и $2 - \frac{2}{\pi}x < 0$, довољно је још испитати колико једначина има решења на $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, тј. одредити колико на овом интервалу има нула функција $f(x) = 2 - \frac{2}{\pi}x - 2\cos x$.
Важи $f'(x) = -\frac{2}{\pi} + 2\sin x$ и $f''(x) = 2\cos x > 0$ на $(0, \pi)$, па како је $f'(0) = -\frac{2}{\pi} < 0$ и $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{2}{\pi} > 0$, постоји $x_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ тако да је $f'(x) < 0$ за $x \in (0, x_1)$ и $f'(x) > 0$ за $x \in \left(x_1, \frac{\pi}{2}\right)$. Како је $f(0) = 0$ и функција строго опада на $(0, x_1)$, на овом интервалу $f(x)$ нема нула. Како је $f(x_1) < 0$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 > 0$ и $f(x)$ је непрекидна и строго расте на $\left(x_1, \frac{\pi}{2}\right)$, на овом интервалу функција има тачно једну нулу x_2.
Дакле, једначина има три реална решења, $0, x_2, \pi$.
Одговор: **D**.

80. Једначина праве CA је $y = \frac{2}{3} \cdot x$, а праве BC је $y = -2x + 8$. Ако су координате тачке $M(m, 0)$ (за неко $m \in (0, 3)$), тачка Q припада правој CA и правој $x = m$, па су њене координате $\left(m, \frac{2m}{3}\right)$, а тачка P припада правој BC и $y = \frac{2m}{3}$ (то је права PQ, паралелна AB), па су координате тачке $P\left(4 - \frac{m}{3}, \frac{2m}{3}\right)$. Следи да је $QM = \frac{2m}{3}$ и $PQ = 4 - \frac{m}{3} - m = \frac{4}{3}(3 - m)$, па је површина $MNPQ$ код кога тачка M има координате $(m, 0)$ $(m \in (0, 3))$ једнака $P(m) = \frac{8}{9}(3m - m^2)$. Како је $P'(m) = \frac{8}{9}(3 - 2m)$, следи да $P(m)$ расте на $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ (јер је на том скупу $P'(m) > 0$), а опада на $\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ (јер је на том скупу $P'(m) < 0$), па се максимална површина достиже за $m = \frac{3}{2}$ и тада је $M\left(\frac{3}{2}, 0\right)$, $P\left(\frac{7}{2}, 1\right)$, одакле је $MP = \sqrt{\left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}\right)^2 + (1 - 0)^2} = \sqrt{5}$.
Одговор: **D**.

81. $J = \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{a^2 - b^2} = \frac{2(a^2 + b^2)}{a^2 - b^2} = 10$.
Одговор: **E**.

82. $\frac{11+2i}{3-4i} = \frac{11+2i}{3-4i} \cdot \frac{3+4i}{3+4i} = \frac{25+50i}{3^3+4^2} = \frac{25+50i}{25} = 1 + 2i$.
Одговор: **B**.

83. $f_1(x) = f_2(x) = 1$ за $x \in \mathbb{R}$, а $f_3(x) = 1$ за $x \neq \frac{k\pi}{2}$, где је $k \in \mathbb{Z}$, па је $f_1 = f_2 \neq f_3$.
Одговор: **B**.

84. по Виетовим правилима је $x_1 + x_2 = -5$ и $x_1 x_2 = -9$, па је $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)\left((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2\right) = (-5) \cdot \left((-5)^2 - 3 \cdot (-9)\right) = -5 \cdot 52 = -260$.
Одговор: **E**.

85. Ако n-ти члан низа a_n, за $n \in \mathbb{N}$, и d корак прогресије, следи $a_n = a_1 + (n-1)$ за $n \in \mathbb{N}$, па је $21 = a_1 + a_2 + a_3 = 3a_1 + 3d$ и $6 = a_3 - a_1 = 2d$, одакле је $a_1 = 4$, $d = 3$ и $a_8 = 4 + 7 \cdot 3 = 25$.
Одговор: **C**.

86. Како је $a = \log_2 \sqrt{5} = \frac{1}{2}\log_2 5$, следи $\log_2 5 = 2a$, па је $\log_{10} 2 = \frac{1}{\log_2 10} = \frac{1}{1 + \log_2 5} = \frac{1}{1+2a}$.
Одговор: **D**.

87. Како је $|y| = \begin{cases} y, & \text{за } y \geqslant 0 \\ -y, & \text{за } y < 0 \end{cases}$, следи

1° ако је $x < 0$, једначина је еквивалентна са $-x - x + 1 = x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$, тј. у овом случају нема решења;

2° ако је $0 \leqslant x < 1$, једначина је еквивалентна са $x - x + 1 = x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$, тј. ово је једно решење једначине;

3° ако је $1 \leqslant x$, једначина је еквивалентна са $x + x - 1 = x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$, тј. ово је једно решење једначине;

па је производ решења једначине $\frac{3}{4}$.
Одговор: **C**.

88. По условима задатка је $x^{2014} + x^{2013} + ax + b = R(x)(x^2 - 1)$ за неки полином $R(x)$. Заменом $x = -1$ и $x = 1$ у претходну везу добија се $-a + b = 0$ и $2 + a + b = 0$, па је $a = b = -1$ и $2a - 5b = 3$.
Одговор: **A**.

89. Од 6 девојака 3 се могу изабрати на $\binom{6}{3}$ начина, а, независно од тога, од 7 младића 2 се могу изабрати на $\binom{7}{2}$ начина, па се екипа може саставити на $\binom{6}{3} \cdot \binom{7}{2} = 420$ начина.
Одговор: **A**.

90. Како је $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = \left(\frac{8}{17}\right)^2$ и како је $\cos\alpha < 0$ за $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, следи $\cos\alpha = -\frac{8}{17}$, па је $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha + \sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{8}{17} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{15}{17} = \frac{7\sqrt{2}}{34}$.
Одговор: **B**.

91. Важи $2\sin^2 x = \sin 2x = 2\sin x \cos x \Leftrightarrow \sin x(\sin x - \cos x) = 0$. Ако је $\sin x = 0$, следи $x = k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$. Ако је $\sin x - \cos x = 0$, следи $\cos x \neq 0$ и $\operatorname{tg} x = 1$, па је $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$. Интервалу $[-\pi, \pi]$ припада 5 решења ове једначине (то су $-\pi, -\frac{3\pi}{4}, 0, \frac{\pi}{4}, \pi$).
Одговор: **C**.

92. Како је $a < b < c$, највећи угао је наспрам странице c. Ако је то угао $\gamma \in (0, \pi)$, на основу косинусне теореме је $\cos\gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{(-6)}{6\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, па је $\gamma = \frac{3\pi}{4}$.
Одговор: **D**.

93. Како је $6\pi = V = r^2\pi H$ и $4\pi = M = 2r\pi H$, следи $r^2H = 6$ и $rH = 2$, па је $r = 3$, $H = \frac{2}{3}$ и $\frac{r}{H} = \frac{9}{2}$.
Одговор: **E**.

94. Једначина праве AB је $y - 2 = \frac{-7-2}{4-1} \cdot (x - 1)$, тј. $y = -3x + 5$. Ако је $y = kx + n$ једначина праве CD, како је $CD \perp AB$ следи $k = \frac{1}{3}$, а како та права садржи и тачку C, следи $n = -3 - 6k = -5$, тј. њена једначина је $y = \frac{1}{3} \cdot x - 5$. Како D припада и AB и CD, следи $y_0 = -3x_0 + 5$ и $y_0 = \frac{1}{3} \cdot x_0 - 5$, па је $x_0 = 3$, $y_0 = -4$ и $x_0y_0 = -12$.

Одговор: **А**.

95. Полара тачке A у односу на кружницу $x^2+y^2=2$ је $2x+4y=2$, њени пресеци са кружницом су $(-1,1)$ и $\left(\frac{7}{5},-\frac{1}{5}\right)$, а то су додирне тачке тангенти из A са кружницом, па су једначине тих тангенти $y=x+2$ и $y=7x-10$, а њихови пресеци са y-осом $B(0,2)$ и $C(0,-10)$. Следи да је $BC=12$, а како је растојање тачке A од y-осе једнако 2, следи да је површина $\triangle ABC$ једнака $\frac{12\cdot 2}{2}=12$.

Одговор: **D**.

96. Једначина има реална решења ако и само ако је $0\leqslant (m-3)^2-4(m+5)=m^2-10m-11=(m+1)(m-11)\Leftrightarrow m\in(-\infty,-1\,]\cup(11,\infty)$. За такве m решења x_1 и x_2 су негативна ако и само ако је $x_1x_2>0$ и $x_1+x_2<0$. По Виетовим правилима ово је еквивалентно са $m+5>0$ и $m-3<0$, тј. са $m\in(-5,3)$. Дакле, једначина има два негативна решења ако и само ако је $m\in(-5,-1\,]$, а у овом скупу има 4 цела броја.

Одговор: **B**.

97. Како је $x^2-4x-5=(x+1)(x-5)$, неједначина је дефинисана за $x\neq -1,5$. За такве x еквивалентна је са $0\geqslant 2-\frac{x^2+x-28}{x^2-4x-5}=\frac{x^2-9x+18}{(x+1)(x-5)}=\frac{(x-3)(x-6)}{(x+1)(x-5)}$, па је њено решење $x\in(-1,3\,]\cup(5,6\,]$.

Одговор: **B**.

98. Једначина је дефинисана за $x-3\geqslant 0$ и $8-x\geqslant 0$, тј. за $3\leqslant x\leqslant 8$ и за овакве x је еквивалентна са $9=(x-3)+2\sqrt{(x-3)(8-x)}+(8-x)=5+2\sqrt{-x^2+11x-24}\Leftrightarrow\sqrt{-x^2+11x-24}=2\Leftrightarrow 0=x^2-11x+28=(x-4)(x-7)$, тј. њена решења су $x=4$ и $x=7$.

Одговор: **А**.

99. Једначина је дефинисана за $x\neq 0$ и за такве x је еквивалентна са $0=4^{2(x-\frac{1}{x})}+4^{x-\frac{1}{x}}-72=\left(4^{x-\frac{1}{x}}-8\right)\cdot\left(4^{x-\frac{1}{x}}+9\right)\Leftrightarrow 4^{x-\frac{1}{x}}=8=4^{\frac{3}{2}}\Leftrightarrow x-\frac{1}{x}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow 0=x^2-\frac{3}{2}\cdot x-1=\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-2)$. Дакле, решења једначине су $x=-\frac{1}{2}$ и $x=2$, а њихов производ је -1.

Одговор: **D**.

100. Неједначина је дефинисана за $0<x^2-x+\frac{19}{16}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{15}{16}$ и $0<\log_2\left(x^2-x+\frac{19}{16}\right)\Leftrightarrow 1<x^2-x+\frac{19}{16}\Leftrightarrow 0<x^2-x+\frac{3}{16}=\left(x-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(x-\frac{3}{4}\right)$, тј. за $x\in\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{3}{4},\infty\right)$. За такве x еквивалентна је са $\log_2\left(x^2-x+\frac{19}{16}\right)\leqslant 2\Leftrightarrow x^2-x+\frac{19}{16}\leqslant 4\Leftrightarrow 0\geqslant x^2-x-\frac{45}{16}=\left(x+\frac{5}{4}\right)\cdot\left(x-\frac{9}{4}\right)$. Дакле, решење неједначине је $x\in\left[-\frac{5}{4},\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{3}{4},\frac{9}{4}\right]$.

Одговор: **А**.

101. $\left(4\frac{1}{8}-0,004\cdot 300\right):29,25+\left(4\frac{1}{5}-3\frac{1}{2}\right):70=\left(\frac{33}{8}-\frac{6}{5}\right):\frac{117}{4}+\left(\frac{21}{5}-\frac{7}{2}\right):70=\frac{117}{40}\cdot\frac{4}{117}+\frac{7}{10}\cdot\frac{1}{70}=\frac{1}{10}+\frac{1}{100}=0,11.$

Одговор: **А**.

102. За $x\neq\pm y$ важи

$$\begin{aligned}\frac{(x^2+xy)^2-(xy+y^2)^2}{(x^2-xy)^2-(xy-y^2)^2} &= \frac{\big((x^2+xy)-(xy+y^2)\big)\big((x^2+xy)+(xy+y^2)\big)}{\big((x^2-xy)-(xy-y^2)\big)\big((x^2-xy)+(xy-y^2)\big)}\\ &= \frac{(x^2-y^2)(x+y)^2}{(x-y)^2(x^2-y^2)}=\Big(\frac{x+y}{x-y}\Big)^2.\end{aligned}$$

Одговор: **D**.

103. Ако је n-ти члан прогресије a_n, њен корак d, а S_n збир првих n чланова (за $n\in\mathbb{N}$), важи $a_n=a_1+(n-1)d$ и $S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}\cdot d$. Следи $20-2=a_7-a_1=6d$, тј. $d=3$, па је $S_{20}=20\cdot 2+\frac{20\cdot 19}{2}\cdot 3=610$.
Одговор: **C**.

104. По Виетовим правилима збир решења је $\frac{4(2-i)}{2(1+i)}=\frac{2(2-i)}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}=\frac{2(1-3i)}{2}=1-3i$.
Одговор: **C**.

105. Како је $|y|=\begin{cases} y, & \text{за } y\geqslant 0\\ -y, & \text{за } y<0\end{cases}$, следи да је $f(x)=2|x-1|+|x+2|-6=$ $\begin{cases} -2(x-1)-(x+2)-6=-3x-6, & \text{за } x\in(-\infty,-2)\\ -2(x-1)+(x+2)-6=-x-2, & \text{за } x\in[-2,1)\\ 2(x-1)+(x+2)-6=3x-6, & \text{за } x\in[1,\infty)\end{cases}$, па је

$$f(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases} -3x-6=0\Leftrightarrow x=-2\notin(-\infty,-2), & \text{за } x\in(-\infty,-2)\\ -x-2=0\Leftrightarrow x=-2\in[-2,1), & \text{за } x\in[-2,1)\\ 3x-6=0\Leftrightarrow x=2\in[1,\infty), & \text{за } x\in[1,\infty)\end{cases},$$

тј. решења једначине су $x=-2$ и $x=2$.
Одговор: **D**.

106. По условима задатка, ако је $x_0\in\mathbb{C}\setminus\{0\}$ решење једначине, онда је и $2x_0$ решење једначине, па је $x_0^2+ax_0+a+2=0=4x_0^2+2ax_0+a+2$, одакле је $3x_0^2+ax_0=0$, односно решења једначине су $-\frac{a}{3}$ и $-\frac{2a}{3}$. По Виетовим правилима, ово су решења полазне једначине ако и само ако је $\left(-\frac{a}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2a}{3}\right)=a+2\Leftrightarrow 2a^2-9a-18=0$, а последња једначина има два различита решења чији је збир $\frac{9}{2}=4,5$.
Одговор: **B**.

107. У 15kg свежих шљива има $0,35\cdot 15$kg суве материје, па је тежина сувих шљива $\frac{0,35\cdot 15\text{kg}}{0,7}=7,5$kg.
Одговор: **E**.

108. Једначина је дефинисана за $0\leqslant 6x-x^2-5=-(x-1)(x-5)\Leftrightarrow x\in[1,5]$. Ако је $x\in[1,3)$, стране су различитих знака, па у овом случају нема решења. Ако је $x\in[3,5]$, једначина је еквивалентна са $6x-x^2-5=(2x-6)^2=4x^2-24x+36\Leftrightarrow 5x^2-30x+41=0$, па је $x\in\left\{3-\frac{2\sqrt5}{5},3+\frac{2\sqrt5}{5}\right\}$. Како је $1<3-\frac{2\sqrt5}{5}<3<3+\frac{2\sqrt5}{5}<5$, само $x=3+\frac{2\sqrt5}{5}$ је решење једначине.
Одговор: **B**.

109. Прва цифра може бити било која од 9 понуђених цифара, друга било која од преосталих 8, трећа било која од преосталих 7, четврта било која од преосталих 6 и пета било која од преосталих 5, па тражених бројева има $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 15\,120$.

Одговор: **E**.

110. Чланови развоја су $\binom{8}{k}x^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{8-k} = \binom{8}{k}x^{2k-8}$, за $0 \leqslant k \leqslant 8$, $k \in \mathbb{Z}$. Члан не садржи x ако и само ако је $2k - 8 = 0 \Leftrightarrow k = 4$, а то је члан $\binom{8}{4} = 70$.

Одговор: **C**.

111. Како је $2^{\frac{x+1}{2}} = (0,5)^{\frac{1-4x}{7}} = 2^{\frac{4x-1}{7}} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{4x-1}{7}$, решење једначине је $x = 9$.

Одговор: **D**.

112. Једначина је дефинисана за $x > 0$ и за такве x еквивалентна са $2 = \log_3 9 = \log_3 x^{1+\log_3 x} = (1+\log_3 x)\log_3 x \Leftrightarrow 0 = \log_3^2 x + \log_3 x - 2 = (\log_3 x + 2)(\log_3 x - 1) \Leftrightarrow \log_3 x \in \{-2, 1\} \Leftrightarrow x \in \left\{\frac{1}{9}, 3\right\}$.

Одговор: **C**.

113. За $\alpha \neq k\pi$, $\beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ важи

$$\frac{\sin(\alpha+\beta) - \sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha-\beta) + \sin\beta\cos\alpha} = \frac{(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta) - \sin\beta\cos\alpha}{(\sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha) + \sin\beta\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\cos\beta} = 1.$$

Одговор: **D**.

114. Како је $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x \Leftrightarrow 0 = 2\cos^2 x - 1 + 1 - \cos^2 x - \cos x = \cos^2 x - \cos x = (\cos x - 1)\cos x$, решења једначине су $x = 2k\pi$ и $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$, па интервалу $[-\pi, \pi]$ припада 3 решења $(0, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

Одговор: **C**.

115. Ако су a и b странице, h_a и h_b одговарајуће висине, α угао, а O и P, редом, обим и површина паралелограма, из $ah_a = P = bh_b$ следи $\frac{b}{a} = \frac{h_a}{h_b} = \frac{2}{3}$. Како важи и $O = 2(a+b) = 40$, следи $a = 12$ и $b = 8$, одакле је $P = ab\sin\alpha = 12 \cdot 8 \cdot \sin 30^\circ = 48$.

Одговор: **C**.

116. Права p, одређена тачкама B и C је $y = 2 + \frac{2-(-7)}{8-(-4)}(x-8) = \frac{3}{4}x - 4$, па права q, одређена тачкама A и A' има коефицијент правца $-\frac{1}{\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$ (јер је $p \perp q$), а како $A \in q$, следи да је $q : y = -\frac{4}{3}x + \frac{13}{3}$. У пресеку p и q добија се средиште D дужи AA', па је $D(4, -1)$, односно $A'(7, -5)$.

Одговор: **A**.

117. Полара тачке A у односу на кружницу је $4x + 2y = 10$ ($4^2 + 2^2 > 10$, па је A ван кружнице), њени пресеци са кружницом (решења система $4x + 2y = 10$, $x^2 + y^2 = 10$) су тачке $(1, 3)$ и $(3, -1)$, односно тачке у којима тангенте из A додирују k, па су те тангенте $x + 3y = 10$ и $3x - y = 10$.

Одговор: **D**.

118. Сума геометријске прогресије чији је корак $q < 1$ и чији је почетни члан 1 је $S = \frac{1}{1-q}$, па је $q = 1 - \frac{1}{S}$. Следи да је сума прогресије чији је општи члан q^2 једнака $\frac{1}{1-q^2} = \frac{1}{1-\left(1-\frac{1}{S}\right)^2} = \frac{S^2}{2S-1}$.
Одговор: **A**.

119. Ако је B површина, O обим, а s полуобим базе праве тростране призме, следи $P = 2B + O \cdot H$. Како се основне странице a, b, c односе као $5 : 7 : 8$, следи $a = 5x$, $b = 7x$, $c = 8x$ за неко $x > 0$, па је $O = 20x$, $s = 10x$ и $B = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 10\sqrt{3}x^2$. Следи $420\sqrt{3} = P = 20\sqrt{3}x^2 + 20x \cdot 4\sqrt{3} \Leftrightarrow 0 = x^2 + 4x - 21 = (x+7)(x-3)$, па је $x = 3$, $B = 90\sqrt{3}$, а запремина призме $V = BH = 90\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 1\,080$.
Одговор: **C**.

120. Нека су r и h, редом, полупречник основе и висина уписаног ваљка. Пресек равни која садржи врх S купе и висину купе је попречни пресек купе $\triangle ABS$, једнакокраки троугао чија је основица $AB = 2r = 24$, а висина која одговара основици $SO = 18$. Пресек те равни и ваљка је попречни пресек ваљка $EFGH$, правоугаоник чије су странице $2r$ и h и чија два темена припадају AB, а преостала два ивицама $\triangle ABS$ (нека је, без умањења општости, $A - E - F - B$). Онда је $\triangle AEH \sim \triangle AOS$, па како је $AO = 12$, $OS = 18$, $EH = h$ и $AE = AO - EO = 12 - r$, следи $\frac{AE}{EH} = \frac{AO}{OS}$, односно $\frac{12}{18} = \frac{12-r}{h}$, па је $18 - \frac{3r}{2}$.
Следи $V(r) = r^2\pi h = \frac{3\pi}{2}r^2(12-r)$ за $r \in (0, 12)$, па је $V'(r) = \frac{3\pi}{2}(24r - 3r^2) = \frac{9\pi}{2}(8r - r^2)$, па $V(r)$ расте на $(0, 8)$, а опада на $(8, 12)$, тј. максимална запремина се достиже за $r = 8$ и једнака је $V(8) = 384\pi$.
Одговор: **E**.

121. $\dfrac{(5\sqrt{3}+\sqrt{50})(5-\sqrt{24})}{\sqrt{75}-5\sqrt{2}} = \dfrac{(5\sqrt{3}+5\sqrt{2})(5-\sqrt{24})}{5\sqrt{3}-5\sqrt{2}} = \dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(5-\sqrt{24})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2(5-\sqrt{24})}{3-2} = (5+\sqrt{24})(5-\sqrt{24}) = 25 - 24 = 1$.
Одговор: **C**.

122. Вредност уоченог израза је 2.
Одговор: **C**.

123. За $x, y, x+y \neq 0$ је $\frac{x^2}{xy+y^2} + \frac{y^2}{x^2+xy} - \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{x^3+y^3-(x^2+y^2)(x+y)}{xy(x+y)} = \frac{-xy^2-x^2y}{xy(x+y)} = -1$.
Одговор: **B**.

124. Како је $|y| = \begin{cases} y, & \text{за } y \geqslant 0 \\ -y, & \text{за } y < 0 \end{cases}$, следи $|2x+1| + |x-4| - 6 = \begin{cases} -3x-3, & \text{за } x < -\frac{1}{2} \\ x-1, & \text{за } -\frac{1}{2} \leqslant x < 4 \\ 3x-9, & \text{за } x \geqslant 4 \end{cases}$. Следи, за $x < -\frac{1}{2}$ једначина је еквивалентна са $-3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$, за $-\frac{1}{2} \leqslant x < 4$ једначина је еквивалентна са $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$, а за $x \geqslant 4$ једначина је еквивалентна са $3x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$,

па за $x \geqslant 4$ нема решења. Дакле, решења једначине су $x = -1$ и $x = 1$.
Одговор: **B**.

125. Неједначина је дефинисана за $x \neq 2$ и за такве x је еквивалентна са $0 > \frac{3}{x-2} - 1 = \frac{5-x}{x-2}$, тј. $x \in (-\infty, 2) \cup (5, \infty)$.
Одговор: **C**.

126. По Виетовим правилима је $x_1 + x_2 = -\frac{k}{2}$ и $x_1 x_2 = -\frac{3}{2}$, па је $6 = x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{k}{2}\right) = \frac{3k}{4}$, односно $k = 8$.
Одговор: **A**.

127. Једначина је дефинисана за $2x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{5}{2}$ и $\log_3(2x-5) > 0 \Leftrightarrow 2x - 5 > 1 \Leftrightarrow x > 3$, тј. за $x > 3$ и за такво x је еквивалентна са $\log_3(2x-5) = 1 \Leftrightarrow 2x - 5 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.
Одговор: **B**.

128. Једначина је дефинисана за $x \geqslant 0$ и за такво x је еквивалентна са $0 = x\sqrt{x} - 3x + \sqrt{x} + 1 = (\sqrt{x})^3 - 3(\sqrt{x})^2 + \sqrt{x} + 1 = (\sqrt{x} - 1)((\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} - 1)$, па је $\sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ или $\sqrt{x} = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = (1 + \sqrt{2})^2$ или $\sqrt{x} = 1 - \sqrt{2} < 0$, што је немогуће. Дакле, збир квадрата решења једначине је $1 + (1 + \sqrt{2})^4 = 1 + (3 + 2\sqrt{2})^2 = 1 + 17 + 12\sqrt{2} = 18 + 12\sqrt{2}$.
Одговор: **D**.

129. Једначина је дефинисана за $x > 0$ и за такво x важи $14 = \log_{2^4} x + \log_{2^2} x + \log_2 x = \frac{1}{4} \cdot \log_2 x + \frac{1}{2} \cdot \log_2 x + \log_2 x = \frac{7}{4} \cdot \log_2 x \Leftrightarrow \log_2 x = 8 \Leftrightarrow x = 2^8 = 256$.
Одговор: **C**.

130. Једначина је еквивалентна са $189 = 2 \cdot 9 \cdot 3^x + 27 \cdot \frac{1}{9} \cdot 3^x = 21 \cdot 3^x \Leftrightarrow 3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$.
Одговор: **C**.

131. $\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta) = \cos\big[(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)\big] = \cos 2\alpha$.
Одговор: **A**.

132. За $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ је $\sin\alpha = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{\frac{9}{40}}{\frac{41}{40}} = \frac{9}{41}$.
Одговор: **A**.

133. Нека је D подножје висине из темена правог угла C на хипотенузу AB и нека је $p = AD$. Како је $\triangle ADC \sim \triangle CDB$, следи $DB = \frac{CD^2}{AD} = 18$, па је $AB = 26$, а површина троугла је $\frac{AB \cdot CD}{2} = \frac{26 \cdot 12}{2} = 156$.
Одговор: **C**.

134. Права правилна четворострана призма је квадар чија је основа квадрат. Нека је a страница тог квадрата. Онда је дијагонални пресек правоугаоник страница $a\sqrt{2}$ и H, па је $96\sqrt{2} = a\sqrt{2} \cdot 12$, одакле је $a = 8$. Запремина квадра је $2a^2 + 4aH = 512$.
Одговор: **B**.

135. Тачка $M(x_0, y_0)$ припада правој $2x + y - 6 = 0$ и симетрали дужи AB (s). Симетрала дужи AB садржи средиште ове дужи $\left(\frac{3+2}{2}, \frac{5+2}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{11}{2}\right)$, и нормална је на праву AB, а како је коефицијент правца праве AB једнак $\frac{6-5}{2-3} = -1$, то је коефицијент правца праве s једнак $-\frac{1}{-1} = 1$, тј. једначина праве s је $y = x + 3$. Како M припада и s, следи $2x_0 + y_0 - 6 = 0$ и $y_0 = x_0 + 3$, одакле је $x_0 = 1, y_0 = 4$ и $x_0 y_0 = 4$.

Одговор: **D**.

136. Једначина тангенте кроз тачку (x_0, y_0) кружнице $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ је $(x-a)(x_0-a) + (y-b)(y_0-b) = r^2$, тј. тангента на $x^2 + y^2 = 5$ и тачки $(2,1)$ је $2x + y = 5$.

Одговор: **D**.

137. Ако је c почетна цена артикла, након првог поскупљења цена је била $1,12c$, а након другог $1,05 \cdot (1,12c) = 1,176c$, па је $c = \frac{9408}{1,176} = 8000$.

Одговор: **B**.

138. Ако је d корак прогресије, а a_n и S_n, редом, n-ти члан и збир првих n чланова прогресије (за $n \in \mathbb{N}$), следи $a_n = 1_1 + (n-1)d$ и $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d$. Следи $12 = 14 - 2 = a_5 - a_1 = 4d$, па је $d = 3$ и $S_{10} = 10a_1 + 45d = 155$.

Одговор: **D**.

139. Ако су a_n и q, редом, n-ти члан и корак прогресије, следи да је $a_n = a_1 q^{n-1}$ за $n \in \mathbb{N}$. Следи $a_1 = a_2 + 36 = a_1 q + 36$ и $a_1 q^2 = a_3 = a_4 + 4 = a_1 q^3 + 4$ и како је $a_1, q > 0$, следи $a_1(1-q) = 36$ и $a_1 q^2 (1-q) = 4$, одакле је (мора бити $q \neq 1$) $q^2 = \frac{1}{9}$, па је $q = \frac{1}{3}$ и $a_1 = 54$. Дакле, $a_1 a_2 a_3 a_4 = a_1^4 q^6 = \frac{54^4}{3^6} = 4 \cdot 54^2 = 11664$.

Одговор: **D**.

140. Из $xy = 10$ следи да је $x \neq 0$ и $y = \frac{10}{x}$, па је $x^2 + \frac{100}{x^2} = 29 \Leftrightarrow 0 = x^4 - 29x^2 + 100 = (x+5)(x+2)(x-2)(x-5)$, тј. решења система су $(x,y) \in \big\{(-5,-2), (-2,-5), (2,5), (5,2)\big\}$.

Одговор: **A**.

141. $f(-1) + f(0) + f(1) = \operatorname{arctg}(-1) + \arcsin 0 + \arcsin 1 = -\frac{\pi}{4} + 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$.

Одговор: **D**.

142. Из $(x+y)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$ за $x = y = 1$ и $n = 6$ добија се $\sum\limits_{k=0}^{6} \binom{6}{k} = 2^6 = 64$.

Одговор: **D**.

143. Како је $f(x) = 3 - (x-2)^2$, функција $f(x)$ достиже максимум за $x = 2$.

Одговор: **E**.

144. $\sqrt{(-2)^2} + (\sqrt{2})^2 - \sqrt{2^2} = |-2| + 2 - |2| = 2 + 2 - 2 = 2$.

Одговор: **C**.

145. Асимптоте хиперболе $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a, b > 0$, су $y = \frac{b}{a} \cdot x$ и $y = -\frac{b}{a} \cdot x$, а жиже су јој $(-\sqrt{a^2+b^2}, 0)$ и $(\sqrt{a^2+b^2}, 0)$. Следи $\frac{b}{a} = \frac{3}{4}$ и $a^2 + b^2 = 25$, па је $a = 4$, $b = 3$, а једначина хиперболе је $9x^2 - 16y^2 = 144$.

Одговор: **E**.

146. Једначина је еквивалентна са $2^{-|x|} \cdot 2^{\frac{1}{28}} = 1 \Leftrightarrow 2^{-|x|+\frac{1}{28}} = 1 \Leftrightarrow -|x| + \frac{1}{28} = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{-\frac{1}{28}, \frac{1}{28}\right\}$ (и збир решења једначине је 0).
Одговор: **A**.

147. Ако је $c > 0$ цена литра воде пре поскупљења, нова цена је $1,12c$. Како се пре поскупљења могло купити 168 литара воде, количина новца је $168c$, па се за исти новац после поскупљења може купити $\frac{168c}{1,12c} = 150$ литара воде.
Одговор: **B**.

148. $f(-x+2) - 5f(-x+1) + 6f(-x) = 3a(2^{-x+2} - 5\cdot 2^{-x+1} + 6\cdot 2^{-x}) + 2b(3^{-x+2} - 5\cdot 3^{-x+1} + 6\cdot 3^{-x}) - (1 - 5\cdot 1 + 6\cdot 1) = 3a\cdot 2^{-x}(4 - 5\cdot 2 + 6) + 2b\cdot 3^{-x}(9 - 5\cdot 3 + 6) - 2 = -2$.
Одговор: **C**.

149. Како је $y = 6 - x$, следи $x^2 + (6-x)^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 18x + 36 = 0 \Leftrightarrow 2(x-3)(x-6) = 0 \Leftrightarrow x \in \{3, 6\}$, па су решења система $(A, B) \in \{(3,3), (6,0)\}$. Следи да је $A \geqslant B$, као и да нису задовољене остале четири понуђене релације.
Одговор: **E**.

150. Ако је збир првих n чланова низа S_n, за $n \in \mathbb{N}$, следи да за $n \geqslant 2$ важи $a_n = S_n - S_{n-1} = 4n + n^2 - (4(n-1) + (n-1)^2) = 4 + n^2 - (n-1)^2 = 4 + 2n - 1 = 2n + 3$, па је $a_{2014} = 2\cdot 2014 + 3 = 4031$.
Одговор: **E**.

151. Уочене праве су паралелне, па је полупречник уписаног круга једнак половини растојања између правих. Тачка $(4, 0)$ припада прави $3x + 4y - 12 = 0$, а њено растојање од праве $3x + 4y + 13 = 0$ је $\frac{|3\cdot 4 + 4\cdot 0 + 13|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 5$, па је полупречник круга $\frac{5}{2}$.
Одговор: **A**.

152. Израз је дефинисан за $a \notin \{-2, 0\}$. За $a < -2$ је $a + 2 < 0$, па је $\sqrt{a^2+4a+4} = \sqrt{(a+2)^2} = |a+2| = -(a+2)$ и $1 - (a+1)^4 = \big(1 - (a+1)^2\big)\big(1 + (a+1)^2\big) = -a(a+2)(2 + 2a + a^2)$. Следи да је вредност траженог израза
$$\frac{-a(a+2)(2+2a+a^2)}{a(a+2)} + (a+2)^2 = -(2 + 2a + a^2) + (a^2 + 4a + 4) = 2a + 2.$$
Одговор: **A**.

153. Уочени збир је геометријска прогресија, почетног члана $a = 3^x$ и корака $q = 3^{2x}$, па да би јој збир био коначан, мора бити $|q| < 1 \Leftrightarrow 3^{2x} < 1 \Leftrightarrow x < 0$. За такве x збир прогресије је $\frac{a}{1-q} = \frac{3^x}{1-3^{2x}}$, па је $\frac{3^x}{1-3^{2x}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 3^{2x} + \frac{2}{\sqrt{3}}\cdot 3^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \big(3^x - \frac{1}{\sqrt{3}}\big)(3^x + \sqrt{3}) = 0$, па како је $3^x > 0$, следи $3^x = \frac{1}{\sqrt{3}} = 3^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.
Одговор: **E**.

154. По Виетовим правилима је $\alpha + \beta = -3$ и $\alpha\beta = m - 1$, па је $\alpha^3\beta + \alpha\beta^3 = \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2) = \alpha\beta\big((\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta\big) = (m-1)\cdot\big((-3)^2 - 2(m-1)\big) = (m-1)(11 - 2m) = -2m^2 + 13m - 11$, па, по услову задатка, важи $-2m^2 + 13m - 11 > 7 \Leftrightarrow 2m^2 - 13m + 18 < 0 \Leftrightarrow (m-2)(2m-9) < 0 \Leftrightarrow m \in \big(2, \frac{9}{2}\big)$.
Одговор: **A**.

155. Функција $5 + \log_3(x^2 - 4)$ је дефинисана ако и само ако је $x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x \in$

$(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$, а на $(-\infty,-2)$ је и бијекција на $\mathbb{R}$, па је $f(x)$ инвертибилна. Како је $y = 5+\log_3(x^2-4) \Leftrightarrow \log_3(x^2-4) = y-5 \Leftrightarrow x^2-4 = 3^{y-5} \Leftrightarrow x = -\sqrt{4+3^{y-5}}$ (јер је $x<0$), важи $f^{-1}(x) = -\sqrt{4+3^{x-5}}$ за $x \in \mathbb{R}$.
Одговор: **B**.

156. Како је $(\sin x - \sin y)^2 + (\cos x + \cos y)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 y + \cos^2 y + 2(\cos x \cos y - \sin x \sin y) = 2 + 2\cos(x+y)$, следи $\cos(x+y) = \frac{1}{2}\cdot\Big(\big(\frac{1}{3}\big)^2 + \big(-\frac{1}{3}\big)^2 - 2\Big) = \frac{1}{2}\cdot\big(-\frac{16}{9}\big) = -\frac{8}{9}$.
Одговор: **D**.

157. Уочене праве нису паралелне, па се секу у некој тачки B. Нека је C пројекција тачке A на једну од уочених правих. Права $y = \sqrt{3} - 2$ гради угао $\operatorname{arctg}\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$ са позитивним делом x-осе, а права $y = 5$ је паралелна са x-осом, па је угао између уочених правих једнак $\frac{\pi}{3}$. Следи да је $\triangle ABC$ правоугли, хипотенузе $AB = 2$, важи $\sphericalangle CAB = \frac{\pi}{6}$, па је $AC = AB \cdot \sin\sphericalangle CAB = 2\cdot\sin\frac{\pi}{6} = 1$.
Одговор: **A**.

158. Неједначина је дефинисана за $x^2 - 1 > 0$ и $\log_{27}(x^2-1) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 > 1$, тј. за $x^2 - 1 > 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$ и за такве x еквивалентна са $\log_{27}(x^2-1) < \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2 - 1 < 27^{\frac{1}{3}} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow x \in (-2,2)$, па је решење неједначине $x \in (-2,-\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, 2)$.
Одговор: **E**.

159. Једначина је еквивалентна са $\sin 4x = \sqrt{3}(1-\cos 4x) \Leftrightarrow 2\sin 2x \cos 2x = 2\sqrt{3}\sin^2 2x$, па је или $\sin 2x = 0$ или $\operatorname{ctg} 2x = \sqrt{3}$, тј. решења једначине су $x = \frac{k\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$, за $k \in \mathbb{Z}$. Интервалу $\big[0, \frac{\pi}{2}\big]$ припадају решења $0, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}$ и њихов збир је $\frac{7\pi}{12}$.
Одговор: **C**.

160. По условима задатка је $f(x) = \log_a x \cdot \big(a\log_b a + b\big)$ за $x > 0$. Како је $f(a) = 1$, следи $a\log_b a + b = 1$ и $f(x) = \log_a x$, а како је $f(b) = \frac{1}{2}$, следи $\log_a b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = b^2$ и $b^2\log_b b^2 + b = 1 \Leftrightarrow 2b^2 + b - 1 = 0 \Leftrightarrow (b+1)(2b-1) = 0$, па како је $b > 0$, следи $b = \frac{1}{2}$, $a = \frac{1}{4}$ и $f(x) = \log_a x = \log_{4^{-1}} x = -\log_4 x$, па је $f(4) = -\log_4 4 = -1$.
Одговор: **D**.

2015. година

161. Нека је троугао ABC, тако да је $\sphericalangle BCA = 90^\circ$, D подножје висине из C на AB и $AD = 16$, $DB = 9$. Важи $AB = BD + DB = 16 + 9 = 25$ и $CD^2 = AD \cdot DB = 9 \cdot 16$, односно $CD = 12$, па је $CA = 20$, $BC = 15$, а полупречник круга уписаног у правоугли $\triangle ABC$ једнак је $\frac{BC+CA-AB}{2} = \frac{15+20-25}{2} = 5$.
Одговор: **B**.

162. Симетрална раван једне од ивица коцке сече коцку по квадрату странице a, а сферу која додирује све ивице по великом кругу, који је описан око овог квадрата (центар те сфере се налази у пресеку симетралних равни ивица коцке), па је полупречник те сфере једнак половини дијагонале овог квадрата, односно $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
Одговор: **C**.

163. Ако је $C(a, 0)$, важи $PC = a$ и права PC је тангента кружнице k, па из особина потенције (тачке P у односу на кружницу k) следи $PA \cdot PB = PC^2 = a^2$.
Одговор: **B**.

164. Како је збир углова троугла 180°, следи да су углови троугла $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 75^\circ$. Ако су одговарајуће странице a, b, c, на основу синусне теореме следи $\frac{b}{a} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (већ у овом моменту се види да тачни одговори нису B,C,D,E), а како је $\sin 75^\circ = \sqrt{\frac{1-\cos 150^\circ}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{8}} = \sqrt{\frac{(1+\sqrt{3})^2}{8}} = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$, опет из синусне теореме следи $\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = \frac{\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$.
Одговор: **A**.

165. Како је $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \cdot (2\sin x \cos x)^2 = 1 - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 2x$, и како функција $\sin 2x$ узима вредности из сегмента $[-1, 1]$, следи да f узима вредности из сегмента $[\frac{1}{2}, 1]$, па је најмања вредност a за коју једначина $f(x) = a$ има решења $\frac{1}{2}$.
Одговор: **E**.

166. Ако је $a = 2,727272\ldots$, следи $100a = 272,727272\ldots$, па је $99a = 270$, односно $a = \frac{270}{99} = \frac{30}{11}$.
Одговор: **D**.

167. Једначина је квадратна ако је $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$ и тада има два решења. Та решења, x_1 и x_2, су реална ако и само ако је $(-2m)^2 - 4(m-2)(2m+2) \geqslant 0$, тј. ако и само ако је $-4(m^2 - 2m - 4) \geqslant 0$, тј. ако и само ако је $m \in [1-\sqrt{5}, 1+\sqrt{5}]$. По Виетовим правилима је $x_1 x_2 = \frac{2m+2}{m-2}$, па ако су решења реална, она су супротног знака ако и само ако је $\frac{2m+2}{m-2} < 0 \Leftrightarrow m \in (-1, 2)$. Како је $(-1, 2) \subseteq [1 - \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5}]$, скуп $(-1, 2)$ је тражени скуп.
Одговор: **A**.

168. За $x \neq 0$ једначина је еквивалентна са $x^2 - ix - 2 = 0$ и њена решења, по Виетовим правилима, задовољавају $x_1 + x_2 = i$ и $x_1 x_2 = -2$, па је $x_1^2 + x_2^2 =$

$(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = i^2 - 2\cdot(-2) = 3$.
Одговор: **E**.

169. Ако је $k(x)$ количник у уоченом дељењу, следи $x^{2015} + x^{2014} + ax + b = k(x)(x^2-1) = k(x)(x+1)(x-1)$. За $x=-1$ добија се $-a+b=0$, а за $x=1$ добија се $2+a+b=0$, па је $a=b=-1$ и $a^2+b^2=2$.
Одговор: **C**.

170. Како је $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$, следи $a>0$. Важи и $0<f(0)=c$ и $0<f(-1)=a-b+c$ (f узима позитивне вредности на $(-\infty,0]$). Ако би било $b>0$, онда за $x>0$ важи $f(x)=ax^2+bx+c>0$, што није тачно, па је $b<0$. Функција f има реалне нуле, па је њена дискриминанта ненегативна, тј. $0 \leqslant b^2-4ac < b^2-2ac$ (јер је $a,c>0$), односно $2ac-b^2<0$.
Одговор: **C**.

171. Како је

$$f(x) = \begin{cases} -(x+1)-(2x+4)+4x = x-5, & \text{ако је } x\in(-\infty,-2) \\ -(x+1)+(2x+4)+4x = 5x+3, & \text{ако је } x\in[-2,-1) \\ (x+1)+(2x+4)+4x = 7x+5, & \text{ако је } x\in[-1,\infty) \end{cases},$$

следи да је f бијекција са $(-\infty,-2)$ на $(-\infty,-7)$, такође је бијекција са $[-2,-1)$ на $[-7,-2)$, као и бијекција са $[-1,\infty)$ на $[-2,\infty)$, па је бијекција са $\mathbb{R}$ на $\mathbb{R}$. Дакле, f^{-1} је добро дефинисана и важи $f^{-1}(x) = \begin{cases} x+5, & \text{за } x\in(-\infty,-7) \\ \frac{x-3}{5}, & \text{за } x\in[-7,-2) \\ \frac{x-5}{7}, & \text{за } x\in[-2,\infty) \end{cases}$,
па је $f^{-1}(-7)+f^{-1}(-2)+f^{-1}(5) = (-7+5)+\left(\frac{-2-3}{5}\right)+\left(\frac{5-5}{7}\right) = -2-1+0=-3$.
Одговор: **B**.

172. $3*48 = \sqrt{3\cdot 48} = \sqrt{3\cdot 3\cdot 4^2} = 3\cdot 4$, па је $(3*48)*9 = \sqrt{(3*48)\cdot 9} = \sqrt{3\cdot 4\cdot 9} = \sqrt{3\cdot 6^2} = 6\sqrt{3}$.
Одговор: **A**.

173. Како је $f(x) = \log_6 x + 3\log_3(3^2\cdot x) = \log_6 x + 3(2+\log_3 x) = 6+\log_6 x + 3\log_3 x$, следи $f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right) = (6+\log_6 x+3\log_3 x)+(6+\log_6\frac{1}{x}+3\log_3\frac{1}{x}) = 12+(\log_6 x+\log_6\frac{1}{x})+3(\log_3 x+\log_3\frac{1}{x}) = 12+\log_6 1+3\log_3 1 = 12$.
Одговор: **C**.

174. Неједначина је еквивалентна са $0 \geqslant 3\cdot 4^x - 5\cdot 2^{x+1} - 8 = 3\cdot(2^x)^2 - 10\cdot 2^x - 8 = (2^x-4)(3\cdot 2^x+2)$, па како је $3\cdot 2^x+2>2>0$, неједначина је еквивалентна са $2^x \leqslant 4 = 2^2$, односно, решење је $x\in(-\infty,2]$.
Одговор: **A**.

175. Како је $x<0$, важи $3^x < 3^0 = 1$ и $3^{\frac{1}{x}} < 3^0 = 1$. Како је $-1<x<0$, следи $0<-x<1$, па је $0<x^2=(-x)^2<(-x)<\sqrt{-x}$, па је $0<\frac{3}{\sqrt{-x}}<\frac{3}{-x}=\frac{-3}{x}<\frac{3}{x^2}$. Притом је и $0<x^2<1$, па је $1<\frac{1}{x^2}<\frac{3}{x^2}$, па је међу овим бројевима највећи $\frac{3}{x^2}$.
Одговор: **A**.

176. $a_{2015} = a_{2\cdot1007+1} = a_{1007}+1 = a_{2\cdot503+1}+1 = a_{503}+2 = a_{2\cdot251+1}+2 = a_{251}+3 = a_{2\cdot125+1}+3 = a_{125}+4 = a_{2\cdot62+1}+4 = a_{62}+5 = a_{2\cdot31}+5 = a_{31}+4 = a_{2\cdot15+1}+4 = a_{15}+5 = a_{2\cdot7+1}+5 = a_7+6 = a_{2\cdot3+1}+6 = a_3+7 = a_{2\cdot1+1}+7 = a_1+8 = 1+8 = 9$.
Одговор: **D**.

177. Ако је d корак прогресије, следи $a_k = a_1 + (k-1)d$, за $k \in \mathbb{N}$, па је $136 = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)d$, односно $(n-1)d = 133$ и $1390 = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = \sum\limits_{k=1}^{n}(a_1 + (k-1)d) = na_1 + d\cdot\sum\limits_{k=1}^{n}(k-1) = 3n + d\cdot\frac{(n-1)n}{2} = 3n + \frac{n}{2}\cdot d(n-1) = 3n + \frac{133n}{2} = \frac{139n}{2}$, па је $n = 20$ и $133 = 19d$, тј. $d = 7$. Следи $a_2 = a_1 + d = 3 + 7 = 10$.
Одговор: **E**.

178. Чланови развоја су $\binom{8}{k}\left(\frac{x^2}{2}\right)^{8-k}\left(-\frac{2}{x}\right)^k = (-1)^k\binom{8}{k}\cdot 2^{2k-8}\cdot x^{16-3k}$, за $0 \leqslant k \leqslant 8$. Седми степен се добија ако и само ако је $16-3k = 7 \Leftrightarrow k = 3$, па је коефицијент уз x^7 једнак $(-1)^3\binom{8}{3}\cdot 2^{2\cdot3-8} = -\frac{1}{4}\cdot\frac{8\cdot7\cdot6}{1\cdot2\cdot3} = -14$.
Одговор: **B**.

179. Бијекција скупа $\{2,4,6\}$ у себе има $3!$, а скупа $\{1,3,5,7\}$ у себе има $4!$, па тражених бијекција има $3!\cdot4! = 144$.
Одговор: **D**.

180. За нумерацију једноцифрених страница се употреби 9 цифара, за нумерацију двоцифрених $2\cdot90 = 180$ цифара, па ако књига има $100 \leqslant n \leqslant 999$ страна, употреби се $c(n) = 9 + 180 + 3(n-99) = 3n - 108$ цифара. Како је $c(100) < 1500 < c(999)$, књига има троцифрен број страна и важи $1500 = c(n) = 3n - 108$, тј. $n = 536$.
Одговор: **C**.

181. Како је $0,0010101\cdot10^5 = 101,01 < 1001 < 1010,1 = 0,0010101\cdot10^6$, најмања могућа вредност за k је 6.
Одговор: **D**.

182. Праве су $p_1 : y = -\sqrt{2}x + 1$ и $p_2 : y = -\sqrt{2}x + 3$ и имају једнаке коефицијенте правца $(-\sqrt{2})$, па су паралелне. Права нормална на ове праве има коефицијент правца $-\frac{1}{-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, а она од тих правих која садржи тачку $A(0,1)$ је $n : y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + 1$. Како $A \in p_1$, пресек n и p_1 је A, док је пресек n и p_2 решење система $y = -\sqrt{2}x + 3$, $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + 1$, тј. тачка $B(\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{5}{3})$, па је растојање p_1 и p_2 једнако растојању тачака A и B, тј. $\sqrt{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - 0\right)^2 + \left(\frac{5}{3} - 1\right)^2} = \sqrt{\frac{8}{9} + \frac{4}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
Одговор: **D**.

183. По Виетовим правилима је $x_1 + x_2 = -1$ и $x_1x_2 = 1$, па је $y_1 + y_2 = (a+1)(x_1+x_2) = -(a+1)$ и $y_1y_2 = a(x_1^2 + x_2^2) + (a^2+1)x_1x_2 = a(x_1+x_2)^2 + (a^2 - 2a + 1)x_1x_2 = a\cdot(-1)^2 + a^2 - 2a + 1 = a^2 - a + 1$. Следи да су y_1 и y_2 корени једначине $y^2 + (a+1)y + a^2 - a + 1 = 0$
Одговор: **C**.

184. Како је $\frac{1+i}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i} = \frac{(1+i)^2}{2} = i$ и како је $i^4 = 1$, следи $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2015} + \frac{-1+5ki}{3i} - 1 =$

$i^{4\cdot503+3}+\frac{1}{3}i+\frac{5k}{3}-1=\left(\frac{5k}{3}-1\right)-\frac{2}{3}i$, па је модуо овог броја најмањи ако је реалан део једнак 0, тј. ако је $\frac{5k}{3}=1$, односно ако је $k=\frac{3}{5}$.
Одговор: **A**.

185. Нека је ромб $ABCD$, $AC=d_2$ дужа дијагонала (јер је $d_1=(2-\sqrt{3})d_2<d_2$), $\alpha=\sphericalangle DAB$ оштар угао ромба и O пресек дијагонала. Како се дијагонале ромба полове, секу под правим углом и како је дијагонала и симетрала унутрашњег угла ромба, следи да је $\triangle ABO$ правоугли, $BO=\frac{d_1}{2}$, $OA=\frac{d_2}{2}$ и $\sphericalangle OAB=\frac{\alpha}{2}$, па је $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{\frac{d_1}{2}}{\frac{d_2}{2}}=\frac{d_1}{d_2}=2-\sqrt{3}$. Следи $\sin\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}=\frac{2(2-\sqrt{3})}{1+(2-\sqrt{3})^2}=\frac{2(2-\sqrt{3})}{8-4\sqrt{3}}=\frac{2(2-\sqrt{3})}{4(2-\sqrt{3})}=\frac{1}{2}$, а како је α оштар угао, следи $\alpha=30^\circ$.
Одговор: **B**.

186. Нека је полупречник основе ваљка r, а висина h. По условима задатка, полупречник основе купе је r, а висина h, а како је $s=\frac{5}{4}h$ и $r^2=s^2-h^2=\frac{9}{16}h^2$, следи $r=\frac{3}{4}h$, па је однос површина ваљка и купе $\dfrac{2\pi r(r+h)}{r\pi(r+s)}=\dfrac{2(\frac{3}{4}+1)h}{(\frac{3}{4}+\frac{5}{4})h}=\dfrac{7}{4}$.
Одговор: **E**.

187. Нека је $f(x)=x^x$ за $x\in(0,1)$. Онда је $f'(x)=\left(e^{x\ln x}\right)'=e^{x\ln x}\cdot(x\ln x)'=x^x(\ln x+1)$, па f опада на $\left(0,\frac{1}{e}\right)$, а расте на $\left(\frac{1}{e},1\right)$. Како је $e<3<\frac{10}{3}$, следи $0<0,1<0,2<0,3<\frac{1}{e}$, па како f опада на $\left(0,\frac{1}{e}\right)$, следи $c=f(0,3)<f(0,2)=b=f(0,2)<f(0,1)=a$.
Одговор: **D**.

188. Како је $-\frac{4}{5}=\cos\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)=-\sin x$, следи $\sin x=\frac{4}{5}$, а како је $\cos^2x=1-\sin^2x=\frac{9}{25}$ и како је $\cos x<0$ за $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$, следи $\cos x=-\frac{3}{5}$. Како је $I=\sin\frac{x}{2}\cos\frac{5x}{2}=\frac{1}{2}\cdot(\sin 3x-\sin 2x)$, $\sin 2x=2\sin x\cos x=2\cdot\frac{4}{5}\cdot(-\frac{3}{5})=-\frac{24}{25}$ и $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3x=3\cdot\frac{4}{5}-4\cdot(\frac{4}{5})^3=\frac{44}{125}$, следи $I=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{44}{125}+\frac{24}{25}\right)=\frac{82}{125}$.
Одговор: **B**.

189. Како је $f(x)=|x|+a\geqslant a>0$ и $f(x)=|x|+a>|x|$, следи $x=f(x)+f(f(x))>f(x)>|x|$, што је немогуће, па једначина $x=f(x)+f(f(x))$ нема решења.
Одговор: **B**.

190. Ако је $t=\log_2 3$, онда је $\log_2 6=\log_2(2\cdot3)=1+t$, $\log_2 12=\log_2(2^2\cdot3)=2+t$ и $\log_2 24=\log_2(2^3\cdot3)=3+t$, па је $6A=t^3-(1+t)^3-(2+t)^3+(3+t)^3=18+12t$, па је $A=3+2t$ и $2^A=2^{3+2\log_2 3}=2^3\cdot(2^{\log_2 3})^2=8\cdot3^2=72$.
Одговор: **C**.

191. Како је $y>|x^2-2x|-\frac{1}{2}\geqslant-\frac{1}{2}$ и $y\leqslant y+|x-1|<2$, ако је $y\in\mathbb{Z}$, мора бити $y\in\{0,1\}$. Ако је $y=0$ и $x\in\mathbb{Z}$, из $|x-1|<2$ следи да је $x\in\{0,1,2\}$, па из $|x^2-2x|<\frac{1}{2}$ да су $x=0$ и $x=2$ решења система, а $x=1$ није. Ако је $y=1$ и $x\in\mathbb{Z}$, из $|x-1|<1$ следи да је $x=1$, па како $x=1$ задовољава и неједначину $|x^2-2x|<\frac{3}{2}$, ово јесте решење. Дакле, парови целих бројева који су решења система су $(x,y)\in\{(0,0),(0,2),(1,1)\}$.
Одговор: **E**.

192. По условима задатка је $n\geqslant4$ и бројеви $\frac{14}{9}\cdot\binom{n}{2}$, $\binom{n}{3}$ и $\binom{n}{4}$ чине три узастопна члана геометријске прогресије, па је $\binom{n}{3}^2 = \frac{14}{9} \cdot \binom{n}{2}\binom{n}{4} \Leftrightarrow \frac{14}{9} \cdot \frac{n(n-1)}{2} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24} = \frac{n^2(n-1)^2(n-2)^2}{36}$, па како је $n, n-1, n-2 \neq 0$ следи $7(n-3) = 6(n-2) \Leftrightarrow n = 9$. Чланови развоја су $\binom{9}{k} \cdot (\sqrt[3]{x})^{9-k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^k = \binom{9}{k} \cdot x^{\frac{9-k}{3} - \frac{k}{2}} = \binom{9}{k} \cdot x^{3-\frac{5k}{6}}$ за $0 \leqslant k \leqslant 9$, па се коефицијент уз $\sqrt{x}$ добија за $3 - \frac{5k}{6} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = 3$. Следи, биномни коефицијент уз $\sqrt{x}$ једнак је $\binom{9}{3} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{6} = 3 \cdot 4 \cdot 7 = 84$.

Одговор: **C**.

193. Шестоцифрених бројева има $10^6 - 10^5 = 9 \cdot 10^5$. Уколико шестоцифрен број не садржи цифру 1, прва цифра се може изабрати на 8 начина (било која цифра различита од 0 и 1), а свака преостала на 9 начина (било која цифра различита од 1), па шестоцифрених бројева који на садрже цифру 1 има $8 \cdot 9^5$. Дакле, шестоцифрених бројева који садрже цифру 1 бар на једном месту има $9 \cdot 10^5 - 8 \cdot 9^5 = 427\,608$.

Одговор: **D**.

194. Ако је $N = \sum\limits_{k=1}^{49} a_{2k-1}$ и $P = \sum\limits_{k=1}^{49} a_{2k}$, следи $P - N = \sum\limits_{k=1}^{49} (a_{2k} - a_{2k-1}) = \sum\limits_{k=1}^{49} d = 49$ и $N + P = \sum\limits_{k=1}^{49} (a_{2k-1} + a_{2k}) = \sum\limits_{k=1}^{98} a_k = 137$, па је $P = \frac{49+137}{2} = 93$.

Одговор: **B**.

195. Како је $8 \cdot 6^x \cdot (8^{x-1} + 6^x) = 6^x \cdot 8^x + 8 \cdot 6^{2x} = 6^{2x}\left((\frac{4}{3})^x + 8\right)$ и $4^{3x} - 2^{4x+2} \cdot 3^{x+1} + 20 \cdot 12^x \cdot 3^x = 64^x - 12 \cdot 8^x \cdot 2^x \cdot 3^x + 20 \cdot 36^x = 8^{2x} - 12 \cdot 8^x \cdot 6^x + 20 \cdot 6^{2x} = 6^{2x}\left((\frac{4}{3})^{2x} - 12 \cdot (\frac{4}{3})^x + 20\right)$, ако је $t = (\frac{4}{3})^x > 0$ једначина постаје $6^{2x} \cdot |t^2 - 12t + 20| \geqslant 6^{2x} \cdot (t+8) \Leftrightarrow |(t-2)(t-10)| \geqslant t + 8$. Ако је $t \in (0,2) \cup (10,\infty)$, једначина је еквивалентна са $t^2 - 12t + 20 \geqslant t + 8 \Leftrightarrow 0 \leqslant t^2 - 13t + 12 = (t-1)(t-12) \Leftrightarrow t \in (-\infty, 1] \cup [12, \infty)$, тј. у овом случају решење је $t \in (0,1] \cup [12,\infty)$. Ако је $t \in [2,10]$, једначина је еквивалентна са $-t^2 + 12t - 20 \geqslant t + 8 \Leftrightarrow 0 \geqslant t^2 - 11t + 28 = (t-4)(t-7) \Leftrightarrow t \in [4,7]$, тј. у овом случају решење је $t \in [4,7]$. Дакле, $t \in (0,1] \cup [4,7] \cup [12,\infty)$, односно $x \in (-\infty, 0] \cup [\log_{\frac{4}{3}} 4, \log_{\frac{4}{3}} 7] \cup [\log_{\frac{4}{3}} 12, \infty)$.

Одговор: **A**.

196. Како је $x^4 + px^2 + q = (x^2 + px + q)(x^2 - px + (p^2 + p - q)) - p(p^2 + p - 2q)x - q(p^2 + p - q - 1)$, следи да $x^2 + px + q$ дели $x^4 + px^2 + q$ ако и само ако је $p(p^2 + p - 2q) = 0$ и $q(p^2 + p - q - 1) = 0$. Ако је $p = 0$, друга једначина постаје $q(-1 - q) = 0 \Leftrightarrow q \in \{-1, 0\}$. Ако је $p \neq 0$, мора бити $p^2 + p - 2q = 0$, па заменом у другу једначину следи $q(q-1) = 0$; ако је $q = 0$, следи $p^2 + p = 0$, тј. $p = -1$ (у овом случају је $p \neq 0$); ако је $q = 1$, следи $0 = p^2 + p - 2 = (p+2)(p-1) \Leftrightarrow p \in \{-2, 1\}$. Дакле, све могућности су $(p,q) \in \{(0,0), (0,-1), (-1,0), (-2,1), (1,1)\}$.

Одговор: **E**.

197. Како је збир углова троугла 180°, важи $\sphericalangle BCA = \sphericalangle CAB = 80^\circ$. По синусној теореми следи $\frac{a}{b} = \frac{CA}{AB} = \frac{\sphericalangle ABC}{\sphericalangle BCA} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 80^\circ} = \frac{2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ}{\sin(90^\circ - 10^\circ)} = \frac{2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ}{\cos 10^\circ} = 2 \sin 10^\circ$, па је $I = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b}{a} = 4 \sin^2 10^\circ + \frac{1}{2 \sin 10^\circ} = \frac{8 \sin^3 10^\circ + 1}{2 \sin 10^\circ}$. Како је $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, следи $8 \sin^3 x = 6 \sin x - 2 \sin 3x$, одакле је $8 \sin^3 10^\circ = 6 \sin 10^\circ - 2 \sin 30^\circ = 6 \sin 10^\circ - 1$, па следи $I = \frac{(6 \sin 10^\circ - 1) + 1}{2 \sin 10^\circ} = \frac{6 \sin 10^\circ}{2 \sin 10^\circ} = 3$.

Одговор: **C**.

198. Ако је $t > -1$, како је $(e^{-x})' = -e^{-x}$ тангента у тачки (t, e^{-t}) је $y = -e^{-t}x + e^{-t}(1+t)$, њен пресек са x-осом $A(1+t, 0)$, а са y-осом $B(0, e^{-t}(1+t))$, па је површина $\triangle ABC$ једнака $P(t) = \frac{OB \cdot OA}{2} = \frac{1}{2} \cdot (1+t)^2 e^{-t}$. Како је $P'(t) = \frac{1}{2} \cdot \left(2(1+t)e^{-t} - (1+t)^2 e^{-t}\right) = \frac{(1+t)e^{-t}}{2} \cdot (1-t)$, следи $P'(t) > 0$ за $t \in (-1, 1)$, $P'(t) < 0$ за $t \in (1, \infty)$ (тј. $P(t)$ расте на $(-1, 1)$, а опада на $(1, \infty)$), па P достиже максимум за $t = 1$ и он износи $P(1) = \frac{2}{e}$.
Одговор: **В**.

199. Једначина је дефинисана за $\sin x > 0$, $\sin x \neq 1$, $\cos x > 0$, $\cos x \neq 1$, тј. за $x \in \left(2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$. Како (за такве x) је $0 < \sin x < 1$ и $0 < \cos x < 1$, следи $\ln \sin x < 0$ и $\ln \cos x < 0$. За такве x једначина је еквивалентна са $\frac{\ln \sin x}{\ln \cos x} = 4 \cdot \frac{\ln \cos x}{\ln \sin x} \Leftrightarrow \left(\frac{\ln \sin x}{\ln \cos x}\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \frac{\ln \sin x}{\ln \cos x} = 2$ (јер је $\frac{\ln \sin x}{\ln \cos x} > 0$), па је $\ln \sin x = 2 \ln \cos x = \ln \cos^2 x \Leftrightarrow \sin x = \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \Leftrightarrow \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$, па је $\sin x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (не може бити $\sin x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$, пошто за овакве x важи $\sin x > 0$), тј. решења једначине су $x = \arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. Решење које припада скупу $(0, \pi)$ је $\arcsin \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, а како је функција $\sin x$ строго растућа на $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ и како је $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4}$ (пошто је $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{5} < \sqrt{2} + 1 \Leftrightarrow 5 < 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 1 < \sqrt{2}$), следи да то решење припада интервалу $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$.
Одговор: **В**.

200. Једначина је дефинисана за $x \geqslant 0, \pm\sqrt{3}$ и $\sqrt{x} + \sqrt{x + \sqrt{3}} \geqslant 0$, $\sqrt{x} - \sqrt{x - \sqrt{3}} \geqslant 0$, тј. за $x \geqslant \sqrt{3}$. Како је

$$\begin{aligned}
\frac{x+\sqrt{3}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+\sqrt{3}}} &= \frac{x+\sqrt{3}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{x+\sqrt{3}} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{3}} - \sqrt{x}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(-x\sqrt{x} - \sqrt{3}\sqrt{x} + (x+\sqrt{3})^{\frac{3}{2}}\right) \\
\text{и } \frac{x-\sqrt{3}}{\sqrt{x} - \sqrt{x-\sqrt{3}}} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(x\sqrt{x} - \sqrt{3}\sqrt{x} + (x-\sqrt{3})^{\frac{3}{2}}\right),
\end{aligned}$$

једначина је (за $x \geqslant \sqrt{3}$) еквивалентна са $(x+\sqrt{3})^{\frac{3}{2}} + (x-\sqrt{3})^{\frac{3}{2}} = 3\sqrt{3}\sqrt{x}$, односно са (обе стране последње једначине су ненегативне) $27x = (x+\sqrt{3})^3 + (x-\sqrt{3})^3 + 2(x^2-3)^{\frac{3}{2}} = 2x^3 + 18x + 2(x^2-3)^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow 9x - 2x^3 = 2(x^2-3)^{\frac{3}{2}}$. Ако је $9x - 2x^3 < 0$, стране последње једначине су различитих знака, па нема решења. Иначе, тј. за $x \in [\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{2}}{2}]$ једначина је еквивалентна са $81x^2 - 36x^4 + 4x^6 = 4(x^2-3)^3 = 4x^6 - 36x^4 + 108x^2 - 108 \Leftrightarrow x^2 = 4$, односно $x = 2$ (не може бити $x = -2$).
Одговор: **А**.

201. $\left[\frac{1}{4} : \left(1 + \frac{7}{9}\right) + 0,25\right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{1}{5} - 1\right)^2} + \left(\frac{20}{9}\right)^{-1}\right] = \left[\frac{1}{4} : \frac{16}{9} + \frac{1}{4}\right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2} + \frac{9}{20}\right] = \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{9}{16} + \frac{1}{4}\right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\left|-\frac{4}{5}\right| + \frac{9}{20}\right] = \left[\frac{9}{64} + \frac{1}{4}\right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{4}{5} + \frac{9}{20}\right) = \left(\frac{25}{64}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{25}{20} = \left(\frac{64}{25}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{5}{4} = \frac{8}{5} \cdot \frac{5}{4} = 2$.
Одговор: **А**.

202. Ако је $z = x+iy$, $x, y \in \mathbb{R}$, из $|z-1| = |z+i|$ следи $(x-1)^2+y^2 = x^2+(y+1)^2 \Leftrightarrow x+y=0$, а из $|z+1| = |z+3i|$ следи $(x+1)^2+y^2 = x^2+(y+3)^2 \Leftrightarrow x-3y=4$, па је $x=1$, $y=-1$ и $z-1=-i$. Како је $i^4=1$, следи $(z-1)^{2015} = (-i)^{2015} = -i^{4\cdot 503+3} = -i^3 = i$.

Одговор: **D**.

203. Ако је $\frac{x-1}{x+1} = 2016$, следи $x = \frac{2017}{2015}$, па је $f(2016) = f\Big(\frac{\frac{2017}{2015}+1}{\frac{2017}{2015}-1}\Big) = 2015 \cdot \frac{2017}{2015} = 2017$.

Одговор: **C**.

204. Ако је цена свеске s, цена књиге је $\frac{s}{0{,}2} = 5s$, па су књига и свеска пре поскупљења коштале $6s$, а након поскупљења за 12% су коштале $1,12\cdot 6s$. Следи $1344 = 1,12\cdot 6s = 6,72s$, па је $s = \frac{1344}{6{,}72} = 200$ динара.

Одговор: **C**.

205. За $x \in \mathbb{R}\setminus\{-3,0\}$ важи $\big(\frac{3}{x^3-3x^2+9x} - \frac{6-x}{x^3+27}\big)\cdot\frac{x^3-9x}{x^2+9} + \frac{18}{x^3+3x^2+9x+27}$ $= \big(\frac{3}{x(x^2-3x+9)} - \frac{6-x}{(x+3)(x^2-3x+9)}\big)\cdot\frac{x(x-3)(x+3)}{x^2+9} + \frac{18}{(x+3)(x^2+9)} = \frac{3(x+3)-x(6-x)}{x(x+3)(x^2-3x+9)}\cdot \frac{x(x-3)(x+3)}{x^2+9} + \frac{18}{(x+3)(x^2+9)} = \frac{(x^2-3x+9)(x-3)}{(x^2-3x+9)(x^2+9)} + \frac{18}{(x+3)(x^2+9)} = \frac{x-3}{x^2+9} + \frac{18}{(x+3)(x^2+9)} = \frac{(x-3)(x+3)+18}{(x+3)(x^2+9)} = \frac{x^2+9}{(x+3)(x^2+9)} = \frac{1}{x+3}$.

Одговор: **E**.

206. По Виетовим правилима је $x_1+x_2=\sqrt{2}$ и $x_1x_2 = m-3$, па следи $20\sqrt{2} = x_1^3+x_2^3 = (x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2) = (x_1+x_2)((x_1+x_2)^2-3x_1x_1) = \sqrt{2}\cdot((\sqrt{2})^2-3(m-3)) = \sqrt{2}\cdot(-3m+11) \Leftrightarrow 20 = -3m+11 \Leftrightarrow m=-3$.

Одговор: **A**.

207. Коефицијент правца праве која садржи AB је $\frac{4-2}{3-(-1)} = \frac{1}{2}$, а симетрале дужи AB је $-\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$. Како симетрала садржи и средиште дужи, тачку $(\frac{-1+3}{2}, \frac{2+4}{2}) = (1,3)$, њена једначина је $y=-2x+5$. Центар круга припада симетрали дужи AB (она је тетива тражене кружнице) и правој $x-y-7=0$, тј. координате центра C су $(4,-3)$, па је полупречник кружнице једнак дужини дужи CA (растојање од центра до једне од тачака на кружници), тј. $\sqrt{(-1-4)^2+(2-(-3))^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

Одговор: **B**.

208. Ако је $K(x)$ количник у уоченом дељењу, следи $P(x) = K(x)Q(x) = K(x)x(x-1)(x-2)$. За $x=0$ добија се $c=0$, за $x=1$ добија се $-5+a+b+c=0$, а за $x=2$ добија се $-52+8a+2b+c=0$, па је $a=7$, $b=-2$, $c=0$ и $a^2+b^2+c^2=45$.

Одговор: **E**.

209. $81^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} = (3^4)^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_{3^2} 2^2} + (5^2)^{\log_{5^3} 2^3} = (3^4)^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{2}\log_3 2} + (5^2)^{\frac{3}{3}\log_5 2} = 3^{4(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\log_3 2)} + 5^{2\log_5 2} = 3^{1-2\log_3 2} + 5^{\log_5 2^2} = 3^{\log_3 3-\log_3 2^2} + 2^2 = 3^{\log_3 \frac{3}{4}} + 4 = \dfrac{3}{4}+4 = 4,75$.

Одговор: **E**.

210. Неједначина је дефинисана за $x \neq 1$. За такве x је еквивалентна са

$(0,5)^{\frac{2x}{1-x}} \geqslant \sqrt{(0,25)^{x-6}} = \left((0,5)^2\right)^{\frac{x-6}{2}} = (0,5)^{x-6} \Leftrightarrow \dfrac{2x}{1-x} \leqslant x-6 \Leftrightarrow 0 \leqslant \dfrac{2x}{x-1} + x - 6 = \dfrac{x^2-5x+6}{x-1} = \dfrac{(x-2)(x-3)}{x-1} \Leftrightarrow x \in (1,2] \cup [3,\infty)$.
Одговор: **D**.

211. $\dfrac{\sin 100^\circ + \cos 70^\circ}{\cos 80^\circ - \cos 20^\circ} = \dfrac{\sin(90^\circ + 10^\circ) + \cos 70^\circ}{-2\sin 30^\circ \sin 50^\circ} = \dfrac{\cos 10^\circ + \cos 70^\circ}{-2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin(90^\circ - 40^\circ)}$
$= \dfrac{2\cos 40^\circ \cos(-30^\circ)}{-\cos 40^\circ} = -2\cos 30^\circ = -\sqrt{3}$.
Одговор: **B**.

212. Ако је $\alpha = \sphericalangle CAB$, следи $\sphericalangle ABC = 2\alpha$, па на основу синусне теореме следи $\sqrt{3} = \frac{|CA|}{|BC|} = \frac{\sphericalangle ABC}{\sphericalangle CAB} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha} = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha} = 2\cos\alpha$, тј. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, односно (како је $\alpha \in (0^\circ, 180^\circ)$) $\alpha = 30^\circ$. Дакле, $\sphericalangle CAB = 30^\circ$, $\sphericalangle ABC = 2\alpha = 60^\circ$, па је $\sphericalangle BCA = 180^\circ - \sphericalangle CAB - \sphericalangle ABC = 90^\circ$, па је $\triangle ABC$ правоугли, хипотенузе AB. Дакле, $|AB| = \sqrt{|BC|^2 + |CA|^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$.
Одговор: **B**.

213. Ако је d корак прогресије, општи члан је $a_n = a_1 + (n-1)d$, за $n \in \mathbb{N}$, а збир првих n ($n \in \mathbb{N}$) чланова је $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = \sum\limits_{k=1}^{n} (a_1 + (k-1)d) = na_1 + d \cdot \sum\limits_{k=1}^{n} (k-1) = na_1 + d \cdot \frac{(n-1)n}{2}$. Из услова задатка је $19 = 2(a_1+d) - (a_1+3d) + (a_1+4d) = 2a_1 + 5d$ и $43 = a_6 + a_7 = (a_1 + 5d) + (a_1 + 6d) = 2a_1 + 11d$, одакле је $a_1 = 5$, $d = 3$, па је $a_{22} + a_{23} + \ldots + a_{30} = S_{30} - S_{21} = (30-21)a_1 + d \cdot \left(\frac{29\cdot 30}{2} - \frac{20\cdot 21}{2}\right) = 9\cdot 5 + 3\cdot 225 = 720$.
Одговор: **A**.

214. Једначина је дефинисана за $4x > 0$ и $x^2 > 0$, тј. за $x > 0$ и за такве x је еквивалентна са $8 = \log^2_{2^{-1}}(4x) + 2\log_2 x - \log_2 2^3 = (-\log_2(4x))^2 + 2\log_2 x - 3 = (\log_2(2^2 \cdot x))^2 + 2\log_2 x - 3 = (2 + \log_2 x)^2 + 2\log_2 x - 3 = \log_2^2 x + 6\log_2 x + 1 \Leftrightarrow 0 = \log_2^2 x + 6\log_2 x - 7 = (\log_2 x + 7)(\log_2 x - 1) \Leftrightarrow \log_2 x = -7 \vee \log_2 x = 1 \Leftrightarrow x \in \{2^{-7}, 2\}$.
Одговор: **D**.

215. Неједначина је дефинисана за $0 \leqslant 2x^2 - 5x + 2 = (2x-1)(x-2) \Leftrightarrow x \in (-\infty, \frac{1}{2}] \cup [2,\infty)$. Ако је $x \in (-\infty, \frac{1}{2}]$, лева страна је позитивна, а десна негативна, па су ово решења неједначине. Ако је $x \in [2,\infty)$, неједначина је еквивалентна са $2x^2 - 5x + 2 > (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow 0 < x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$, па је у овом случају решење $x \in (2,\infty)$. Дакле, решење неједначине је $x \in (-\infty, \frac{1}{2}] \cup (2,\infty)$.
Одговор: **C**.

216. Како је $\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = -2\sin\frac{\pi}{4}\sin x = -\sqrt{2}\sin x$ и $\sqrt{2}(2\cos^2 x - 1) = \sqrt{2}(1 - 2\sin^2 x)$, једначина је еквивалентна са $0 = 2\sin^2 x - \sin x - 1 = (\sin x - 1)(2\sin x + 1) \Leftrightarrow \sin x = 1 \vee \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \vee x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{11\pi}{6} + 2\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$. Интервалу $(0, 2\pi)$ припадају решења $\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ и важи $\frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = \frac{7\pi}{2}$.
Одговор: **E**.

217. Чланови развоја су $\binom{n}{k}(\sqrt[5]{5})^{n-k}(\sqrt[3]{3})^k = \binom{n}{k}5^{\frac{n-k}{5}}3^{\frac{k}{3}}$ за $0 \leqslant k \leqslant n$. По условима задатка је $4030 = \binom{n}{1} + \binom{n}{n-1} = 2n$, тј. $n = 2015$, а како је $(5,3) = 1$, члан је рационалан ако и само ако $\frac{2015-k}{5}, \frac{k}{3} \in \mathbb{N}$, тј. ако и само ако $15 \mid k$, тј.

за $k = 15j$, $0 \leqslant j \leqslant 134$ $(15 \cdot 134 < 2015 < 15 \cdot 135)$. Дакле, број чланова развоја који су рационални је 135, па је број ирационалних чланова $2016 - 135 = 1881$.
Одговор: **D**.

218. Растојање средишта две суседне ивице једнако је половини дијагонале стране коцке. Како је ивица коцке дужине $4\sqrt{3}$, дужина дијагонале стране коцке је $4\sqrt{6}$, па је растојање средишта две суседне ивице једнако $2\sqrt{6}$. Следи да је тражени пресек једнакостранични троугао странице $2\sqrt{6}$ и његова површина је $\dfrac{(2\sqrt{6})^2\sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$.
Одговор: **A**.

219. Како ваљак има описану сферу, он је прав и центар те сфере се налази у средишту дужи која спаја центре основа ваљка. Нека је r полупречник основе, а h висина ваљка. Раван која садржи неки пречник основе и нормална је на основу ваљка сече ваљак по правоугаонику страница $2r$ и h, а како садржи и центар сфере, пресек са сфером је велики круг сфере и тај круг (полупречника 1) је описан око овог правоугаоника. Следи да је $(2r)^2 + h^2 = 2^2$, тј. $h = 2\sqrt{1-r^2}$, па је запремина ваљка $V(r) = r^2\pi h = 2\pi r^2\sqrt{1-r^2}$, где је $r \in (0,1)$. Како је $V'(r) = 2\pi\big(2r\sqrt{1-r^2} + r^2 \cdot \frac{-2r}{2\sqrt{1-r^2}}\big) = \frac{2\pi r}{\sqrt{1-r^2}} \cdot (2-3r^2)$, следи $V'(r) > 0$ ако је $r \in (0, \frac{\sqrt{6}}{3})$, $V'(r) = 0$ ако је $r = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $V'(r) < 0$ ако је $r \in (\frac{\sqrt{6}}{3}, 1)$, односно $V(r)$ расте на $(0, \frac{\sqrt{6}}{3})$, а опада на $(\frac{\sqrt{6}}{3}, 1)$, па се максимум достиже за $r = \frac{\sqrt{6}}{3}$, а онда је $h = 2\sqrt{1-r^2} = 2\sqrt{1-\frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.
Одговор: **D**.

220. У речи ЗЛАТИБОР има 3 различита самогласника и 5 различитих сугласника. Слово на првој позицији може бити произвољан самогласник (тј. може се изабрати на 3 начина), слово на последњој позицији може бити било који од преостала два самогласника (тј. може се изабрати на 2 начина), а након тога на преосталих шест позиција може доћи произвољна пермутација преосталих слова (а то се може урадити на 6! начина). Дакле, тражених пермутација има $3 \cdot 2 \cdot 6! = 4320$.
Одговор: **C**.

221. Како је $\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = |2+\sqrt{3}| = 2+\sqrt{3}$ и $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3}$, следи $\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = 2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3} = 4$.
Одговор: **B**.

222. Из Виетових правила је $x_1 + x_2 = -2$ и $x_1x_2 = p^2$, па следи $x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-2)^2 - 2p^2 = 4 - 2p^2$.
Одговор: **C**.

223. $g(f(1)) = g\big(\frac{1}{1+1}\big) = g\big(\frac{1}{2}\big) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+2} = \frac{1}{5}$.
Одговор: **C**.

224. Неједначина је дефинисана за $x^3 \neq 0$, тј. за $x \neq 0$. Ако је $x < 0$, следи $\frac{1}{x^3} < 0 < 1$, па у овом случају нема решења. Ако је $x > 0$, неједначина је еквивалентна са $x^3 < 1$, односно са $x < 1$. Дакле, решење неједначине је $x \in (0,1)$.

Одговор: **E**.

225. Како је $f(x) = 2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{31}{8} \geqslant \frac{31}{8}$ и како је $f\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{31}{8}$, минимум функције је $\frac{31}{8}$.

Одговор: **C**.

226. Неједначина је дефинисана за $x > 0$, $x \neq 1$ и $3x - 2 > 0$, тј. за $x \in (\frac{2}{3}, 1) \cup (1, \infty)$. Ако је $x \in (\frac{2}{3}, 1)$, неједначина је еквивалентна са $3x - 2 < x^2$, тј. са $x^2 - 3x + 2 > 0$, односно са $(x-1)(x-2) > 0$, па је $x \in (-\infty, 1) \cup (2, \infty)$, тј. у овом случају решења су $x \in (\frac{2}{3}, 1)$. Ако је $x \in (1, \infty)$, неједначина је еквивалентна са $3x - 2 > x^2$, односно са $> x^2 - 3x + 2 < 0$, тј. са $(x-1)(x-2) < 0$, одакле је $x \in (1,2)$, тј. у овом случају решења су $x \in (1,2)$. Дакле, решење неједначине је $x \in (\frac{2}{3}, 1) \cup (1,2)$.

Одговор: **A**.

227. $3^{x^2-2x-11} = 11^{x^2-2x-11} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{11}\right)^{x^2-2x-11} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 11 = 0$. Последња једначина је квадратна, дискриминанта јој је $2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-11) > 0$, па има два реална решења. Збир тих решења, по Виетовим правилима, је 2.

Одговор: **A**.

228. Ако је $K(x)$ количник у уоченом дељењу, следи $P(x) = K(x)Q(x) = K(x)(x-2)(x+2)$. За $x = 2$ се добија $0 = P(2) = 16a - 8 + 2b + 2 = 16a + 2b - 6 = 2(8a + b) - 6$, па следи $2(8a + b) = 6$, тј. $8a + b = 3$.

Одговор: **D**.

229. Како је $2 + i = |z + 2i| - \overline{z} = |x + i(y+2)| - x + iy = \sqrt{x^2 + (y+2)^2} - x + iy$, изједначавањем имагинарних делова страна једначине следи $y = 1$, па из изједначавања реалних делова следи $2 = \sqrt{x^2 + (y+2)^2} - x = \sqrt{x^2 + 9} - x \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 9} = x + 2$. Ако ј $x < -2$, последња једначина нема решења (стране су различитих знака), а ако је $x \geqslant -2$, последња једначина је еквивалентна са $x^2 + 9 = x^2 + 4x + 4 \Leftrightarrow 4x = 5$, па је $4x - y = 5 - 1 = 4$.

Одговор: **C**.

230. Коефицијент правца праве $y = -\frac{x}{2} + 5$ је $-\frac{1}{2}$, па је она нормална на неку праву p ако и само ако је коефицијент правца p једнак $-\frac{1}{-\frac{1}{2}} = 2$, тј. ако и само ако је једначина праве p облика $y = 2x + n$, за неко $n \in \mathbb{R}$.

Одговор: **D**.

231. Центри описане и уписане сфере коцке ивице a се поклапају (средиште дијагонале коцке), полупречник описане сфере R једнак је половини дијагонале коцке (тј. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$), а полупречник уписане сфере r једнак је половини ивице коцке (тј. $r = \frac{a}{2}$). Следи да је тражени однос запремина $\frac{\frac{4}{3}R^3\pi}{\frac{4}{3}r^3\pi} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$.

Одговор: **E**.

232. Једначина је дефинисана за $x+1 \geqslant 0$ и $x-2 \geqslant 0$, тј. за $x \geqslant 2$. За такво x је $1 = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} \geqslant \sqrt{x+1} \geqslant \sqrt{2+1} = \sqrt{3} > 1$, па једначина нема решења.

Одговор: **A**.

233. Како је $(1-i)^2 = 1^2 - 2i + i^2 = -2i$ и $i^4 = 1$, следи $(1-i)^{2015} = (1-i)\big((1-i)^2\big)^{1007} = (1-i)(-2i)^{1007} = (1-i)\cdot 2^{1007}\cdot(-1)^{1007}\cdot i^{4\cdot 251+3} = 2^{1007}\Big((1-i)\cdot(-1)\cdot(-i)\Big) = 1+i$, следи $\frac{(1-i)^{2015}}{2-4i} = 2^{1007}\cdot\frac{1+i}{2(1-2i)}\cdot\frac{1+2i}{1+2i} = 2^{1006}\cdot\frac{-1+3i}{5}$, па је имагинарни део овог броја $\frac{3\cdot 2^{1006}}{5}$.

Одговор: **D**.

234. Ако је d корак аритметичког низа, следи $a_n = a_1 + (n-1)d$, за $n \in \mathbb{N}$, па је $4 = a_{12} = a_1 + 11d$ и $22 = \sum\limits_{k=1}^{11} a_k = \sum\limits_{k=1}^{11}(a_1 + (k-1)d) = 11a_1 + d\cdot\sum\limits_{k=1}^{11}(k-1) = 11a_1 + d\cdot\frac{10\cdot 11}{2} = 11a_1 + 55d \Leftrightarrow a_1 + 5d = 2$, одакле је $a_1 = d = \frac{1}{3}$, па је $a_6 = a_1 + 5d = 2$.

Одговор: **E**.

235. Како је $x^2 - 2x + y^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 4 = 2^2$, полупречник ове кружнице је 2.

Одговор: **B**.

236. Бројеви дељиви са 3 су $3n$, за $n \in \mathbb{N}$, двоцифрени међу њима су за $4 \leqslant n \leqslant 33$, па их има $33 - 4 + 1 = 30$.

Одговор: **D**.

237. Ако је $\operatorname{tg} x = m$, следи $\cos 2x = \frac{1-\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x} = \frac{1-m^2}{1+m^2}$.

Одговор: **E**.

238. Тангента параболе $y = x^2$ у тачки (x_0, x_0^2) ја права $y = 2x_0 - x_0^2$. Следи, тангента у $(1,1)$ је $y = 2x - 1$, а у $(-2,4)$ је $y = -4x - 4$, а њихов пресек је $(-\frac{1}{2}, -2)$.

Одговор: **B**.

239. Ако је $\sin x \geqslant 0$, једначина је еквивалентна са $\sqrt{2} = 0$, па нема решења. Ако је $\sin x < 0$, једначина је еквивалентна са $2\sin x + \sqrt{2} = 0$, односно $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, па је $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \vee x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$. Интервалу $(-2\pi, 2\pi)$ припадају решења $-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ (и важи $-\frac{3\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} = 2\pi$).

Одговор: **D**.

240. Ако је $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$, следи:

1° на $(-\infty, -1]$ важи $f(x) = x^2 - 3x + 2$ и на овом скупу f је непрекидна и строго опадајућа, тј. она је бијекција скупа $(-\infty, -1]$ на $(-\infty, 0]$ (односно једначина $f(x) = a$ има на $(-\infty, -1]$ једно решење ако је $a \in (-\infty, 0]$, а ниједно ако $a \notin (-\infty, 0]$);

2° на $(-1, \frac{3}{2}]$ важи $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ и на овом скупу f је непрекидна и строго растућа, тј. она је бијекција скупа $(-1, \frac{3}{2}]$ на $(0, \frac{1}{4}]$ (односно једначина $f(x) = a$ има на $(-1, \frac{3}{2}]$ једно решење ако је $a \in (0, \frac{1}{4}]$, а ниједно ако $a \notin (0, \frac{1}{4}]$);

3° на $(\frac{3}{2}, 2]$ важи $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ и на овом скупу f је непрекидна и строго опадајућа, тј. она је бијекција скупа $(\frac{3}{2}, 2]$ на $[0, \frac{1}{4})$ (односно једначина $f(x) = a$ има на $(\frac{3}{2}, 2]$ једно решење ако је $a \in [0, \frac{1}{4})$, а ниједно ако $a \notin [0, \frac{1}{4})$);
4° на $(2, \infty)$ важи $f(x) = x^2 - 3x + 2$ и на овом скупу f је непрекидна и строго растућа, тј. она је бијекција скупа $(2, \infty)$ на $(0, \infty)$ (односно једначина $f(x) = a$ има на $(2, \infty)$ једно решење ако је $a \in (0, \infty)$, а ниједно ако $a \notin (0, \infty)$).
Дакле, највећи могући број решења једначине $f(x) = a$ је 4 (ако има решење у сваком од претходно наведених случајева) и то се дешава за $a \in (-\infty, 0] \cap (0, \frac{1}{4}] \cap [0, \frac{1}{4}) \cap (0, \infty) = (0, \frac{1}{4})$.
Одговор: **E**.

Напомена. Претходно разматрање се може и визуелизовати, посматрањем графика функција $y = f(x)$ и $y = a$.

241. Како је $i^4 = 1$, следи $i^{2016} = i^{4 \cdot 504} = 1$, па је $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \ldots + i^{2015} = \frac{1 - i^{2016}}{1 - i} = \frac{1-1}{1-i} = 0$.
Одговор: **A**.

242. За $x \neq 2$ је $f(f(x)) = f\big(\frac{2x+1}{x-2}\big) = \dfrac{2 \cdot \frac{2x+1}{x-2} + 1}{\frac{2x+1}{x-2} - 2} = x$.
Одговор: **C**.

243. Како су a, b, c узастопни чланови геометријске прогресије са количником 2, следи $b = 2a$, $c = 2b$. Како су b, c, d три узастопна члана аритметичког низа са разликом 4, следи $c - b = 4$, $d - c = 4$. Из $c = 2b$, $c - b = 4$, следи $b = 4$, $c = 8$, па је $a = \frac{b}{2} = 2$ и $d = c + 4 = 12$, односно $a + b + c + d = 2 + 4 + 8 + 12 = 26$.
Одговор: **A**.

244. Површина $\triangle ABC$ је $P = \dfrac{AC \cdot BC \cdot \sphericalangle BCA}{2} = \dfrac{4\sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sin 45^\circ}{2} = 10\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10$.
Одговор: **E**.

245. Како паралелне праве имају исти коефицијент правца, једначина тражене праве је облика $p : 4x + 6y + n = 0$, за неко $n \in \mathbb{R}$. Како $A \in p$, следи $4 \cdot (-1) + 6 \cdot 1 + n = 0$, па је $n = -2$, односно једначина тражене праве је $4x + 6y - 2 = 0$, тј. $2x + 3y - 1 = 0$.
Одговор: **A**.

246. Како за $a \neq b$ важи $\dfrac{a^6 - b^6}{a^3 - b^3} + 3ab(a + b) = \dfrac{(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)}{a^3 - b^3} + 3ab(a + b) = (a+b)(a^2 - ab + b^2) + 3ab(a+b) = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) = (a+b)^3$, вредност израза за $a = 1,251$ и $b = 0,749$ је $(1,251 + 0,749)^3 = 2^3 = 8$.
Одговор: **B**.

247. Како је $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, следи $\cos\alpha < 0$, па како је $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} = \big(\frac{12}{13}\big)^2$, следи $\cos\alpha = -\frac{12}{13}$, па је $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{5}{12}$.
Одговор: **D**.

248. Ако је $x \geqslant -\frac{1}{2}$, једначина је еквивалентна са $(2x + 1) + x = 4$, односно са $3x = 3$ тј. следи $x = 1$, па како је $1 \geqslant -\frac{1}{2}$, $x = 1$ је решење једначине. Ако је

$x < -\frac{1}{2}$, једначина је еквивалентна са $-(2x+1)+x=4$, односно са $-x=5$, па је $x=-5$, а како је $-5<-\frac{1}{2}$, $x=-5$ је решење једначине. Дакле, решења једначине су 1 и -5.

Одговор: **C**.

249. По Виетовим правилима је $x_1+x_2=3$ и $x_1x_2=5$, па је $\dfrac{x_1^2}{x_2}+\dfrac{x_2^2}{x_1}=\dfrac{x_1^3+x_2^3}{x_1x_2}=\dfrac{(x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)}{x_1x_2}=\dfrac{(x_1+x_2)((x_1+x_2)^2-3x_1x_2)}{x_1x_2}=\dfrac{3\cdot(3^2-3\cdot5)}{5}=-\frac{18}{5}$.

Одговор: **C**.

250. Како је број $\overline{abcd}$ дељив са 5 и цифре су му из скупа $\{0,1,2,4,7\}$, мора бити $d=0$. Како су му све цифре различите и нема додатних ограничења, цифра c може бити произвољна цифра из скупа $\{1,2,4,7\}$ (тј. може се изабрати на 4 начина), након тога цифра b може бити било која цифра из овог скупа различита од c (тј. може се изабрати на 3 начина), а након тога цифра a може бити било која цифра из овог скупа различита од b и c (тј. може се изабрати на 2 начина), следи да је укупан број оваквих бројева $4\cdot3\cdot2=24$.

Одговор: **E**.

251. Из услова задатка је $\log_5 2=\frac{1}{a}$ и $\log_5 3=\frac{1}{b}$, па како је $\log_5 60=\log_5(2^2\cdot3\cdot5)=2\log_5 2+\log_5 3+\log_5 5=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+1$ и $\log_5 18=\log_5(2\cdot3^2)=\log_5 2+2\log_5 3=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$, следи $\log_{18} 60=\dfrac{\log_5 60}{\log_5 18}=\dfrac{\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+1}{\frac{1}{a}+\frac{2}{b}}=\dfrac{a+2b+ab}{2a+b}$.

Одговор: **A**.

252. Једначина је дефинисана за $x^2-6x+5\neq0$, тј. за $x\neq1$ и $x\neq5$. За такве x неједначина је еквивалентна са $\frac{19-x}{x^2-6x+5}\geqslant1$, односно са $1-\frac{19-x}{x^2-6x+5}\leqslant0$, тј. са $\frac{x^2-5x-14}{x^2-6x+5}\leqslant0$, па је $\frac{(x+2)(x-7)}{(x-1)(x-5)}\leqslant0$, односно $x\in[-2,1)\cup(5,7]$ (јер је $x\neq1$ и $x\neq5$). Цели бројеви у овом скупу су -2, -1, 0, 6 и 7.

Одговор: **D**.

253. Нека је $K(x)$ количник у поменутом дељењу. Како је $Q(x)=(x+1)(x-2)$, следи $P(x)=K(x)Q(x)+R(x)=K(x)(x+1)(x-2)+ax+b$. За $x=2$ добија се $1=P(2)=K(2)\cdot0+2a+b=2a+b$, тј. $2a+b=1$.

Одговор: **C**.

254. Ако су r,h и s полупречник основе, висина и изводница купе, редом, следи $r(r+s)\pi=96\pi$ и $rs\pi=60\pi$, па је $r^2\pi=r(r+s)\pi-rs\pi=36\pi$, одакле је $r=6$. Следи $s=10$ и $h=\sqrt{s^2-r^2}=8$, па је запремина купе $\frac{r^2\pi h}{3}=\frac{6^2\cdot\pi\cdot8}{3}=96\pi$.

Одговор: **E**.

255. Неједначина је дефинисана ако и само ако је $x+1>0$, $x+2>0$ и $5-x>0$, тј. ако и само ако је $x\in(-1,5)$. За такве x она је еквивалентна са $0<2\log_2(5-x)-\log_2(x+1)-\log_2(x+2)=\log_2\frac{(5-x)^2}{(x+1)(x+2)}\Leftrightarrow 1<\frac{(5-x)^2}{(x+1)(x+2)}\Leftrightarrow 0<\frac{(5-x)^2}{(x+1)(x+2)}-1=\frac{23-13x}{(x+1)(x+2)}\Leftrightarrow x\in(-\infty,-2)\cup\left(-1,\frac{23}{13}\right)$, односно (како је $x\in(-1,5)$), следи да је решење неједначине $x\in\left(-1,\frac{23}{13}\right)$. Цели бројеви који припадају овом скупу су 0 и 1.

Одговор: **E**.

256. Неједначина је дефинисана за $3-x \geqslant 0$, тј. за $x \in (-\infty, 3]$. За такве x, ако је и $1-x<0$ (тј. ако је $x>1$), лева страна неједначине је негативна, а десна ненегативна, па је она задовољена, тј. скуп $(1,3]$ припада скупу решења неједначине. Иначе (тј. ако $x \in (-\infty, 1]$), једначина је еквивалентна са $3-x > (1-x)^2 = 1-2x+x^2 \Leftrightarrow 0 > x^2-x-2 = (x+1)(x-2) \Leftrightarrow x \in (-1,2)$, тј. (како је $x \in (-\infty, 1]$), у овој ситуацији скуп решења је $(-1,1]$. Дакле, решење неједначине је $x \in (-1,1] \cup (1,3] = (-1,3]$, а цели бројеви у овом скупу су 0, 1, 2 и 3.
Одговор: **C**.

257. Ако је $y=(x+1)(x+4)=x^2+5x+4$, како је $(x+2)(x+3)=x^2+5x+6=y+2$, уоченом сменом једначина се своди на $y(y+2)=24$ тј. на $y^2+2y-24=0$, одакле је $(y+6)(y-4)=0$, односно $y \in \{-6,4\}$. Ако је $y=-6$, следи $x^2+5x+4=-6$, па је $x^2+5x+10=0$, а како је $\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{15}{4}>0$, следи $0>0$, па у овом случају нема реалних решења. Ако је $y=4$, следи $x^2+5x+4=4$, односно $x^2+5x=0$, па је $x(x+5)=0$, тј. решења су $x \in \{-5,0\}$.
Одговор: **C**.

258. Једначина је еквивалентна са $2\sqrt{2}\sin x \cdot \cos^2 x + 1 - (\sin x + \cos x)^2 = 0$, односно са $2\sqrt{2}\sin x \cdot \cos^2 x + 1 - (1+2\sin x \cos x) = 0$, тј. са $2\sqrt{2}\sin x \cos x\big(\cos x - \frac{1}{\sqrt{2}}\big) = 0$, па је $\sin x = 0 \vee \cos x = 0 \vee \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, одакле је $x = k\pi \vee x = \frac{\pi}{2}+k\pi \vee (x = \frac{\pi}{4}+2k\pi \vee x = -\frac{\pi}{4}+2k\pi)$ за $k \in \mathbb{Z}$, тј. решење једначине је $x \in \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{2}+k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{4}+2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{\pi}{4}+2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ (притом су претходна четири скупа по паровима дисјунктни). Интервалу $[-\pi,\pi]$ припадају $0, \pi, 2\pi, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$.
Одговор: **D**.

259. Ако је $t = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^{x^2-6x+2}$, како је $\sqrt{3}-\sqrt{2} = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^{-1}$, следи $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{x^2-6x+2} = \frac{1}{t}$, па једначина постаје $t+\frac{1}{t} = 2\sqrt{3}$, одакле следи $t \in \{\sqrt{3}-\sqrt{2}, \sqrt{3}+\sqrt{2}\}$. Ако је $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{x^2-6x+2} = t = \sqrt{3}-\sqrt{2} = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^{-1}$, следи $x^2-6x+2=-1 \Leftrightarrow x^2-6x+3=0 \Leftrightarrow x \in \{3-\sqrt{6}, 3+\sqrt{6}\}$. Ако је $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{x^2-6x+2} = t = \sqrt{3}+\sqrt{2}$, следи $x^2-6x+2=1 \Leftrightarrow x^2-6x+1=0 \Leftrightarrow x \in \{3-2\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2}\}$. Дакле, решење једначине је $x \in \{3-\sqrt{6}, 3+\sqrt{6}, 3-2\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2}\}$.
Одговор: **B**.

260. Како је $x^2+x+2>0$ (квадратна функција, водећи коефицијент $1>0$ и дискриминанта $1^2-4\cdot 1\cdot 2<0$), неједначина је дефинисана за $x \in \mathbb{R}$ и еквивалентна са $2x^2+(m-3)x+11 > x^2+x+2 \Leftrightarrow x^2+(m-4)x+9$. Последња квадратна функција је позитивна за свако $x \in \mathbb{R}$ ако и само ако је водећи коефицијент позитиван, тј. $1>0$, и дискриминанта негативна, тј. $0 > (m-4)^2 - 4\cdot 1\cdot 9 = (m-4)^2 - 6^2 = (m+2)(m-10) \Leftrightarrow m \in (-2,10)$. У овом скупу има 11 целих бројева.
Одговор: **E**.

261. Вредност уоченог израза је -2.
Одговор: **C**.

262. За $a \neq \pm 1$, $x \neq \pm 1$важи $\frac{1-a^2}{(1+ax)^2-(a+x)^2} = \frac{(1-a)(1+a)}{(1-a-x+ax)(1+a+x+ax)} = \frac{1}{(1-x)(1+x)} = \frac{1}{1-x^2}$.
Одговор: **E**.

263. Решење уочене једначине је $x = 0$.
Одговор: **B**.

264. Ако је d корак прогресије, важи $a_n = a_1 + (n-1)d$ за $n \in \mathbb{N}$, па следи $16 = a_5 = a_1 + 4d$ и $31 = a_{11} = a_1 + 10d$, одакле је $d = \frac{5}{2}$ и $a_1 = 6$. Следи да је збир првих 17 чланова $\sum\limits_{k=1}^{17}(a_1+(k-1)d) = 17a_1 + d\cdot\sum\limits_{k=1}^{17}(k-1) = 17\cdot 6 + \frac{5}{2}\cdot\frac{16\cdot 17}{2} = 6\cdot 17 + 5\cdot 4\cdot 17 = 26\cdot 17 = 442$.
Одговор: **B**.

265. Како је

$$|x+1|+|x-1| = \begin{cases} -(x+1)-(x-1) = -2x, & \text{за } x \in (-\infty,-1) \\ (x+1)-(x-1) = 2, & \text{за } x \in [-1,1) \\ (x+1)+(x-1) = 2x, & \text{за } x \in [1,\infty) \end{cases},$$

на $(-\infty,-1)$ једначина је еквивалентна са $-2x = 4 \Leftrightarrow x = -2$ (што је решење, јер $-2 \in (-\infty,-1)$), на $[-1,1)$ је еквивалентна са $2 = 4$ (па на овом скупу нема решења), а на $[1,\infty)$ са $2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$ (што је решење, јер $2 \in [1,\infty)$). Дакле, решења једначине су -2 и 2.
Одговор: **D**.

266. Једначина је дефинисана ако и само ако је $25 - x^2 \geqslant 0$, односно за $x \in [-5,5]$. За такве x је $7 - x > 0$, па је (за $x \in [-5,5]$) једначина еквивалентна са $25 - x^2 = (7-x)^2 = 49 - 14x + x^2 \Leftrightarrow 0 = 2x^2 - 14x + 24 = 2(x-4)(x-3)$, тј. $x \in \{3,4\}$. Како $3,4 \in [-5,5]$, ово јесу решења једначине.
Одговор: **C** или **E**.

267. Како је $\log x = \log 4 + 2\log 5 + \log 6 - \log 15 = \log 4 + \log 5^2 + \log 6 - \log 15 = \log\dfrac{4\cdot 5^2\cdot 6}{15} = \log\dfrac{4\cdot 5^2\cdot 3\cdot 2}{5\cdot 3} = \log(4\cdot 5\cdot 2) = \log 40$, следи $x = 40$.
Одговор: **A**.

268. f је дефинисана за $x^2 + 2x - 1 \neq 0$, тј. за $x \neq -1 \pm \sqrt{2}$ и важи $f(x) = \frac{x^2-2x-1}{x^2+2x-1} = \frac{(x-1)^2-2}{(x+1)^2-2}$, па је $f(\sqrt{2}+1) = \frac{(\sqrt{2}+1-1)^2-2}{(\sqrt{2}+1+1)^2-2} = \frac{0}{(\sqrt{2}+2)^2-2} = 0$.
Одговор: **A**.

269. Како је $q \parallel p$, q и p имају исти коефицијент правца, па је једначина праве $q : 3x + 2y + n = 0$, за неко $n \in \mathbb{R}$. Како $A \in q$, следи $3\cdot 1 + 2\cdot(-2) + n = 0$, па је $n = 1$, односно једначина праве q је $3x + 2y + 1 = 0$.
Одговор: **E**.

270. Чланови уоченог развоја су $\binom{12}{k}(x^3)^{12-k}\left(\frac{1}{x}\right)^k = \binom{12}{k}x^{36-4k}$, за $k \in \mathbb{Z}$, $0 \leqslant k \leqslant 12$. Члан који не зависи од x се добија за $36 - 4k = 0$, тј. за $k = 9$ и износи $\binom{12}{9} = \binom{12}{3} = \frac{12\cdot 11\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3} = 2\cdot 11\cdot 10 = 220$.
Одговор: **B**.

271. Ако је $y = 3^x$, важи $3^{x+2} = 9 \cdot 3^x = 9y$ и $9^{x+1} = 9 \cdot (3^x)^2 = 9y^2$, па следи $9y^2 + 9y = 810 \Leftrightarrow 0 = y^2 + y - 90 = (y+10)(y-9)$. Како је $y = 3^x > 0$, мора бити $3^x = 9$, односно $x = 2$.

Одговор: **B**.

272. Ако је цена свеске c, након поскупљења од 20% њена цена је $1,2c$, а након појефтињења од 20% нова цена је $0,8 \cdot (1,2c) = 0,96c$, па је нова цена свеске $0,96 \cdot 64 = 61,44$ динара.

Одговор: **A**.

273. Како је $\sin 160^\circ = 2\sin 80^\circ \cos 80^\circ$, $\sin 100^\circ = \sin(180^\circ - 80^\circ) = \sin 80^\circ$ и $\cos^4 40^\circ - \sin^4 40^\circ = (\cos^2 40^\circ - \sin^2 40^\circ)(\cos^2 40^\circ + \sin^2 40^\circ) = \cos 80^\circ$, следи $\frac{\sin 160^\circ}{\sin 100^\circ(\cos^4 40^\circ - \sin^4 40^\circ)} = \frac{2\sin 80^\circ \cos 80^\circ}{\sin 80^\circ \cdot \cos 80^\circ} = 2$.

Одговор: **E**.

274. Ако су a, b, c странице троугла, R полупречник описане кружнице и $s = \frac{a+b+c}{2} = 10$, по Хероновом обрасцу површина троугла је $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{10 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1} = 10\sqrt{2}$. Како важи и $P = \frac{abc}{4R}$, следи $R = \frac{abc}{4P} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 9}{4 \cdot 10\sqrt{2}} = \frac{27}{4\sqrt{2}} = \frac{27\sqrt{2}}{8}$.

Одговор: **C**.

275. Да би једначина била квадратна, мора бити $k - 2 \neq 0$, тј. $k \neq 2$. За такво k једначина је квадратна и има двоструко решење ако и само ако јој је дискриминанта једнака 0, тј. ако и само ако је $0 = (k+1)^2 - 4(k-2)(k+1) = (k+1)(9-3k) \Leftrightarrow k \in \{-1, 3\}$.

Одговор: **B**.

276. Како је $(1+i)^2 = 1^2 + 2i + i^2 = 2i$ и $(1-i)^2 = -2i$, следи $(1+i)^{10} + (1-i)^{10} = ((1+i)^2)^5 + ((1-i)^2)^5 = (2i)^5 + (-2i)^5 = (2i)^5 - (2i)^5 = 0$.

Одговор: **D**.

277. Неједначина је добро дефинисана ако је $x^2 - 5x + 7 > 0$, што је испуњено за $x \in \mathbb{R}$ (дискриминанта ове квадратне функције је $5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = -3 < 0$), па је једначина еквивалентна са $x^2 - 5x + 7 < 1 \Leftrightarrow 0 > x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$, тј. решење неједначине је $x \in (2, 3)$.

Одговор: **B**.

278. Ако је (x_0, y_0) тачка елипсе $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{24} = 1$, важи $\frac{x_0^2}{40} + \frac{y_0^2}{24} = 1$, а тангента у овој тачки је $\frac{xx_0}{40} + \frac{yy_0}{24} = 1$. Ако је $x_0 y_0 \neq 0$, тангенте нису паралелне са координатним осама, а одсечци које ова одсеца на координатним осама су дужина $\frac{|y_0|}{24}$ и $\frac{|x_0|}{40}$. Ако су они једнаке дужине, следи $|y_0| = \frac{3}{5} \cdot |x_0|$, па је $1 = \frac{|x_0|^2}{40} + \frac{|y_0|^2}{24} = \frac{|x_0|^2}{40} + \frac{1}{24} \cdot \frac{9|x_0|^2}{25} = \frac{|x_0|^2}{25}$, па је $|x_0| = 5$ и $|y_0| = 3$, а праве које одсецају одсечке једнаке дужине на координатним осама су $\pm\frac{x}{8} \pm \frac{y}{8} = 1$, тј. $\pm x \pm y = 8$ (односно $x + y - 8 = 0$, $-x + y - 8 = 0$, $-x - y - 8 = 0$ и $x - y - 8 = 0$).

Одговор: **E**.

279. Нека је C' пројекција тачке C на p. Тачка B ротира по кружници полупречника $AB = 2$, а C по кружници полупречника $CC' = \frac{AB}{2} = 1$. Добијено

обртно тело је зарубљена купа основа $r_1 = AB = 2$ и $r_2 = CC' = 1$ и висине једнаке висини троугла ABC (тј. $h = \sqrt{3}$) из које је исечена купа основице $r_2 = CC' = 1$ и висине h, па је његова запремина $V = \frac{r_2^2+r_2r_1+r_1^2}{3} \cdot \pi h - \frac{r_1^2}{3} \cdot \pi h = \frac{r_2^2+r_2r_1}{3} \cdot \pi h = \frac{2^2+2\cdot 1}{3} \cdot \pi\sqrt{3} = 2\pi\sqrt{3}$.
Одговор: **D**.

280. Како је $-1 = 2\cos^4 x - 2\sin^4 x = 2(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = 2\cos 2x$, једначина је еквивалентна са $\cos 2x = -\frac{1}{2}$, па су њена решења $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$ и $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$. Уоченом интервалу припадају $-\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$.
Одговор: **C**.

281. $(0,5)^{-8} \cdot 16^{-2} + 2^{-3} \cdot (5)^{-6} \cdot (0,02)^{-3} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot (\sqrt[4]{81})^{-2} = (0,5)^{-8} \cdot (2^4)^{-2} + 2^{-3} \cdot 25^{-3} \cdot (0,02)^{-3} + 3^2 \cdot (\sqrt[4]{3^4})^{-2} = (0,5)^{-8} \cdot 2^{-8} + (2 \cdot 25 \cdot 0,02)^{-3} + 3^2 \cdot 3^{-2} = (0,5 \cdot 2)^{-8} + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 = 3$.
Одговор: **A**.

282. $\frac{8}{3-\sqrt{5}} - \frac{2}{2+\sqrt{5}} = \frac{8}{3-\sqrt{5}} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} - \frac{2}{2+\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2} = \frac{8(3+\sqrt{5})}{4} - 2(\sqrt{5} - 2) = 2(3 + \sqrt{5}) - 2(\sqrt{5} - 2) = 10$.
Одговор: **B**.

283. За $a, b, c \neq 0,\ b + c \neq 0,\ a + b + c \neq 0$ је $\left(1 + \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) \cdot \left(\dfrac{1}{a + b + c}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}\right)^{-1} = \dfrac{b^2 + 2bc + c^2 - a^2}{2bc} \cdot \dfrac{1}{(a + b + c)^2} \cdot \left(\dfrac{\frac{b+c-a}{a(b+c)}}{\frac{a+b+c}{a(b+c)}}\right)^{-1} = \dfrac{(b + c)^2 - a^2}{2bc} \cdot \dfrac{1}{(a + b + c)^2} \cdot \left(\dfrac{b + c - a}{a + b + c}\right)^{-1} = \dfrac{(a + b + c)(b + c - a)}{2bc} \cdot \dfrac{1}{(a + b + c)^2} \cdot \dfrac{a + b + c}{b + c - a} = \dfrac{1}{2bc}$.
Одговор: **C**.

284. Неједначина је дефинисана за $x \neq \frac{3}{2}$ и важи $\frac{4-3x}{3-2x} < 1 \Leftrightarrow 0 > \frac{4-3x}{3-2x} - 1 = \frac{1-x}{3-2x} \Leftrightarrow x \in \left(1, \frac{3}{2}\right)$.
Одговор: **D**.

285. Ако је $k = 0$ једначина није квадратна и нема два решења. Ако је $k \neq 0$, квадратна је и њена дискриминанта је $(2(k + 6))^2 - 4 \cdot k \cdot 4k = 4((k + 6)^2 - (2k)^2) = 4(-k + 6)(3k + 6) = -12(k + 2)(k - 6)$ и негативна је за $k \in (-\infty, -2) \cup (6, \infty)$. Дакле, једначина има реална два решења x_1 и x_2 ако и само ако је $k \in [-2, 0) \cup (0, 6\,]$ и за овакве k, по Виетовим правилима, важи $x_1x_2 = 4$ и $x_1 + x_2 = \frac{2(k+6)}{k}$. Из прве везе следи да су x_1 и x_2 истог знака, па су негативни ако и само ако је $0 > x_1 + x_2 = \frac{2(k+6)}{k}$, тј. мора бити $k \in (-6, 0)$. Дакле, једначина има оба решења негативна ако и само ако $k \in [-2, 0)$.
Одговор: **B**.

286. Како је $|x - 1| \cdot |x + 2| = \begin{cases} x^2 + x - 2, & \text{за } x \in (-\infty, -2] \cup [1, \infty) \\ -x^2 - x + 2, & \text{за } x \in (-2, 1) \end{cases}$, ако је $x \in (-\infty, -2] \cup [1, \infty)$ једначина је еквивалентна са $x^2 + x - 2 = 4 \Leftrightarrow 0 = x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) \Leftrightarrow x \in \{-3, 2\}$, а како $-3, 2 \in (-\infty, -2] \cup [1, \infty)$, ово јесу решења, односно, ако је $x \in (-2, 1)$, једначина је еквивалентна са $-x^2 - x + 2 =$

$4 \Leftrightarrow x^2+x+2=0$ и нема решења (дискриминанта последње квадратне једначине је $1^2-4\cdot 2<0$). Дакле, сва решења једначине су $x\in\{-3,2\}$.
Одговор: **B**.

287. Како је $x^2+3x+6\geqslant 0$ (дискриминанта $3^2-4\cdot 6<0$), једначина је дефинисана за $x\in\mathbb{R}$. Ако је $x<-2$, нема решења (једна страна је негативна, а друга ненегативна), а ако је $x\geqslant -2$, обе стране су ненегативне и једначина је еквивалентна са $x^2+3x+6=(x+2)^2=x^2+4x+4\Leftrightarrow x=2$, што јесте решење $(2\geqslant -2)$.
Одговор: **B**.

288. Како је $6\cdot 3^{x+1}=1350+12\cdot 3^{x-2}\Leftrightarrow 1350=6\cdot 9\cdot 3^{x-1}-12\cdot\frac{1}{3}\cdot 3^{x-1}=54\cdot 3^{x-1}-4\cdot 3^{x-1}=50\cdot 3^{x-1}$, следи $3^{x-1}=27$, одакле је $x-1=3$, тј. $x=4$.
Одговор: **A**.

289. $\log_{\sqrt{3}}81=\log_{3^{\frac{1}{2}}}3^4=2\cdot 4\cdot\log_3 3=8$.
Одговор: **B**.

290. Ако је $\operatorname{tg}\alpha=2-\sqrt{3}$, следи $\sin 2\alpha+\cos 2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}+\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=\frac{1+2(2-\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})^2}{1+(2-\sqrt{3})^2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.
Одговор: **C**.

291. Како је $1+\cos 2\varphi=2\cos^2\varphi$ и $\sin 2\varphi=2\sin\varphi\cos\varphi$, за оне α за које је израз из задатка дефинисан, важи $\frac{1+\cos 2\alpha}{\cos 2\alpha}\cdot\frac{1+\cos 4\alpha}{\sin 4\alpha}=\frac{2\cos^2\alpha\cdot 2\cos^2 2\alpha}{\cos 2\alpha\cdot 2\sin 2\alpha\cos 2\alpha}=\frac{2\cos^2\alpha}{\sin 2\alpha}=\frac{2\cos^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\operatorname{ctg}\alpha$.
Одговор: **B**.

292. Ако су странице троугла (у cm) $a=10$, $b=12$, $c=18$, а одговарајуће странице сличног троугла a_1,b_1,c_1, онда је $a_1<b_1<c_1$ и $\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}=\frac{a+b+c}{a_1+b_1+c_1}=\frac{10+12+18}{50}=\frac{4}{5}$, па је $a_1=\frac{5}{4}\cdot a=12,5$.
Одговор: **C**.

293. По условима задатка, пресек симетралне равни једне од ивица које припадају основи пирамиде са пирамидом је једнакокраки троугао основне ивице a, угла на основици 45° и висине једнаке висини пирамиде (h). Следи да је тај троугао једнакокрако–правоугли, па је висина која одговара хипотенузи једнака половини хипотенузе $(h=\frac{a}{2})$, одакле је тражена запремина $V=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot h=\frac{a^3}{6}$.
Одговор: **B**.

294. Средиште MN је тачка $S\left(\frac{2+4}{2},\frac{5+1}{2}\right)=(3,3)$, а коефицијент правца праве која садржи M и N је $k=\frac{5-1}{2-4}=-2$. Симетрала MN садржи S и нормална је на MN, па је њен коефицијент правца $-\frac{1}{k}=\frac{1}{2}$, тј. њена једначина је $y=\frac{1}{2}\cdot(x-3)+3$, односно, то је права $x-2y+3=0$.
Одговор: **A**.

295. Како M припада правој, следи $2+4y-10=0\Leftrightarrow y=2$, тј. координате M су $(2,2)$. Једначина елипсе из задатка је $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, $a,b>0$, а тангенте у M

је $\frac{2x}{a^2}+\frac{2y}{b^2}=1$. Следи $\frac{a^2}{2}=10$ и $\frac{b^2}{2}=\frac{10}{4}$, тј. $a^2=20$ и $b^2=5$, па је једначина ове елипсе $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$, односно $x^2+4y^2=20$.

Одговор: **A**.

296. Како је $x=0,4\cdot y$, следи $y=\frac{1}{0,4}\cdot x=2,5\cdot x$, тј. x представља 250% броја y.

Одговор: **A**.

297. Ако је n највећи број у уоченом збиру, то су бројеви $\{n-2k \mid 0\leqslant k\leqslant 29\}$, па је $1230=\sum\limits_{k=0}^{29}(n-2k)=30n-2\cdot\sum\limits_{k=0}^{29}=30n-2\cdot\frac{29\cdot 30}{2}$, односно $n=70$.

Одговор: **D**.

298. Ако је a_n почетни члан, а q количник прогресије, следи $a_n=a_1q^{n-1}$ за $n\in\mathbb{N}$. Следи $35=a_1+a_4=a_1(1+q^3)$ и $30=a_2+a_3=a_1(q+q^2)$, па је $a_n>0$ за $n\in\mathbb{N}$ и $q>1$ и важи $\frac{7}{6}=\frac{35}{30}=\frac{1+q^3}{q+q^2}=\frac{1-q+q^2}{q}$, одакле је $q^2-\frac{13}{6}q+1=0\Leftrightarrow q\in\left\{\frac{2}{3},\frac{3}{2}\right\}$. Како је $q>1$, следи $q=\frac{3}{2}$, па је $a_1=8$ и $a_5=8\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^4=\frac{81}{2}$.

Одговор: **A**.

299. Како је $(1+i)^2=1+2i+i^2=2i$ и $(1-i)^2=-2i$, следи $(1+i)^7-(1-i)^7=\left((1+i)^2\right)^3\cdot(1+i)-\left((1-i)^2\right)^3\cdot(1-i)=(2i)^3(1+i)-(-2i)^3(1-i)=-8i(1+i)-8i(1-i)=-8i\cdot 2=-16i$.

Одговор: **D**.

300. Из $x^2y=20$ следи $y\neq 0$, па је $x^2=\frac{20}{y}$, па следи $\frac{20}{y}+y=9\Leftrightarrow 0=y^2-9y+20=(y-4)(y-5)$, тј. $y\in\{4,5\}$. Ако је $y=4$, следи $x^2=5$, што даје решења система $(-\sqrt{5},4)$ и $(\sqrt{5},4)$. Ако је $y=5$, следи $x^2=4$, што даје решења система $(-2,5)$ и $(2,5)$.

Одговор: **D**.

301. Количина алкохола у првом раствору је $0,72\cdot 60$, а у другом $0,84\cdot 50$, а то чини 71% коначног раствора, па је количина коначног раствора $\dfrac{0,72\cdot 60+0,84\cdot 50}{0,71}=120$, тј. количина воде коју треба додати је $120-60-50=10$.

Одговор: **B**.

302. $\left[\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}+(0,5)^{-1}\cdot\dfrac{(0,2)^0}{0,125}\right]^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\left[3^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}\cdot\dfrac{1}{\frac{1}{8}}\right]}=\sqrt{9+2\cdot 8}=\sqrt{25}=5.$

Одговор: **C**.

303. $(x^2+3x)^2\geqslant 16\Leftrightarrow 0\leqslant(x^2+3x+4)(x^2+3x-4)=\left[\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}\right](x+4)(x-1)\Leftrightarrow x\in(-\infty,-4]\cup[1,\infty)$.

Одговор: **C**.

304. Функција f достиже максимум за $x=-\frac{m}{2\cdot(-4)}=\frac{m}{8}$. Функција g има коначан максимум за $2-m<0\Leftrightarrow m>2$ и за такве m достиже максимум за $x=-\frac{2}{2(2-m)}=\frac{1}{m-2}$. По условима задатка је $\frac{m}{8}=\frac{1}{m-2}\Leftrightarrow m^2-2m-8=0\Leftrightarrow(m-4)(m+2)=0\Leftrightarrow m\in\{-2,4\}$, а како је $m>2$, следи да је $m=4$.

Одговор: **D**.

305. Важи $1+\cos 2x = 2\cos^2 x$, па је једначина дефинисана за $\cos x > 0$ и за такве x еквивалентна са $\log\cos x = \log(1+\cos 2x) + \log\sqrt{\cos^2 x} = \log(1+\cos 2x) + \log|\cos x| = \log(1+\cos 2x) + \log\cos x$, тј. са $\log(1+\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow 1+\cos 2x = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\cdot\frac{\pi}{2}$ за $k \in \mathbb{Z}$, односно (како је $\cos x > 0$) $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \vee x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$. Интервалу $[0, 2\pi]$ припадају решења $\frac{\pi}{4}$ и $\frac{7\pi}{4}$.
Одговор: **B**.

306. Како је $\operatorname{tg}\alpha < 0$ и $\alpha \in (0,\pi)$, следи $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, па је $\sin\alpha > 0$ и $\cos\alpha < 0$. Како је $\cos^2\alpha = \dfrac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} = \dfrac{1}{1+\frac{1}{5}} = \dfrac{5}{6}$, следи $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{30}}{6}$ и $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$.
Одговор: **A**.

307. Уочене праве су паралелне и полупречник уоченог круга једнак је половини растојања између правих. Тачка $(0,7)$ припада првој правој, њено растојање од друге је $\frac{|7-2\cdot 0-12|}{\sqrt{(-2)^2+1^2}} = \sqrt{5}$, па је тражени полупречник $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
Одговор: **C**.

308. Дати збир је геометријска прогресија почетног члана 3^x и количника 3^{2x}. За $|3^{2x}| < 1 \Leftrightarrow 3^{2x} < 1 \Leftrightarrow x < 0$ ред је конвергентан и збир му је $\frac{3^x}{1-3^{2x}}$, па по условима задатка следи $\frac{3^x}{1-3^{2x}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow (3^x)^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 3^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(3^x + \sqrt{2}\right)\left(3^x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Како је $3^x > 0$, следи $3^x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = \log_3\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\log_3 2}{2}$.
Одговор: **A**.

309. За $x \neq 0$ је $f(f(x)) = f(x^{-3}) = (x^{-3})^{-3} = x^9$, па је $f(f(f(f(x)))) = f(f(x^9)) = (x^9)^9 = x^{81}$.
Одговор: **C**.

310. Како је $1296 = 6^4$, једначина је еквивалентна са $6^x = 6^{-4} \Leftrightarrow x = -4$.
Одговор: **A**.

311. Ако је $M(m,n)$, како M припада прави $x-y+2=0$, следи $n = m+2$. Растојање M од $3x+2y+2=0$ је $\frac{|3m+2(m+2)+2|}{\sqrt{3^2+2^2}} = \frac{|5m+6|}{\sqrt{13}}$, а од $2x+3y-2=0$ је $\frac{|2m+3(m+2)-2|}{\sqrt{3^2+2^2}} = \frac{|5m+4|}{\sqrt{13}}$, па је, по условима задатка, $\frac{|5m+6|^2}{13} - \frac{|5m+4|^2}{13} = 20 \Leftrightarrow 20m+20 = 260 \Leftrightarrow m = 12$, тј. координате тачке M су $(12,14)$.
Одговор: **E**.

312. По условима задатка је $2 = a_0$, $x = a_0q$, $y = a_0q^2$ и $60 = a_0q^3$, где је q корак уочене прогресије, па је $xy = a_1a_2 = a_0^2q^3 = a_0a_3 = 2\cdot 60 = 120$.
Одговор: **E**.

313. Ако је x средњи члан, а d корак уочене прогресије, преостала два члана су $x-d$ и $x+d$, а по условима задатка је $(x-d)^3 + x^3 + (x+d)^3 = 495 \Leftrightarrow 3x^3 + 6xd^2 = 495 \Leftrightarrow x^3 + 2xd^2 = 165$ и $(x-d)x(x+d) = 105 \Leftrightarrow x^3 - xd^2 = 105$. Следи $3x^3 = (x^3+2xd^2) + 2\cdot(x^3 - xd^2) = 375 \Leftrightarrow x^3 = 125 \Leftrightarrow x = 5$.
Одговор: **D**.

314. Функција је дефинисана за $7^x - 6 > 0$, $\log_3(7^x - 6) > 0$, $x > 0$ и $x \neq 1$. Како је $\log_3(7^x - 6) > 0 \Leftrightarrow 7^x - 6 > 1$, следи да је дефинисана за $x > 0$, $x \neq 1$ и $7^x = 6 > 1 \Leftrightarrow 7^x > 7 \Leftrightarrow x > 1$, тј. за $x > 1$.
Одговор: **Е**.

315. Ако је $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{1}{5} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ и $\beta = \operatorname{arctg}\frac{1}{7} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, следи $\alpha + \beta \in (0, \pi)$ и $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} = \dfrac{\frac{1}{5} + \frac{1}{7}}{1 - \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{7}} = \frac{6}{17}$, па је $\alpha + \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ и важи $\alpha + \beta = \operatorname{arctg}\frac{6}{17}$.
Одговор: **Е**.

2016. година

316. Ако је 25% канте празно, напуњено је 75% канте, па је у односу на ситуацију када је 25% канте пуно разлика 50%, а како је то једнако 25 литара, пуна канта сарджи 50 литара.
Одговор: **C**.

317. По условима задатка број a је облика $200m + 116$, $m \in \mathbb{N}_0$, па је $\frac{3a}{4} = 150m + 87$.
Одговор: **D**.

318. Бројева не већих од 999 999 дељивих са 11 има $\left[\frac{999999}{11}\right]$, са 13 их има $\left[\frac{999999}{13}\right]$, а са 11 и 13 (узајамно прости су) их има $\left[\frac{999999}{11 \cdot 13}\right]$, па бројева дељивих или са 11 или 13 има $\left[\frac{999999}{11}\right] + \left[\frac{999999}{13}\right] - \left[\frac{999999}{11 \cdot 13}\right] = 90\,909 + 76\,923 - 6\,993 = 160\,839$ (принцип укључења и искључења). Како бројева дељивих и са 11 и 13 има $\left[\frac{999999}{11 \cdot 13}\right] = 6993$, тражених бројева има $160\,839 - 6\,993 = 153\,846$.
Одговор: **B**.

319. Коефицијент уз x^k у развоју $(2x+1)^{10}$ је $\binom{10}{k}2^k$ за $0 \leqslant k \leqslant 10$ и највећи је за $k = 7$ и износи $\binom{10}{7}2^7 = 15\,360$.
Одговор: **D**.

320. Важи $2 > \sqrt{6} - \sqrt{2} > 4 - 2\sqrt{3}$. Како је $2(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \neq 2 + 4 - 2\sqrt{3}$, уочени бројеви нису прва три члана аритметичког низа. Како је $a_2 = 4 - 2\sqrt{2} \neq \sqrt{6} - \sqrt{2}$, нису ни прва три члана низа $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Како је $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 = 8 - 4\sqrt{3} = 2(4 - 2\sqrt{3})$, уочени бројеви су три узастопна члана геометријског низа.
Одговор: **B**.

321. Једначина је еквивалентна са $1 - x^2 + 2ix = i(1 - x^2 - 2ix) = 2x + i(1 - x^2)$, односно са $1 - x^2 = 2x \wedge 2x = 1 - x^2$, тј. са $x^2 + 2x - 1 = 0$ и решења су јој $-1 - \sqrt{2}$ и $-1 + \sqrt{2}$, а интервалу $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ припада само друго решење.
Одговор: **B**.

322. По Виетовим правилима је $x_1 + x_2 = 1$ и $x_1x_2 = 15$, па је $x_1^3 + x_2^3 - 2x_1^2 - x_2^2 + x_1x_2 + 2x_1 + x_2 - 15 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) - (x_1^2 - x_1 + 15) - (x_1^2 + x_2^2) + x_1x_2 + (x_1 + x_2) = (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2) - 0 - ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2) + x_1x_2 + (x_1 + x_2) = 1 \cdot (1 - 45) - (1 - 30) + 15 + 1 = 1$.
Одговор: **A**.

323. Ако је $p(x) = (x^4 + ax^3 - ax + b) - (2x + 4)$, како је $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$, по условима задатка $(x + 1)^2 \mid p(x)$, па је $p(-1) = p'(-1) = 0$. Како је $p'(x) = 4x^3 + 3ax^2 - a - 2$, следи $-1 + b = 0 = -6 + 2a$, тј. $a = 3$, $b = 1$, па је $ab = 3$.
Одговор: **C**.

324. Домени датих функција су симетрични. За свако x из домена функције f_1 важи $f_1(-x) = \ln\frac{1+\sin(-x)}{1-\sin(-x)} = \ln\frac{1-\sin x}{1+\sin x} = \ln\left(\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right)^{-1} = -f_1(x)$, па је f_1

непарна функција. За свако x из домена функције f_2 важи $f_2(-x) = \arcsin(-x) \cdot \operatorname{arctg}(-x) = (-\arcsin x) \cdot (-\operatorname{arctg} x) = f_2(x)$, па је f_2 парна функција. За свако x из домена функције f_4 важи $f_4(-x) = \frac{1+\ln(-x)^2}{\sqrt[3]{-x}} = \frac{1+\ln x^2}{-\sqrt[3]{x}} = -f_4(x)$, па је f_4 непарна функција. Како је $f_3\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ и $f_3\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 0$, тј. $f_3\left(\frac{\pi}{4}\right) \neq \pm f_3\left(-\frac{\pi}{4}\right)$, функција f_3 није ни парна ни непарна.

Одговор: **D**.

325. Функција $f(x) = \big||x-3|-1\big| = \begin{cases} -x+2, & \text{за } x \in (-\infty, 2] \\ x-2, & \text{за } x \in (2,3] \\ 4-x, & \text{за } x \in (3,4] \\ x-4, & \text{за } x \in (4,\infty) \end{cases}$ је непрекидна и строго опада на $(-\infty, 2]$ и на $(3,4]$, а строго расте на $(2,3]$ и на $(4,\infty)$, а важи и $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \infty = \lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ и $f(3) = 1$, па за $a < 0$ једначина има 0 решења, за $a = 0$ има 2 решења, за $0 < a < 1$ има 4 решења, за $a = 1$ има 3 решења, а за $a > 1$ има 2 решења.

Одговор: **C**.

Напомена. Задатак се може решити коришћењем графика функције $f(x) = \big||x-3|-1\big|$.

326. Из $f(0) = \frac{b}{d} = 1$ следи да је $d \neq 0$, па ако је $A = \frac{a}{d}$, $B = \frac{b}{d}$ и $C = \frac{c}{d}$, важи $f(x) = \frac{Ax+B}{Cx+1}$. Из $f(0) = 1$ следи $B = 1$, из $f(1) = 0$ следи $A + B = 0$ (па је $A = -1$), а из $f(2) = 3$, следи $3 = \frac{2A+B}{2C+1} = -\frac{1}{2C+1}$, па је $C = -\frac{2}{3}$. Следи $f(3) = \frac{-3+1}{-\frac{2}{3}\cdot 3+1} = 2$.

Одговор: **D**.

327. Ако је $x \neq \pm 1$, систем је еквивалентан за системом линеарних једначина $2x - 3y + 4z = 0$, $4x + 5y + 8z = -2$, $3x + y + 6z = 44$, који нема решења. Ако је $x = 1$, систем се своди на $5y + 8z = -6$, $y + 6z = 41$, па је у овом случају решење система $(x, y, z) = \left(1, -\frac{182}{11}, \frac{211}{22}\right)$. Ако је $x = -1$, систем се своди на $5y + 8z = 2$, $y + 6z = 47$, па је у овом случају решење система $(x, y, z) = \left(-1, -\frac{182}{11}, \frac{233}{22}\right)$.

Одговор: **C**.

328. Решавањем система следи $3^x = 9$, $2^y = 8$, тј. $x = 2$, $y = 3$, па је $x + y = 5$.

Одговор: **E**.

329. Једначина је дефинисана за $x \in (-5,0) \cup (0,\infty)$ и на том скупу еквивалентна са $\frac{1}{2}\log_6 x^2 + \log_6(x+5) - 1 = 0$, тј. са $\log_6 \frac{|x|(x+5)}{6} = 0$, односно са $\frac{|x|(x+5)}{6} = 1 \Leftrightarrow |x|(x+5) = 6$. Ако је $x > 0$, добија се $x(x+5) = 6 \Leftrightarrow x \in \{-6, 1\}$, па је у овом случају решење $x = 1$. Ако је $x \in (-5, 0)$, добија се $x(x+5) = -6 \Leftrightarrow x \in \{-3, -2\}$, па су у овом случају решења $x = -3$ и $x = -2$.

Одговор: **E**.

330. Решење уочене неједначине је $S = \bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}} \left(\left[2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(2k\pi + \frac{3\pi}{4}, 2(k+1)\pi\right) \right)$ и важи $1, 2, 8 \notin S$, $0, 3, 4, 5, 6, 7 \in S$.

Одговор: **C**.

331. Нека је у питању коцка $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и нека су (без умањења општости) тачке M, N, P средишта ивица AA_1, BC, C_1D_1. Онда је, по Питагориној теореми, $MB^2 = MA^2 + AB^2$ и $MN = \sqrt{MB^2 + BN^2} = \sqrt{MA^2 + AB^2 + BN^2} = 2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$. Аналогно је $PN = MP = 2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$, па је троугао MNP једнакостранични, странице $2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$, а његова површина $\frac{(2\sqrt{6})^2}{4}\sqrt{3} = 6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$.
Одговор: **E**.

332. Четвороугао је тангентан, па је $AB + CD = BC + DA$, односно обим четвороугла је $O = 30\,\mathrm{cm}$. Следи да је полупречник његове уписане кружнице $r = \frac{2P}{O} = 6\,\mathrm{cm}$. Међутим, како је круг уписан у четвороугао, његова површина је мања од површине четвороугла, па је $36\pi < 90$, што је нетачно, па овакав четвороугао не постоји.
Одговор: **E**.

333. Ако је O центар уочених кругова, а C средиште AB, онда је $\triangle OCA$ правоугли, хипотенузе $OA = r_1$, где је r_1 полупречник већег круга, а важи и $OC = r_2$, где је r_2 полупречник мањег круга. По Питагориној теореми је $r_1^2 - r_2^2 = AC^2 = 9$, а површина прстена је $r_1^2\pi - r_2^2\pi = 9\pi$.
Одговор: **B**.

334. Уочене праве су паралелне. Тачка $(1, 1)$ припада првој правој, а од друге је удаљена $\frac{|2\cdot 1+1\cdot 1-8|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \sqrt{5}$, па је у питању квадрат странице $\sqrt{5}$ и његова површина је 5.
Одговор: **B**.

335. По синусној теореми је $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a}{b}$, па је $\sin\beta = \frac{4}{5}$. Како је троугао оштроугли, важи $\cos\alpha = \frac{5}{13}$ и $\cos\beta = \frac{3}{5}$, па је $\sin\gamma = \sin(\pi-\alpha-\beta) = \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha = \frac{12\cdot 3+4\cdot 5}{65} = \frac{56}{65}$.
Одговор: **A**.

336. $0,5^{1,5} \cdot 0,25^{0,5} \cdot 8^{-1,5} = (2^{-1})^{\frac{3}{2}} \cdot (2^{-2})^{\frac{1}{2}} \cdot (2^3)^{-\frac{3}{2}} = 2^{-\frac{3}{2}-2\cdot\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\cdot 3} = 2^{-7} = \frac{1}{2^7}$.
Одговор: **C**.

337. Ако је $\Big|\big|1-|x|\big|-1\Big|-2 = 0$, онда је или $\big|1-|x|\big|-1 = -2$, тј. $\big|1-|x|\big| = -1$, што је немогуће, или $\big|1-|x|\big|-1 = 2$, тј. $\big|1-|x|\big| = 3$. Следи да је или $1-|x| = 3$, тј. $|x| = -2$, што је немогуће, или $1-|x| = -3$, тј. $|x| = 4$, односно $x \in \{-4, 4\}$.
Одговор: **C**.

338. Како је $i^{2017} = i$ и $i^{2019} = i^3 = -i$, следи $z = \frac{\sqrt{2016}-i}{\sqrt{2016}+i} \cdot \frac{\sqrt{2016}-i}{\sqrt{2016}-i} = \frac{2016-1-2i\sqrt{2016}}{2016+1} = \frac{2015}{2017} - i \cdot \frac{2\sqrt{2016}}{2017}$, па је $\frac{z+\bar{z}}{2} = \frac{2015}{2017}$.
Одговор: **C**.

339. Конфигурација из задатка је могућа ($AM \cdot MB = CM \cdot MD$). Ако су E и F средишта тетива AB и CD, редом, а O центар круга полупречника r, четвотоугао $OEMF$ је правоугаоник, страница $OE = FM = \frac{CD}{2} - CM = 2$ и $OF = EM = \frac{AB}{2} - AM = \frac{1}{2}$. Троугао OBE је правоугли, хипотенузе r, па је $r^2 = OE^2 + EB^2 = 2^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{65}{4}$, па је $2r = 2\sqrt{\frac{65}{4}} = \sqrt{65}$.
Одговор: **C**.

340. Ако је d корак уочене прогресије $(a_n)_{1\leqslant n\leqslant 11}$, важи $a_n = a_1 + (n-1)d$. По условима задатка је $a_1 = 24$ и $a_1 a_{11} = a_5^2$, тј. $a_1(a_1 + 10d) = (a_1 + 4d)^2$, односно $2a_1 d = 16d^2$, па како је $d \neq 0$ (прогресија је растућа), следи $d = \frac{a_1}{8} = 3$, па је $\sum\limits_{n=1}^{11} a_n = 11a_1 + \frac{10\cdot 11}{2}\cdot d = 429$.
Одговор: **D**.

341. $\log_{\frac{1}{4}}(\sqrt{3}-1)+\log_{\frac{1}{4}}(\sqrt{6}+2) = \log_{2^{-2}}\frac{2}{\sqrt{3}+1}+\log_{2^{-2}}\frac{2}{\sqrt{6}-2} = -\frac{1}{2}\cdot\Big(\log_2\frac{2}{\sqrt{3}+1}+\log_2\frac{2}{\sqrt{6}-2}\Big) = -\frac{1}{2}\cdot\big(1-\log_2(\sqrt{3}+1)+1-\log_2(\sqrt{6}-2)\big) = \frac{A}{2}-1.$
Одговор: **D**.

342. Како за $x \in (0,\infty)$ важи $f'(x) = (\ln(x^2-1+\sqrt{x^4+1})-\ln x)' = \frac{2x+\frac{4x^3}{2\sqrt{x^4+1}}}{x^2-1+\sqrt{x^4+1}} - \frac{1}{x}$, следи $f'(1) = \frac{2+\frac{4}{2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} - 1 = \sqrt{2}$.
Одговор: **D**.

343. За $x \notin \{-2016, 0\}$ је $g(x) = \frac{1-\frac{x-2016}{x+2016}}{1+\frac{x-2016}{x+2016}} = \frac{2016}{x}$, па за $x \notin \{-2016,-1,0\}$ важи $f(g(x)) = \frac{\frac{2016}{x}-2016}{\frac{2016}{x}+2016} = \frac{1-x}{1+x}$.
Одговор: **C**.

344. По Виетовим правилима је $x_1 + x_2 = -1$ и $x_1x_2 = \frac{1}{a}$, па је $1 - \frac{(x_1+1)^2+(x_2+1)^2}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = \frac{-4(x_1+x_2)}{(x_1^2+x_2^2)-2(x_1+x_2)+2} = \frac{-4(x_1+x_2)}{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-2(x_1+x_2)+2} = \frac{4}{5-\frac{2}{a}}$, тј. неједначина је еквивалентна са $\frac{4}{5-\frac{2}{a}} \geqslant 0$, па је $a \in (-\infty,0)\cup\big(\frac{2}{5},\infty\big)$.
Одговор: **B**.

345. Ако је D средиште BC, а E подножје висине из B на AC, троугао ABD је правоугли, $\sphericalangle DAB = 15^\circ$, а троугао ABE је правоугли и $\sphericalangle EAB = 30^\circ$, па је тражени збир $2BE+AD = 2b\sin 30^\circ + b\cos 15^\circ = b+b\cdot\sqrt{\frac{1+\cos 30^\circ}{2}} = b+b\cdot\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{4}} = b+b\cdot\sqrt{\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{6})^2}{16}} = \frac{b}{4}(4+\sqrt{2}+\sqrt{6})$.
Одговор: **C**.

346. Коефицијент правца праве AB је $\frac{1-4}{-2-(-8)} = -\frac{1}{2}$, па висина $\triangle ABC$ из темена C има коефицијент правца $-\frac{1}{-\frac{1}{2}} = 2$, тј. њена једначина је $y = 2x-5$. Коефицијент правца праве BC је $\frac{-3-1}{1-(-2)} = -\frac{4}{3}$, па висина $\triangle ABC$ из темена A има коефицијент правца $-\frac{1}{-\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$, тј. њена једначина је $y = \frac{3}{4}x+10$. Дакле, важи $y_0 = 2x_0-5$ и $y_0 = \frac{3}{4}x_0+10$, па је $x_0 = 12$, $y_0 = 19$ и $y_0 - x_0 = 7$.
Одговор: **A**.

347. Чланови развоја су $\binom{n}{k}a^{\frac{n-k}{3}-\frac{k}{6}}$ за $0\leqslant k\leqslant n$. Како је $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2} = 121$, тј. $1+n+\frac{n(n-1)}{2} = 121$, следи $n^2+n-240 = 0$, односно $n = 15$ (јер је $n\in\mathbb{N}$), тј. чланови развоја су $\binom{15}{k}a^{5-\frac{k}{2}}$ за $0\leqslant k\leqslant 15$. Члан који садржи $\frac{1}{a}$ је за $k=12$ и износи $\binom{15}{12}\frac{1}{a} = \frac{455}{a}$.
Одговор: **C**.

348. Ако је $p(x) = x^{2016}+x^{2015}-x^{2014}+ax^{2013}-bx^2+c$ дељив са $x^3-x =$

$(x+1)x(x-1)$, следи $p(-1)=p(0)=p(1)=0$, тј. $-1-a-b+c=c=1+a-b+c=0$, па је $a=-1$, $b=0$, $c=0$ и $4a^2+3b^2+8c^2=4$.
Одговор: **A**.

349. Нека је $a=AB$, $b=BC$, $c=AA_1$ и нека су $7, 8, 9$, без умањења општости, дијагонале које одговарају странама $ABCD$, BCC_1B_1, ABB_1A_1, редом. По условима задатка је $a^2+b^2=49$, $b^2+c^2=64$, $c^2+a^2=81$, па је $a=\sqrt{33}$, $b=4$, $c=4\sqrt{3}$. Следи да је запремина пирамиде $ABCB_1$ једнака $V=\frac{abc}{6}=8\sqrt{11}$, а (по Хероновом обрасцу) површина $\triangle ACB_1$ је $P=\sqrt{12\cdot 5\cdot 4\cdot 3}=12\sqrt{5}$. Ако је h тражена висина, важи $V=\frac{P\cdot h}{3}$, па је $h=\frac{3V}{P}=\frac{2\sqrt{55}}{5}$.
Одговор: **C**.

350. Систем је дефинисан за $x\geqslant 1$. Елиминисањем y добија се $f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt[3]{x-2}=1$. Функција f је дефинисана на $[1,\infty)$ и строго растућа, па једначина $f(x)=1$ може имати највише једно решење, а како је $f(2)=1$, уочени систем има тачно једно решење $(x=2,\ y=0)$.
Одговор: **B**.

351. Неједначина је дефинисана за $x\in(0,1)\cup(1,\infty)$. Ако је $x\in(0,1)$, еквивалентна је са $|\log_3(2x+3)|<3$ (за $x\in(0,1)\cup(1,\infty)$ је $2x+3>0$), тј. са $-3<\log_3(2x+3)<3$, односно са $\frac{1}{27}<2x+3<27$, тј. $-\frac{40}{27}<x<12$, па је у овом случају решење неједначине $x\in(0,1)$. Ако је $x\in(1,\infty)$, еквивалентна је са $|\log_3(2x+3)|>3$, тј. са $\log_3(2x+3)<-3$ или $\log_3(2x+3)>3$, односно са $2x+3<\frac{1}{27}$ или $2x+3>27$, тј. $x<-\frac{40}{27}$ или $x>12$, па је у овом случају решење неједначине $x\in(12,\infty)$. Дакле, решење неједначине је $x\in(0,1)\cup(12,\infty)$.
Одговор: **D**.

352. Број начина на који се могу распоредити 5 књига на енглеском, 7 на шпанском и блок од 8 књига на француском је $(5+7+1)!=13!$, а унутар блока се 8 књига на француском могу распоредити на $8!$ начина, па је тражени број $13!\cdot 8!$.
Одговор: **A**.

353. Једначина је дефинисана за $x\in[0,\infty)$ и за такве x еквивалентна са $(\sqrt{x}-2)(2\cdot 2^{2x}-5\cdot 2^x+2)=0$. Ако је $\sqrt{x}-2=0$, следи $x=4$, а ако је $2\cdot 2^{2x}-5\cdot 2^x+2=0$, следи $2^x=2$ или $2^x=\frac{1}{2}$, па је $x=1$ или $x=-1$, Међутим, како $-1\notin[0,\infty)$, ово није решење полазне једначине, тј. сва решења полазне једначине су 4 и 1.
Одговор: **A**.

354. Раван која садржи висину купе VO (O центар основе) и нормална је на раван основе сече купу по једакокраком троуглу, основице једнаке пречнику основе купе $AB=2r$, висине једнаке висини купе h и важи $\sphericalangle VAB=\alpha$, а лопту уписану у купу по великом кругу, полупречника R, који је уписан у троугао ABV. Ако је S центар лопте, Из троугла OSA (правоугли, катета $OA=r$ и $OS=R$ и $\sphericalangle SAO=\frac{\alpha}{2}$) следи $\frac{R}{r}=\frac{OS}{OA}=\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$, а из троугла VAO (правоугли, катета $OA=r$ и $OV=h$) следи $\operatorname{tg}\alpha=\frac{h}{r}$, па је $\frac{V_l}{V_k}=\frac{\frac{4}{3}R^3\pi}{\frac{1}{3}r^2h\pi}=4\left(\frac{R}{r}\right)^3\frac{r}{h}=$

$\frac{4\operatorname{tg}^3\frac{\alpha}{2}}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{4\operatorname{tg}^3\frac{\alpha}{2}}{\frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}} = 2\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}(1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2})$. Како функција $t \to t(1-t)$ на $(0,\infty)$ има максимум за $t = \frac{1}{2}$, следи да се највећа могућа вредност израза $\frac{V_l}{V_k}$ достиже ако је $\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$, тј. ако је $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
Одговор: **В**.

355. Како је $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$, $2\cos^2\frac{3x}{2} = 1 + \cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x + 1$ и $\cos 4x = 2\cos^2 2x - 1 = 2(2\cos^2 x - 1)^2 - 1 = 8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1$, једначина је еквивалентна са $8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1 + 4\cos^3 x - 3\cos x + 1 + 2\cos^2 x - 1 + \cos x = \frac{1}{2}$, тј. са $16\cos^4 x + 8\cos^3 x - 12\cos^2 x - 4\cos x + 1 = 0$, односно са $(2\cos x + 1)(8\cos^3 x - 6\cos x + 1) = 0$, тј. $(2\cos x + 1)(2\cos 3x + 1) = 0$. Ако је $2\cos x + 1 = 0$, следи $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ или $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$, а од ових решења интервалу $[0, 2\pi]$ припадају $\frac{2\pi}{3}$ и $\frac{4\pi}{3}$. Ако је $2\cos 3x + 1 = 0$, следи $x = \frac{2\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}$ или $x = \frac{4\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}$ за $k \in \mathbb{Z}$, а од ових решења интервалу $[0, 2\pi]$ припадају $\frac{2\pi}{9}, \frac{8\pi}{9}, \frac{14\pi}{9}, \frac{4\pi}{9}, \frac{10\pi}{9}, \frac{16\pi}{9}$. Дакле, уочена једначина има 8 решења на $[0, 2\pi]$.
Одговор: **Е**.

356. $\frac{\left(\sqrt{2^4}+\sqrt[3]{2^6}\right)\cdot 2^{-1}+(-3)^2-1}{\sqrt{(-2)^2}-\sqrt[5]{(-2)^5}} = \frac{(2^2+2^2)\cdot 2^{-1}+9-1}{2-(-2)} = \frac{\frac{8}{2}+9-1}{4} = \frac{12}{4} = 3.$
Одговор: **С**.

357. Ако је $c > 0$ почетна цена уџбеника, цена након првог поскупљења је $1,2c$, а након другог $1,3(1,2c) = 1,56c$, па је $1,56c = 1\,482$, тј. $c = 950$.
Одговор: **Е**.

358. За $x \neq 2$ и $x \neq 6$ је $g(x) = f\left(\frac{x+2}{x-2}\right) + f(x-4) = \frac{\frac{x+2}{x-2}+2}{\frac{x+2}{x-2}-2} + \frac{(x-4)+2}{(x-4)-2} = \frac{(x+2)+2(x-2)}{(x+2)-2(x-2)} + \frac{x-2}{x-6} = \frac{3x-2}{-x+6} + \frac{2-x}{6-x} = \frac{2x}{6-x}$.
Одговор: **В**.

359. Ако је $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$, следи $3x + \sqrt{x^2+(y+3)^2} + iy = 16 - 3i$. Изједначавањем реалних и имагинарних делова, следи $3x + \sqrt{x^2+(y+3)^2} = 16$ и $y = -3$, па је $x = 4$, $y = -3$ и $|z| = \sqrt{x^2+y^2} = 5$.
Одговор: **Е**.

360. За $a > 0$, $b > 0$ и $a \neq b$, важи $\left(\frac{a+\sqrt{ab}+b}{\left((\sqrt{a})^3-(\sqrt{b})^3\right)(\sqrt{a}+\sqrt{b})} + \frac{1}{a+b}\right) : \frac{ab}{a^2-b^2} = \left(\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(a+\sqrt{ab}+b)}{\left((\sqrt{a})^3-(\sqrt{b})^3\right)(a-b)} + \frac{1}{a+b}\right)\cdot\frac{a^2-b^2}{ab} = \left(\frac{(\sqrt{a})^3-(\sqrt{b})^3}{\left((\sqrt{a})^3-(\sqrt{b})^3\right)(a-b)} + \frac{1}{a+b}\right)\cdot\frac{a^2-b^2}{ab} = \left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b}\right)\cdot\frac{a^2-b^2}{ab} = \frac{2a}{a^2-b^2}\cdot\frac{a^2-b^2}{ab} = \frac{2}{b}$.
Одговор: **А**.

361. По Виетовим правилима је $x_1 + x_2 = \frac{m}{2}$ и $x_1x_2 = \frac{m-3}{4}$, па је $4 = \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2x_2^2} = \frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} = \frac{\left(\frac{m}{2}\right)^2-2\cdot\frac{m-3}{4}}{\frac{(m-3)^2}{16}} = 4\cdot\frac{m^2-2m+6}{(m-3)^2}$, па је $m^2 - 2m + 6 = (m-3)^2$, тј. $m = \frac{3}{4}$.
Одговор: **В**.

362. Уочене праве су паралелне, тачка $(0, 5)$ припада првој правој, а од друге

је удаљена $\left|\frac{8\cdot 0-6\cdot 5+21}{\sqrt{8^2+6^2}}\right| = \frac{9}{10}$, па је у питању квадрат странице $\frac{9}{10}$, а његова дијагонала је $\frac{9\sqrt{2}}{10}$.
Одговор: **A**.

363. Ако је $Q(x)$ количник, а $ax+b$ остатак у уоченом дељењу (при дељењу полиномом степена 2, остатак је степена не већег од 1), важи $x^{2016}-x^{2015}-1 = Q(x)(x^2+1)+ax+b$. Заменом $x=i$ добија се $i=ai+b$, а заменом $x=-i$ добија се $-i=-ai+b$, па је $a=1$, $b=0$, тј. тражени остатак је x.
Одговор: **B**.

364. Како је $a=\log_2 2^{\frac{6}{5}} - 2^{\frac{1}{2}\log_{2^3}5} = \frac{6}{5} - 2^{\frac{1}{6}\log_2 5}$, следи $\left(a-\frac{6}{5}\right)^6 = \left(2^{\frac{1}{6}\log_2 5}\right)^6 = 2^{\log_2 5} = 5$.
Одговор: **A**.

365. Неједначина је дефинисана за $x\in\mathbb{R}$. Ако је $t=(\sqrt{5}+2)^x>0$, неједначина постаје $t+\frac{1}{t}\leqslant 2\sqrt{5}$ и еквивалентна је са $t^2-2\sqrt{5}t+1\leqslant 0$, односно са $(t-(\sqrt{5}-2))(t-(\sqrt{5}+2))\leqslant 0$, односно $t\in[\sqrt{5}-2,\sqrt{5}+2]$. Следи $x\in[-1,1]$, а целобројна решења уочене једначине су -1, 0 и 1.
Одговор: **E**.

366. Једначина је дефинисана за $\cos x>0$. Како је $\sin x=-\frac{1}{2}$ ако и само ако је $x=\frac{7\pi}{6}+2k\pi$ или $x=\frac{11\pi}{6}+2k\pi$ за $k\in\mathbb{Z}$, а како мора бити $\cos x>0$, следи да су решења уочене једначине $x=\frac{11\pi}{6}+2k\pi$ за $k\in\mathbb{Z}$. Највеће негативно решење је $-\frac{\pi}{6}$, а најмање позитивно $\frac{11\pi}{6}$ и њихов збир је $\frac{5\pi}{3}$.
Одговор: **C**.

367. Ако је E подножје нормале из D на AB, онда је $AE=\frac{3}{2}$ и $BE=\frac{9}{2}$, а висина трапеза h једнака је висини троугла ABD која одговара хипотенузи AB. Како је $AE\cdot EB=h^2$, следи $h=\frac{3\sqrt{3}}{2}$, па је површина трапеза $\frac{AB+CD}{2}\cdot h = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.
Одговор: **D**.

368. По условима задатка је $a_n=a_1q^n$ за $n\in\mathbb{N}$, где је q количник прогресије и важи $a_1q^4-a_1q=756$ и $a_1q+a_1q^2+a_1q^3=252$, па је (дељењем) $\frac{q^4-q}{q+q^2+q^3}=\frac{756}{252}$, тј. $q-1=3$, односно $q=4$. Следи $a_1=3$, па је $a_2=12$ и $a_1+a_2=15$.
Одговор: **D**.

369. Једначина је дефинисана за $x\in(0,\infty)$ и еквивалентна са $\log_2 x^{\log_2 x} = \log_2 16$, тј. са $(\log_2 x)^2=4$, па је $\log_2 x=-2$ или $\log_2 x=2$, односно $x=\frac{1}{4}$ или $x=4$.
Одговор: **A**.

370. Неједначина је дефинисана за $3x^2+11x-4\geqslant 0$, тј. за $(3x-1)(x+4)\geqslant 0$, тј. за $x\in(-\infty,-4]\cup\left[\frac{1}{3},\infty\right)$. Ако је $x\in(-\infty,-4]$, лева страна неједначине је ненегативна, а десна негативна, па у овом случају нема решења. Ако је $x\in\left[\frac{1}{3},\infty\right)$, обе стране су ненегативне, па је неједначина еквивалентна са $3x^2+11x-4<(x+1)^2$, тј. са $2x^2+9x-5<0$, односно са $(2x-1)(x+5)<0$, тј. решење је $x\in\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$.

Одговор: **E**.

371. $\sin 6^\circ - \sin 42^\circ - \sin 66^\circ + \sin 78^\circ = (\sin 6^\circ - \sin 66^\circ) + (\sin 78^\circ - \sin 42^\circ) = -2\sin 30^\circ \cos 36^\circ + 2\sin 18^\circ \cos 60^\circ = -\cos 36^\circ + \sin 18^\circ = \cos 72^\circ - \cos 36^\circ = -2\sin 18^\circ \sin 54^\circ = -2\cos 36^\circ \cos 72^\circ \cdot \frac{\sin 36^\circ}{\sin 36^\circ} = -\frac{\sin 72^\circ \cos 72^\circ}{\sin 36^\circ} = -\frac{\sin 144^\circ}{2\sin 36^\circ} = -\frac{\sin 36^\circ}{2\sin 36^\circ} = -\frac{1}{2}$.
Одговор: **E**.

372. Чланови развоја су $\binom{n}{k} x^{\frac{n-k}{2}+\frac{k}{3}}$ за $0 \leqslant k \leqslant n$. Ако је $\frac{n-k}{2} + \frac{k}{3} = 7$, следи $3n - k = 42$, па је $3n \geqslant 42$ и $2n \leqslant 42$, тј. $14 \leqslant n \leqslant 21$. Са друге стране, за свако овакво n, за $k = 3n - 42$ се добија члан развоја облика $m \cdot x^7$, $m \in \mathbb{Z}$.
Одговор: **C**.

373. Ако су a, b, c странице основе, следи да су оне једнаке $9k, 10k, 17k$ за неко $k \in \mathbb{R}^+$. По Хероновом обрасцу, површина основе је

$$\sqrt{18k(18k-9k)(18k-10k)(18k-17k)} = 36k^2,$$

па је $36k^2 = 4$, односно $k = \frac{1}{3}$. Следи да је висина призме $\frac{9}{9 \cdot \frac{1}{3}} = 3$, па је запремина призме $4 \cdot 3 = 12$.
Одговор: **D**.

374. Ако је a страница основе, h висина пирамиде, а l висина бочне стране, трогао чије су странице $\frac{a}{2}$, h и l је правоугли, па важи $\frac{a^2}{4} + h^2 = l^2$. Такође је $P = a^2 + 4 \cdot \frac{al}{2} = a^2 + 2al = a^2 + 2a\sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$, па је $h = \sqrt{\frac{P^2}{4a^2} - \frac{P}{2}}$. По условима задатка је $0 < a < \sqrt{P}$, а запремина пирамиде странице основе a је $V = \frac{a^2 h}{3} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \sqrt{\frac{P^2}{4a^2} - \frac{P}{2}} = \frac{1}{6} \cdot a\sqrt{P^2 - 2Pa^2}$. Ако је $V(a) = \frac{1}{6} \cdot a\sqrt{P^2 - 2Pa^2}$ за $a \in (0, \sqrt{P})$, како је $V'(a) = \frac{1}{6}\Big(\sqrt{P^2 - 2Pa^2} + a \cdot \frac{1}{2\sqrt{P^2 - 2Pa^2}} \cdot (-4Pa)\Big) = \frac{1}{6\sqrt{P^2 - 2Pa^2}} \cdot (P^2 - 2Pa^2 - 2Pa^2) = \frac{P}{6\sqrt{P^2 - 2Pa^2}} \cdot (P - 4a^2)$, следи да $V(a)$ расте на $\big(0, \frac{\sqrt{P}}{2}\big)$, а опада на $\big(\frac{\sqrt{P}}{2}, \sqrt{P}\big)$, па највећу вредност достиже за $a = \frac{\sqrt{P}}{2}$ и она износи $V\big(\frac{\sqrt{P}}{2}\big) = \frac{1}{6} \cdot \frac{\sqrt{P}}{2} \cdot \sqrt{P^2 - 2P \cdot \frac{P}{4}} = \frac{P\sqrt{P}\sqrt{2}}{24}$.
Одговор: **B**.

375. Пермутација речи МОСКВА има 6!, а пермутација ове речи у којима су два самогласника један до другог $2! \cdot 5!$ (број пермутација 4 сугласника и блока састављеног од 2 самогласника, а унутар блока се самогласници могу распоредити на 2! начина), па тражених пермутација има $6! - 2! \cdot 5! = 480$.
Одговор: **B**.

376. $\left(\frac{\sqrt{3}+2}{2-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}}\right)^{-2} = \big((2+\sqrt{3})^2 - (2-\sqrt{3})^2\big)^{-2} = ((4+4\sqrt{3}+3) - (4-4\sqrt{3}+3)^{-2} = (8\sqrt{3})^{-2} = \frac{1}{(8\sqrt{3})^2} = \frac{1}{192}$.
Одговор: **D**.

377. $g\big(f\big(-\frac{\pi}{6}\big)\big) - f\big(g\big(-\frac{\pi}{6}\big)\big) = g\big(\sin\big(-\frac{\pi}{3}\big)\big) - f\big(-\frac{\pi}{6} + \pi\big) = g\big(-\frac{\sqrt{3}}{2}\big) - f\big(\frac{5\pi}{6}\big) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \pi - \sin\frac{5\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \pi + \frac{\sqrt{3}}{2} = \pi$.
Одговор: **D**.

378. Неједначина је дефинисана за $x \neq 0$ и еквивалентна са $\frac{1-x^2}{x^3} < 0$, тј. са $\frac{(1+x)(1-x)}{x^3} < 0$ и њено решење је $x \in (-1,0) \cup (1,\infty)$.
Одговор: **E**.

379. Како је $x^2+x-6=(x+3)(x-2)$, неједначина је дефинисана за $x \neq -3$, $x \neq 2$ и еквивалентна са $\frac{-x^2+x+2}{x^2+x-6} \geqslant 0$, тј. са $\frac{-(x+1)(x-2)}{(x+3)(x-2)} \geqslant 0$, па је њено решење $x \in (-3,-1]$ (цели бројеви који припадају овом скупу су -2 и -1).
Одговор: **B**.

380. Ако је d корак уоченог низа $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, следи $a_n = a_1+(n-1)d$ за $n \in \mathbb{N}$, па је $3a_1+3d=9$ и $5a_1+10d=0$. Следи $d=-3$, $a_1=6$, па је $a_{15}=6+14\cdot(-3)=-36$.
Одговор: **C**.

381. Једначина је еквивалентна са $15\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^{2x}-34\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^{x}+15=0$, тј. са $\Big(5\left(\frac{5}{3}\right)^{x}-3\Big)\Big(3\left(\frac{5}{3}\right)^{x}-5\Big)=0$, па је $\left(\frac{5}{3}\right)^{x}=\frac{5}{3}$ или $\left(\frac{5}{3}\right)^{x}=\frac{3}{5}$, односно $x=1$ или $x=-1$.
Одговор: **C**.

382. Важи $2016=2^5\cdot3^2\cdot7$. Ако је делилац дељив са 7, проблем се своди на одређивање делилаца броја $2^5\cdot3^2$ не мањих од 15, а то су $2^5, 2^4, 2^5\cdot3, 2^4\cdot3, 2^3\cdot3, 2^5\cdot3^2, 2^4\cdot3^2, 2^3\cdot3^2, 2^2\cdot3^2, 2\cdot3^2$ (има их 10). Ако делилац није дељив са 7, проблем се своди на одређивање троцифрених делилаца броја $2^5\cdot3^2$, а то су $2^5\cdot3^2, 2^4\cdot3^2$ (има их 2). Дакле, тражених делилаца има 12.
Одговор: **E**.

383. Како је $Q(x)=(x-1)(x+1)$ и $Q(x)\mid P(x)$, следи $P(1)=P(-1)=0$, односно $1+a+b=0$ и $1-a+b=0$, па је $a=0$, $b=-1$. Следи да је остатак при дељењу са $x+2$ једнак $P(-2)=(-2)^4-1=15$.
Одговор: **C**.

384. Из услова следи $\sqrt{x^2+(y+2)^2}-x-1+i(y-3)=0$, па је $y=3$ и $\sqrt{x^2+(y+2)^2}-x-1=0$. Следи $\sqrt{x^2+25}=x+1$, што је немогуће за $x<-1$, а за $x\geqslant-1$ еквивалентно са $x^2+25=x^2+2x+1$, одакле је $x=12$. Дакле, $x-4y=0$.
Одговор: **E**.

385. По условима задатка је $32a-b-64=0$ и $16a-b+80=0$, па је $a=9$, $b=224$ и $ab=2016$.
Одговор: **B**.

386. Како је $2016=5\cdot360+216$, важи $a<0$ и $b<0$ (па не важе B, C и E), очигледно је $-a-b\leqslant2$ (па не важи D), а $b-a=\cos2016^\circ-\sin2016^\circ=\cos216^\circ-\sin216^\circ=-\cos36^\circ+\sin36^\circ<0$ ($\sin x<\cos x$ за $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$).
Одговор: **A**.

387. Једначина је дефинисана за $x\in[-2,\infty)$. Ако је $x>0$, стране су различитих знака, па у овом случају нема решења. Ако је $x\leqslant0$, једначина је еквивалентна са $x+2=x^2$, тј. са $(x+1)(x-2)=0$, па како $2\notin[-2,0]$, ово није решење, а како $-1\in[-2,0]$, ово јесте решење једначине.

Друго решење. Функција $f(x) = \sqrt{x+2} + x$ је дефинисана на $[-2, \infty)$, строго растућа (па може имати највише једну нулу), а како је и непрекидна и $f(-2) < 0$, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$, има бар једну нулу.
Одговор: **B**.

388. Како је $1 - i\sqrt{3} = 2 \cdot \left(\cos\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{3}\right)$, следи $(1 - i\sqrt{3})^6 = 2^6 \cdot (\cos 2\pi - i\sin 2\pi) = 2^6$, па је $(1 - i\sqrt{3})^{2016} = 2^{2016}$. Како је $1 - i = \sqrt{2} \cdot \left(\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}\right)$, следи $(1-i)^8 = 2^4 \cdot (\cos 2\pi - i\sin 2\pi) = 2^4$, па је $(1-i)^{2016} = 2^{1008}$. Следи $\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{2016} = \frac{2^{2016}}{2^{1008}} = 2^{1008}$.
Одговор: **D**.

389. Једначина је дефинисана за $x \in (0,1) \cup (1, \infty)$ и за такве x еквивалентна са $6(\log_{64} x)^2 - 13\log_{64} x + 6 = 0$, па је $\log_{64} x = \frac{2}{3}$ или $\log_{64} x = \frac{3}{2}$, односно $x = 64^{\frac{2}{3}} = 16$ или $x = 64^{\frac{3}{2}} = 512$.
Одговор: **A**.

390. Ако је у питању $\triangle ABC$ (са стандардно означеним страницама), како је a најдужа страница, подножје D висине из A припада страници BC. Ако је $BD = x$ и $AD = h$, из Питагорине теореме следи $AB^2 = BD^2 + DA^2$ и $CA^2 = CD^2 + AD^2$, тј. $10^2 = x^2 + h^2$ и $17^2 = (21-x)^2 + h^2$, одакле је $x = 6$ и $h = 8$. Добијено тело је унија две купе, полупречника основе $h = 8$, а висина $x = 6$ и $21 - x = 15$, па је запремина ротационог тела $\frac{1}{3}h^2 x\pi + \frac{1}{3}h^2(21-x)\pi = 7h^2\pi = 448\pi$.
Одговор: **D**.

391. Ако је $x < 0$, стране су различитих знака, па нема решења. Ако је $x \geqslant 0$, једначина је еквивалентна са $(2x-3)^2 = x^2$, тј. са $3x^2 - 12x + 9 = 0$, односно $3(x-1)(x-3) = 0$, па су $x = 1$ и $x = 3$ решења једначине (и њихов збир је 4).
Одговор: **A**.

392. Функција $f(x)$ расте на $[-1, 1]$, а опада на $[1, 2]$, па је тражени максимум $f(1) = 1$, а минимум $\min\{f(-1), f(2)\} = \min\{-3, 0\} = -3$ (и њихов збир је -2).
Одговор: **E**.

393. Темена парабола су $(0, -1)$ и $(-2, 1)$, па једначина праве p гласи $y = \frac{1-(-1)}{-2-0}x - 1 = -x - 1$, па AB припада овој правој, а висина из O у $\triangle OAB$ једнака је растојању O од ове праве, тј. $\frac{|0+0+1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
Одговор: **A**.

394. Мора бити $\sin 2x \geqslant 0$, а како је $x \in (0, \pi)$, следи $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$. За овакве x једначина је еквивалентна са $\cos^2 2x - \sin^2 2x = 0$, тј. са $\cos 4x = 0$, па је $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$ за $k \in \mathbb{Z}$, а интервалу $\left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ припадају $\frac{\pi}{8}$ и $\frac{3\pi}{8}$ (и њихов збир је $\frac{\pi}{2}$).
Одговор: **E**.

395. Како за $n \in \mathbb{N}$ важи $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, следи $\sum\limits_{n=1}^{2016} \frac{1}{n(n+1)} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{2016} - \frac{1}{2017}\right) = 1 - \frac{1}{2017} = \frac{2016}{2017}$.
Одговор: **B**.

396. Како је $\frac{a^3+8b^3}{(a-b)^2+3b^2} - b = \frac{(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)}{a^2-2ab+4b^2} - b = a + 2b - b = a + b$, вредност уоченог израза је $2,3584 + 1,6416 = 4$.
Одговор: **D**.

397. Како је $(1+i)^2 = 2i$ и $(1-i)^2 = -2i$, следи $\frac{(1-i)^{2016}}{(1+i)^{2014}} = \frac{(-2i)^{1008}}{(2i)^{1007}} = \frac{2^{1008}}{2^{1007} \cdot i^3} = \frac{2}{-i} = 2i$.
Одговор: **B**.

398. Тражена површина је $\frac{bc \sin\alpha}{2} = \frac{20 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 50\sqrt{3}$.
Одговор: **B**.

399. Домени све три функције су једнаки $\mathbb{R}$. Притом за свако $x \in \mathbb{R}$ важи $f_2(x) = |x|$ (па није $f_1 \equiv f_2$) и $f_3(x) = x$ (па је $f_1 \equiv f_3$).
Одговор: **A**.

400. $\frac{3 \cdot \sqrt[3]{(-2)^3} + 2 \cdot \sqrt[3]{(-2)^6}}{\sqrt[4]{(-3)^4} + \sqrt[5]{(-4)^5}} = \frac{3 \cdot (-2) + 2 \cdot \sqrt[3]{2^6}}{3 + (-4)} = \frac{-6 + 2 \cdot 4}{-1} = \frac{2}{-1} = -2$.
Одговор: **B**.

401. Ако су r_1 и h_1 полупречник основе и висина описане купе, редом, а r_2 и h_2 полупречник основе и висина уписане купе, редом, следи $h_1 = h_2$, r_1 је једнак полупречнику кружнице описане око квадрата основе (тј. половини дијагонале квадрата), а r_2 је једнак полупречнику кружнице уписане у квадрат основе (тј. половини странице квадрата), па је $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$ и $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} r_1^2 h_1 \pi}{\frac{1}{3} r_2^2 h_2 \pi} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$.
Одговор: **E**.

402. То су бројеви којима је последња цифра из скупа $\{2, 4, 6\}$. Последња цифра се може изабрати на 3 начина, након тога, независно од претходног избора, прва цифра на 4 начина (било која цифра различита од 0 и претходно изабране цифре), након тога, независно од претходних избора, друга цифра на 4 начина (било која цифра различита од претходно изабраних цифара), а након тога, независно од претходних избора, трећа цифра на 3 начина (било која цифра различита од претходно изабраних цифара). Дакле, тражених бројева има $3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 144$.
Одговор: **E**.

403. Функција расте на $[-1, 3]$, а опада на $[3, 5]$, па је њена највећа вредност $f(3) = 1$, а најмања $\min\{f(-1), f(5)\} = \min\{-15, -3\} = -15$ (и њихова разлика је 16).
Одговор: **C**.

404. По Виетовим правилима је $x_1 + x_2 = 1$ и $x_1 x_2 = 1$, па је $\frac{x_1}{x_2^3} + \frac{x_2}{x_1^3} = \frac{x_1^4 + x_2^4}{(x_1 x_2)^3} = \frac{(x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2}{(x_1 x_2)^3} = \frac{((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2)^2 - 2(x_1 x_2)^2}{(x_1 x_2)^3} = \frac{(1^2 - 2 \cdot 1)^2 - 2 \cdot 1^2}{1^3} = -1$.
Одговор: **A**.

405. Како је $b = \log_{27} 125 = \log_{3^3} 5^3 = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \log_3 5 = \log_3 5$, следи $\log_2 3 = \frac{\log_5 3}{\log_5 2} = \frac{\log_2 5}{\log_3 5} = \frac{a}{b}$, па је $\log_2 6 = \log_2(2 \cdot 3) = \log_2 2 + \log_2 3 = 1 + \frac{a}{b} = \frac{a+b}{b}$.

Одговор: **B**.

406. Једначина је дефинисана за $3x-5 \geqslant 0$ и $7-x \geqslant 0$, тј. за $x \in \left[\frac{5}{3}, 7\right]$. Квадрирањем, добија се $3x-5+2\sqrt{3x-5}\sqrt{7-x}+7-x=16$, тј. $\sqrt{(3x-5)(7-x)} = 7-x$. За $x \in \left[\frac{5}{3}, 7\right]$ стране су истог знака, па је једначина еквивалентна са $(3x-5)(7-x)=(7-x)^2$, односно са $(7-x)(4x-12)=0$, тј. решења ове једначине су $x=7$ и $x=3$ (и њихов збир је 10).
Одговор: **C**.

407. Ако је d корак уочене прогресије $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, следи $a_n = a_1+(n-1)d$ за $n \in \mathbb{N}$. По условима задатка је $15 = a_4 = a_1+3d$ и $55 = 5a_1 + \frac{4\cdot 5}{2}\cdot d = 5a_1+10d$, па је $a_1 = 3$, $d=4$ и $a_6 = a_1+5d = 23$.
Одговор: **D**.

408. Како је $\sin^2 15^\circ = \frac{1-\cos 30^\circ}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$ и $\cos^2 15^\circ = \frac{1+\cos 30^\circ}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}$, следи $\sin^4 15^\circ + \cos^4 15^\circ = \left(\frac{2-\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{2+\sqrt{3}}{4}\right)^2 = \frac{4-4\sqrt{3}+3}{16} + \frac{4+4\sqrt{3}+3}{16} = \frac{7}{8}$.
Одговор: **A**.

409. Ако је $|x+3|-5<0$, једначина је еквивалентна са $|x+3|=-1$, што је немогуће, па у овом случају нема решења. Ако је $|x+3|-5 \geqslant 0$, једначина је еквивалентна са $|x+3|=11$, па је $x=8$ или $x=-14$ (и оба су решења полазне једначине).
Одговор: **C**.

410. Како је $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$, једначина је еквивалентна са $4\cos^2 x + 2\cos x - 2 = 0$, тј. са $2(\cos x+1)(2\cos x-1)=0$. Ако је $\cos x = -1$, следи $x = \pi + 2k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$, а интервалу $[0, 3\pi]$ припадају π и 3π. Ако је $\cos x = \frac{1}{2}$, следи $x = \frac{\pi}{3}+2k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$ или $x = -\frac{\pi}{3}+2k\pi$ за $k\in\mathbb{Z}$, а интервалу $[0,3\pi]$ припадају $\frac{\pi}{3}$, $\frac{7\pi}{3}$ и $\frac{5\pi}{3}$.
Одговор: **D**.

411. Важи $P(x) = K(x)(x^2-1)+(ax+b)$, где је $K(x)$ количник у уоченом дељењу. Заменом $x=-1$ добија се $10 = -a+b$, а заменом $x=1$ добија се $8=a+b$, па је $a=-1$, $b=9$ и $3a+b=6$.
Одговор: **C**.

412. Систем је еквивалентан са $5\cdot 5^x - 4\cdot 2^y = 93$, $2\cdot 5^x + 3\cdot 2^y = 74$, одакле је $5^x = 25$, $2^y = 8$, тј. $x=2$, $y=3$, па је $x+y=5$.
Одговор: **E**.

413. Тражена једначина је $x\cdot 1 + (y-3)(1-3) = 5$, тј. $x-2y+6=5$, односно $y = \frac{1}{2}\cdot x + \frac{1}{2}$, па је $k+3n=2$.
Одговор: **A**.

414. Једначина је дефинисана за свако $x\in\mathbb{R}$ (важи $-x^2+x-4<0$ за свако $x \in \mathbb{R}$), па је једначина еквивалентна са $\frac{2x^2+(m-1)x+8}{-x^2+x-4} < 0$, тј. са $2x^2+(m-1)x+8>0$, а последње је тачно за свако $x\in\mathbb{R}$ ако и само ако је дискриминанта последње добијене квадратне једначине негативна, тј. ако и само ако је $(m-1)^2-4\cdot 2\cdot 8<0$, односно $(m-9)(m+7)<0$, тј. $m\in(-7,9)$. Целих бројева у овом скупу има 15.
Одговор: **B**.

415. Једначина је дефинисана за $x^2-3>0$ и $2x>0$, тј. за $x\in(\sqrt{3},\infty)$ и за такво x, пошто је $2\pi-5>0$, еквивалентна са $x^2-3\geqslant 2x$, тј. са $(x+1)(x-3)\geqslant 0$. Следи да је решење неједначине $x\in[3,\infty)$.
Одговор: **А**.

416. $\frac{(2{,}52-1{,}77):2{,}5-(7{,}47-1{,}22):25}{(1-1{,}2\cdot 0{,}4):1{,}04}=\frac{0{,}75:2{,}5-6{,}25:25}{(1-0{,}48):1{,}04}=\frac{0{,}3-0{,}25}{0{,}52:1{,}04}=\frac{0{,}05}{0{,}5}=0,1.$
Одговор: **C**.

417. За $a,b\neq 0$ је $\left[\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\cdot\frac{a^3-b^3}{a^2+b^2}\right]:\left(\frac{a^2+b^2}{ab}+1\right)=\left(\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}\cdot\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a^2+b^2}\right):\frac{a^2+ab+b^2}{ab}=\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a^2b^2}\cdot\frac{ab}{a^2+ab+b^2}=\frac{a-b}{ab}$.
Одговор: **Е**.

418. Како је $\frac{5-x}{6}=\frac{5}{6}-\frac{x}{6}$ и $1-\frac{7x+2}{12}=1-\frac{7x}{12}-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}-\frac{7x}{12}$, једначина је еквивалентна са $\frac{x}{6}=\frac{7x}{12}$, тј. са $2x=7x$, односно са $5x=0$, па је $x=0$.
Одговор: **B**.

419. Како је $2\cdot 7^x-3\cdot 7^{x-1}+7^{x+1}=14\cdot 7^{x-1}-3\cdot 7^{x-1}+49\cdot 7^{x-1}=60\cdot 7^{x-1}$, једначина је еквивалентна са $7^{x-1}=\frac{2940}{60}=49=7^2$, па је $x-1=2$, односно $x=3$.
Одговор: **D**.

420. Једначина је дефинисана за $x\in D=(-\infty,-4]\cup[1,\infty)$. Ако је $\sqrt{(x-1)(x+4)}=0$, следи $x=-4$ или $x=1$, а ако је $x^2-9=0$, следи $x=-3$ (а како $x\notin D$, ово није решење полазне једначине) или $x=3$ (а како $3\in D$, ово јесте решење полазне једначине). Дакле, решења уочене једначине су -4, 1 и 3 (и њихов збир је 0).
Одговор: **C**.

421. Важи $|x+1|=\begin{cases}-x-1, & \text{за } x<-1\\ x+1, & \text{за } x\geqslant -1\end{cases}$ и $|x-2|=\begin{cases}2-x, & \text{за } x<2\\ x-2, & \text{за } x\geqslant 2\end{cases}$.
Следи, за $x\in(-\infty,-1)$ једначина је еквивалентна са $2\cdot(-x-1)-3\cdot(2-x)-1=0$, тј. са $x=9\notin(-\infty,-1)$, па ово није решење; за $x\in[-1,2)$ једначина је еквивалентна са $2\cdot(x+1)-3\cdot(2-x)-1=0$, тј. са $5x=5$, односно $x=1\in(-1,2]$, па ово јесте решење; за $x\in[2,\infty)$ једначина је еквивалентна са $2\cdot(x+1)-3\cdot(x-2)-1=0$, тј. са $-x+7=0$, односно $x=7\in(2,\infty)$, па ово јесте решење. Дакле, решења полазне једначине су 1 и 7 (и оба су позитивна).
Одговор: **B**.

422. Ако је d корак аритметичке прогресије $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, следи $a_n=a_1+(n-1)d$ и $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}a_k=na_1+\frac{n(n-1)}{2}\cdot d$ за $n\in\mathbb{N}$. По условима задатка је $5a_1+10d=90$ и $9a_1+36d=234$, па је $a_1=10$ и $d=4$. Ако је $S_n=640$, следи $10n+\frac{n(n-1)}{2}\cdot 4=640$, одакле је $n^2+4n-320=0$, тј. $(n+20)(n-16)=0$, а како је $n\in\mathbb{N}$, следи $n=16$.
Одговор: **B**.

423. Општи члан развоја је $\binom{12}{k}(x^3)^{12-k}\left(\frac{1}{x}\right)^k=\binom{12}{k}x^{36-4k}$ за $0\leqslant k\leqslant 12$. Ако члан не зависи од x, мора бити $36-4k=0$, тј. $k=9$, па је тај члан једнак $\binom{12}{9}=220$.
Одговор: **B**.

424. $\log_{30} 8 = \dfrac{\log_{10} 2^3}{\log_{10}(3 \cdot 10)} = \dfrac{3\log_{10}\frac{10}{5}}{\log_{10} 3 + 1} = \dfrac{3(1-\log_{10} 5)}{\log_{10} 3 + 1} = \dfrac{3(1-a)}{b+1}$.
Одговор: **A**.

425. Након три месеца плата је $4\,000 \cdot (1,05)^3 = 4\,630,5$.
Одговор: **A**.

426. Пресликавање $x \to 2x+1$ је бијекција на $\mathbb{R}$. Заменом $t = 2x+1$, следи $x = \frac{t-1}{2}$, па је $f(t) = \frac{t-1}{2} - 1 = \frac{t-3}{2}$ и $f(f(t)) = \frac{\frac{t-3}{2}-3}{2} = \frac{t-9}{4}$.
Одговор: **A**.

427. Како је $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, важи $\cos\alpha < 0$, па је $\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\frac{7}{25}$ и $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{2\cdot 7\cdot 24}{25\cdot 25} = -\frac{336}{625}$.
Одговор: **E**.

428. Једначина праве AC је $y = 5$, па је симетрала дужи AC нормална на x-осу и садржи средиште те дужи, тачку $(1,5)$, тј. једначина те симетрале је $x = 1$. Коефицијент правца праве AB је $\frac{6-5}{4-5} = -1$, па симетрала дужи AB има коефицијент правца $-\frac{1}{-1} = 1$ и садржи средиште те дужи, тачку $\left(\frac{9}{2}, \frac{11}{2}\right)$, тј. једначина те симетрале је $y = x+1$. Центар описане кружнице се налази у пресеку ових симетрала, тј. то је тачка $(1,2)$ (и збир координата ове тачке је 3).
Одговор: **E**.

429. Ако је $p_k(x) = (k-1)x^2 + (k-1)x - 2$, како је $p_k(0) = -2 < 0$ за свако $k \in \mathbb{R}$, не може важити $p_k(x) > 0$ за свако $x \in \mathbb{R}$.
Друго решење. Ако је $k = 1$ неједначина постаје $-2 > 0$, тј. њен скуп решења је $\emptyset$. Ако је $k \neq 1$, неједначина је квадратна, па да би било $p_k(x) > 0$ за свако $x \in \mathbb{R}$, мора бити коефицијент уз квадратни члан позитиван (тј. $k-1 > 0$, односно $k > 1$) и дискриминанта једначине негативна (тј. $(k-1)^2 - 4\cdot(k-1)\cdot(-2) < 0$, тј. $k^2 + 6k - 7 < 0$, односно $(k+7)(k-1) < 0$, тј. $k \in (-7,1)$). Следи $k > 1$ и $k \in (-7,1)$, тј. $k \in \emptyset$.
Одговор: **B**.

430. Неједнакост је дефинисана за $2x^2+3x+1 > 0$ и $2x+2 > 0$, тј. за $(x+1)(2x+1) > 0$ (што је испуњено за $x \in (-\infty,-1) \cup \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$) и $x+1 > 0$ (што је испуњено за $x \in (-1,\infty)$), односно за $x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$ и на том скупу еквивалентна са $\log_{2^2}(2x^2+3x+1) \leqslant \log_2(2x+2)$, тј. $\frac{1}{2}\cdot\log_2(2x^2+3x+1) \leqslant \log_2(2x+2)$, односно $\log_2(2x^2+3x+1) \leqslant 2\log_2(2x+2) = \log_2(2x+2)^2$. Следи $2x^2+3x+1 \leqslant (2x+2)^2$, односно $0 \leqslant 2x^2+5x+3 = (2x+3)(x+1)$, тј. $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (-1,\infty)$, а како је $x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$, следи да је решење уочене неједначине $x \in \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$.
Одговор: **B**.

431. Како n-тоугао ($n \geqslant 3$) има $\frac{n(n-3)}{2}$ дијагонала, многоугао са $n+7$ страница има $\frac{(n+7)(n+4)}{2}$ дијагонала, па из услова задатка следи $\frac{(n+7)(n+4)}{2} = \frac{n(n-3)}{2} + 119$, одакле је $n^2 + 11n + 28 = n^2 - 3n + 238$, тј. $14n = 210$, односно $n = 15$.
Одговор: **C**.

432. Како је $(1+i\sqrt{3})^2 = 1 + 2\sqrt{3}i - 3 = -2 + 2\sqrt{3}i = -2(1-i\sqrt{3})$, следи

$(1+i\sqrt{3})^3 = -2(1-i\sqrt{3})(1+i\sqrt{3}) = -2(1+3) = -8$, па је $(1+i\sqrt{3})^6 = (-8)^2 = 64$.
Одговор: **D**.

433. Ако је r полупречник основе, а h висина уоченог ваљка, по условима задатка је $2r\pi(r+h) = 8\pi$ и $h+1 = 2r$, тј. $r(r+h) = 4$ и $h = 2r-1$, па је $r(3r-1) = 4$, тј. $(r+1)(3r-4) = 0$, па како је $r > 0$, следи $r = \frac{4}{3}$. Следи $h = 2r-1 = \frac{5}{3}$, површина омотача је $2r\pi h = \frac{40}{9}\pi$.
Одговор: **D**.

434. Како је $\sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = -\cos 2x$, једначина је еквивалентна са $\cos 2x = -\frac{1}{2}$. Следи $2x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, тј. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$ или $2x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$, тј. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$. Решења која припадају $[-\pi, \pi]$ су $-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$.
Одговор: **C**.

435. Ако права $y = kx + n$ одсеца једнаке одсечке на координатним осама, онда је $k \in \{-1, 1\}$, па је $k^2 = 1$. Ова права је тангента елипсе ако и само ако је $40k^2 + 24 = n^2$, па је $n^2 = 64$, тј. $n \in \{-8, 8\}$, односно тражене праве су $\pm x \pm y - 8 = 0$ (и међу понуђеним одговорима се налази $x + y - 8 = 0$).
Одговор: **E**.

436. $\left(26,7 - 13\frac{1}{5}\right) : \left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) + 22 \cdot \frac{3}{5,5} = (26,7 - 13,2) : (1,88 + 2,12) + 22 \cdot \frac{3}{\frac{11}{2}} = 13,5 : 4 + 22 \cdot \frac{6}{11} = \frac{27}{8} + 12 = 15 + \frac{3}{8} = 15,375$.
Одговор: **A**.

437. $\frac{7}{\sqrt{2}+3} + \frac{4}{\sqrt{2}+2} + \frac{3}{\sqrt{2}+1} = \frac{7(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} + \frac{4(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} + \frac{3(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = 3 - \sqrt{2} + 4 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3 = 4$.
Одговор: **B**.

438. За $ab \neq 0$, $a \neq -b$ важи $\frac{(a^2-ab)(a^2b+ab^2)}{ab^2(a^2+ab)} = \frac{a(a-b)ab(a+b)}{a^2b^2(a+b)} = \frac{a-b}{b}$.
Одговор: **D**.

439. Неједначина је дефинисана за $x \neq 2$ и еквивалентна са $\frac{x-1}{x-2} - \frac{3}{2} < 0$, тј. са $\frac{-x+4}{2(x-2)} < 0$, па је њено решење $x \in (-\infty, 2) \cup (4, \infty)$.
Одговор: **B**.

440. Мора бити $k \neq 2$ (да би била квадратна једначина), а у том случају решење је двоструко ако и само ако је дискриминанта једначине једнака 0, тј. ако и само ако је $(k+1)^2 - 4(k-2)(k+1) = 0$, односно $3k^2 - 6k - 9 = 0$, тј. $3(k+1)(k-3) = 0$. Дакле, тражене вредности су $k = -1$ и $k = 3$ (и њихов производ је -3).
Одговор: **B**.

441. Ако је $x \geqslant 2$, једначина је еквивалентна са $x - 2 + 3x = 7$, па је $x = \frac{9}{4}$ (што јесте решење). Ако је $x < 2$, једначина је еквивалентна са $2 - x + 3x = 7$, па је $x = \frac{5}{2}$ (што није решење, јер је $\frac{5}{2} > 2$).
Одговор: **B**.

442. Ако је $x \geqslant 1$, неједначина је еквивалентна са $2x + x - 1 < 2$, тј. са $x < 1$,

па у овом случају нема решења. Ако је $x < 1$, неједначина је еквивалентна са $2x - (x-1) < 2$, тј. са $x < 1$, па је у овом случају решење $x \in (-\infty, 1)$.
Одговор: **C**.

443. Једначина је дефинисана за $25 - x^2 \geqslant 0$, тј. за $x \in [-5, 5]$ и еквивалентна са $\sqrt{25 - x^2} = 7 - x$. Како су за $x \in [-5, 5]$ стране ненегативне, једначина је еквивалентна са $25 - x^2 = (7-x)^2 = 49 - 14x + x^2$, односно са $2x^2 - 14x + 24 = 0$, тј. са $2(x-3)(x-4) = 0$, па су њена решења $x = 3$ и $x = 4$.
Одговор: **B**.

444. Једначина је еквивалентна са $2 \cdot 3^3 \cdot 3^{x-2} - 4 \cdot 3^{x-2} = 450$, односно са $(54-4) \cdot 3^{x-2} = 450$, тј. са $3^{x-2} = 9$, па је $x - 2 = 2$, односно $x = 4$.
Одговор: **B**.

445. $\log_3 \sqrt[5]{243} = \log_3 \sqrt[5]{3^5} = \log_3 3 = 1$.
Одговор: **D**.

446. Ако је $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, следи $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, па је $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ и $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{4\sqrt{2}}{7}$.
Одговор: **D**.

447. За $\beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, важи $\frac{\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)} = \frac{2\sin\alpha\cos\beta}{2\cos\alpha\cos\beta} = \operatorname{tg}\alpha$.
Одговор: **B**.

448. Нека је у питању трапез $ABCD$, основица $AB = 18$ и $CD = 12$ и нека је E подножје нормале из D на AB. Онда је $\triangle AED$ правоугли, $AE = \frac{AB - CD}{2} = 3$, $DA = 5$, па је висина трапеза $DE = \sqrt{DA^2 - AE^2} = 4$, а површина је једнака $\frac{AB + CD}{2} \cdot DE = 60$.
Одговор: **A**.

449. Ако је S врх купе, O центар основе, а A произвољна тачка са кружнице која је руб основе купе, по условима задатка $\triangle OSA$ је правоугли, $\sphericalangle OSA = 60^\circ$, и $AS = 1 + OS$, па је $\frac{OS}{OS+1} = \frac{OS}{AS} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$. Следи $OS = 1$, $OA = \sqrt{3}$, а запремина купе је $\frac{1}{3} \cdot OA^2 \cdot OS \cdot \pi = \pi$.
Одговор: **A**.

450. Једначина тангенте је $3 \cdot x + 1 \cdot y = 10$, тј. $3x + y - 10 = 0$.
Одговор: **D**.

451. Ако је $y = \frac{2}{3} \cdot x + n$ тангента елипсе $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$, следи $36 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 20 = n^2$, па је $n^2 = 36$, а тражена позитивна вредност је $n = 6$.
Одговор: **B**.

452. Ако је $c > 0$ почетка цена артикла, након поскупљења цена је $1,3c$, а након појефтињења $0,8 \cdot (1,3c) = 1,04c$, тј. коначна цена је за 4% већа од почетне.
Одговор: **B**.

453. Ако је d корак прогресије $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, следи $a_n = a_1 + (n-1)d$ за $n \in \mathbb{N}$, па је $23 = a_5 = a_1 + 4d = 3 + 4d$, одакле је $d = 5$, па је збир првих 10 чланова

$10a_1 + \frac{9 \cdot 10}{2} \cdot d = 10 \cdot 3 + 45 \cdot 5 = 255$.
Одговор: **D**.

454. Ако је q корак прогресије $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, следи $a_n = a_1 q^{n-1}$ за $n \in \mathbb{N}$, па је $96 = a_6 = a_1 q^5 = 3 \cdot q^5$, одакле је $q = 2$, па је збир првих 10 чланова $a_1 \cdot \frac{1-q^{10}}{1-q} = 3 \cdot \frac{1-2^{10}}{1-2} = 3\,069$.
Одговор: **C**.

455. Један радник за 1 дан заради $\frac{187\,000}{15 \cdot 6} = \frac{6\,250}{3}$ динара, па 12 радника за 5 дана заради $12 \cdot 5 \cdot \frac{6\,250}{3} = 125\,000$ динара.
Одговор: **C**.

456. $\dfrac{\left(1,75 : \frac{2}{3} - 1,75 \cdot \frac{9}{8}\right) : \frac{7}{12}}{\left(\frac{17}{80} - 0,0325\right) : 4} \cdot 7 = \dfrac{1,75 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{9}{8}\right) \cdot \frac{12}{7}}{\left(\frac{17}{80} - \frac{13}{400}\right) : 4} \cdot 7 = \dfrac{\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{12}{7} \cdot 7}{\frac{9}{50} \cdot \frac{1}{4}} = \dfrac{\frac{63}{8}}{\frac{9}{200}} = 7 \cdot 25 = 175$.
Одговор: **C**.

457. Једначина је дефинисана за $x \in [-\sqrt{13}, \sqrt{13}]$. Ако је $x \in [-\sqrt{13}, -1)$, стране су различитих знака, па у овом случају нема решења. Ако је $x \in [-1, \sqrt{13}]$, једначина је еквивалентна са $13 - x^2 = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$, тј. са $x^2 + x - 6 = 0$, односно са $(x+3)(x-2) = 0$, па како $-3 \notin [-1, \sqrt{13}]$, ово није решење, а како $2 \in [-1, \sqrt{13}]$, ово јесте решење полазне једначине.

Друго решење. Права $y = x + 1$ у xOy координатној равни сече полупречник кружнице $x^2 + y^2 = 13$ који се налази на x-оси, па сече кружницу у две тачке (унутрашњост круга је конвексна), једној испод, а једној изнад x-осе, а решења уочене једначине су пресеци ове праве и дела кружнице изнад x-осе.
Одговор: **B**.

458. Ако други радник покоси ливаду за x сати, онда први радник за сат покоси $\frac{1}{6}$ ливаде, а други $\frac{1}{x}$ ливаде, па из услова задатка следи $3 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{x} = 1$, одакле је $x = 4$.
Одговор: **B**.

459. Како је $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} = 3^x(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) = 121 \cdot 3^x$, једначина је еквивалентна са $121 \cdot 3^x = 363$, тј. са $3^x = 3$, па је $x = 1$.
Одговор: **B**.

460. Ако су x_1 и x_2 решења уочене једначине, по Виетовим правилима је $x_1 + x_2 = 3p + 2$ и $x_1 x_2 = 3p^2 - 4$, па је $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)\big((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2\big) = (3p+2)\big((3p+2)^2 - 3(3p^2 - 4)\big) = (3p+2)(16 + 12p) = 4\big(9(p+1)^2 - 1\big)$, а последњи израз је, за реалне p, најмањи за $p = -1$.
Одговор: **D**.

461. $\dfrac{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}{1 + \operatorname{tg}^2 15^\circ} = \dfrac{\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ}{\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ} = \cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
Одговор: **B**.

462. Неједначина је дефинисана за $x > \frac{1}{2}$ и за такве x еквивалентна са $2x - 1 < \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = (2^{-3})^{\frac{1}{3}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$, тј. са $x < \frac{3}{4}$, па је њено решење $x \in \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

Одговор: **A**.

463. Права $y = 7$ гради угао 0 са x-осом, а права $y = \sqrt{3}x - 5$ гради угао $\operatorname{arctg}\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$ са x-осом, па уочене праве нису паралелне и секу се (у некој тачки C) под углом $\frac{\pi}{3}$. Ако је B подножје нормале из A на једну од уочених правих, $\triangle ABC$ је правоугли, хипотенузе $AC = 6$ и $\sphericalangle ACB = \frac{\pi}{6}$, па је $AB = 6\sin\frac{\pi}{6} = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$.
Одговор: **B**.

464. Једначина је еквивалентна са $2\cos^2\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2} = 0$, тј. са $\cos\frac{x}{2}\left(2\cos\frac{x}{2} + 1\right) = 0$, па је или $\cos\frac{x}{2} = 0$, одакле је $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$, тј. $x = (2k+1)\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$ или $\cos\frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$, одакле је $\frac{x}{2} = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ или $\frac{x}{2} = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$, тј. $x = \frac{4\pi}{3} + 4k\pi$ или $x = \frac{8k}{3} + 4k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$. Решења која припадају $[0, 2\pi]$ су π и $\frac{4\pi}{3}$.
Одговор: **C**.

465. За $x \neq -2$, одузимањем датих једначина, добија се $2g(x+1) = 3x + 1$. Заменом $u = x + 1$ за $u \neq -1$, следи $g(u) = \frac{3u-2}{2}$. Функција g је инјекција из $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ у $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{5}{2}\right\}$, па постоји $g^{-1}(y)$ за $y \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ и важи $y = \frac{3g^{-1}(y)-2}{2}$, одакле је $g^{-1}(y) = \frac{2y+2}{3}$, за $y \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{5}{2}\right\}$.
Одговор: **B**.

466. Ако је $E(-6,3)$, $O(0,0)$ и уочене тетиве DA и BC, тако да је $E - D - A$ и $E - C - B$, четвороугао $ABCD$ је једнакокраки трапез, крака $DA = BC = 8$ и полупречника описане кружнице $OA = 5$. Ако је $\varphi = \sphericalangle BEA$ и F подножје нормале из O на DA, следи да је F средиште DA. Како је $\triangle ODF$ правоугли, $OD = 5$, $DF = 4$, на основу Питагорине теореме следи $OF = \sqrt{OD^2 - DF^2} = 3$. Како је $EO = \sqrt{(-6-0)^2 + (3-0)^2} = 3\sqrt{5}$ и како је $\triangle OEF$ правоугли, на основу Питагорине теореме следи $EF = \sqrt{EO^2 - OF^2} = 6$. Како је и $\sphericalangle OEF = \frac{\varphi}{2}$, следи $\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{OF}{EF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, па је $\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2}} = \frac{4}{3}$, односно $\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{4}{3}\right)$.
Одговор: **B**.

467. Мора бити $x > 0$. Средњи члан у развоју степена бинома је $\binom{8}{4} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^4 \cdot (\sqrt{x})^4 = \frac{70}{x^2}$, па је $\frac{70}{x^2} = 630$, тј. $x^2 = \frac{1}{9}$, а како је $x > 0$, следи $x = \frac{1}{3}$.
Одговор: **C**.

468. За $x \neq 0$ и $x \neq 1$ важи $f(f(x)) = \frac{1}{1-\frac{1}{1-x}} = \frac{x-1}{x}$ и $f(f(f(x))) = f\left(\frac{x-1}{x}\right) = \frac{1}{1-\frac{x-1}{x}} = x$, па је $f(f(f(f(f(x))))) = f(f(x)) = \frac{x-1}{x}$.
Одговор: **C**.

469. Како је $\log \sqrt[3^k]{x} = \frac{1}{3^k} \cdot \log x$, уочени збир је (бесконачна) геометријска прогресија почетног члана $\log x$ и количника $\frac{1}{3}$ (и важи $\left|\frac{1}{3}\right| < 1$), па је њен збир $\log x \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \cdot \log x$. Следи $\frac{3}{2} \cdot \log x = \log 8$, па је $x = 8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$.
Одговор: **C**.

470. Ако је d корак уочене аритметичке прогресије $(x_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$, следи $x_n = x_0 + nd$ за $n \in \mathbb{N}_0$ и $x_0 = 5$, $x_8 = x_0 + 8d = 25$, па је $d = \frac{5}{2}$. Следи $2x_3 + x_6 = 2(x_0 + 3d) + (x_0 + 6d) = 3x_0 + 12d = 3 \cdot 5 + 12 \cdot \frac{5}{2} = 45$.
Одговор: **B**.

471. Како је $f(x) = (x-1)^2 + 2$ и $1 \in [0,3]$, следи да је најмања вредност функције на овом интервалу $f(1) = 2$, а највећа $\max\{f(0), f(3)\} = \max\{3,6\} = 6$ (и њихов збир је 8).
Одговор: **B**.

472. Ако је $x \in (-\infty, 1)$, једначина је еквивалентна са $x^2 + (1-x) = 1$, тј. са $x(x-1) = 0$, одакле је $x = 0$ (што је решење) или $x = 1$ (што се, у овој ситуацији, не прихвата као решење, пошто $1 \notin (-\infty, 1)$). Ако је $x \in [1, \infty)$ једначина је еквивалентна са $x^2 + (x-1) = 1$, тј. са $x^2 + x - 2 = 0$, односно са $(x+2)(x-1) = 0$, одакле је $x = -2$, што није решење (јер је $-2 \notin [1, \infty)$) или $x = 1$ (што јесте решење).
Одговор: **E**.

473. За $x \neq -3$ и $x \neq 3$ је $f(g(x)) = f\left(\frac{2x}{x+3}\right) = \frac{\frac{2x}{x+3}}{\frac{2x}{x+3} - 1} = \frac{2x}{x-3}$.
Одговор: **C**.

474. Једначина је еквивалентна са $(2^{-1})^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 2^{-6}$, тј. са $-x^2 + 2x + 2 = -6$, односно са $x^2 - 2x - 8 = 0$, тј. са $(x+2)(x-4) = 0$, односно решења једначине су $x = -2$ и $x = 4$.
Одговор: **D**.

475. Како је $\frac{5\pi}{2} < x < 3\pi$, следи $\cos x < 0$, па је $\cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x} = -2\sqrt{2}$.
Одговор: **A**.

476. Прво слово се може изабрати на 7 начина, након тога се друго слово може изабрати на 6, а након тога треће на 5 начина, па тражених речи има $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$.
Одговор: **E**.

477. Како је $x^2 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{2} - 2 + \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{24}$, следи $\frac{6\sqrt{1+x^2}}{x+\sqrt{1+x^2}} = \frac{6x\sqrt{1+x^2} - 6(1+x^2)}{(x+\sqrt{1+x^2})(x-\sqrt{1+x^2})} = -6x\sqrt{1+x^2} + 6(1+x^2) = -6 \cdot \frac{1}{2\sqrt{6}} \cdot \frac{5}{2\sqrt{6}} + 6 \cdot \frac{25}{24} = -\frac{5}{4} + \frac{25}{4} = 5$.
Одговор: **B**.

478. Мора бити $x - 2 \neq 0$, тј. $x \neq 2$ и $4x - x^2 - 3 > 0$, тј. $x^2 - 4x + 3 < 0$, односно $(x-1)(x-3) < 0$, тј. $x \in (1,3)$. Дакле, домен је $(1,2) \cup (2,3)$.
Одговор: **E**.

479. Важи $A = \left(11^{\log_{11} 6}\right)^{\log_3 11} = 11^{\log_{11} 6 \cdot \log_3 11} = 11^{\log_3 6} = B$. Притом је $A = B > 0$, па није $6B > 11A$.
Одговор: **C**.

480. За $0 < x < \frac{\pi}{2}$ је $\frac{\sin x}{1-\cos x} + \frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{2\sin x}{1-\cos^2 x} = \frac{2\sin x}{\sin^2 x} = \frac{2}{\sin x}$.
Одговор: **E**.

481. За $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ једначина је еквивалентна са $5\cos x = 4 - 2\sin^2 x = 2 + 2\cos^2 x$, односно са $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$, тј. са $(2\cos x - 1)(\cos x - 2) = 0$. Како не може бити $\cos x = 2$, следи $\cos x = \frac{1}{2}$, а како је $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, следи $x = \frac{\pi}{3}$.
Одговор: **D**.

482. Нека је ромб $ABCD$, тако да је $AC = d_1$, $BD = d_2$, уочени квадрат $EFGH$, тако да је $x = EF$ и $E \in AB$, O пресек дијагонала ромба, X подножје нормале из E на BD. Следи $\triangle BXE \sim \triangle BOA$, па је $\frac{BX}{XE} = \frac{BO}{OA}$, а како је $BO = \frac{d_2}{2}$, $OA = \frac{d_1}{2}$, $XO = \frac{x}{2}$, $BX = BO - XO = \frac{d_2 - x}{2}$ и $XE = \frac{x}{2}$, следи $\frac{d_2 - x}{x} = \frac{d_2}{d_1}$, односно $x = \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}$.
Одговор: **B**.

483. Четвороугао ACD_1F_1 је правоугаоник, $AC \parallel D_1F_1$ и AC је мања дијагонала шестоугла основе, па је $AC = AB\sqrt{3} = 3$, а како је AF_1 дијагонала правоугаоника FAA_1F_1 у којем је $FA = \sqrt{3}$ и $AA_1 = \sqrt{22}$, следи $AF_1 = \sqrt{3 + 22} = 5$, па је површина ACD_1F_1 једнака $3 \cdot 5 = 15$.
Одговор: **A**.

484. Ако је $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ уочена аритметичка прогресија и d корак прогресије, онда је $a_n = a_1 + (n-1)d$ за $n \in \mathbb{N}$, па је, по условима задатка, $\sum\limits_{k=1}^{5} a_{2k-1} = 5a_1 + 20d = 35$ и $\sum\limits_{k=1}^{5} a_{2k} = 5a_1 + 25d = 50$, односно $a_1 = -5$ и $d = 3$, па је $a_2 = -2$.
Одговор: **C**.

485. Неједначина је дефинисана за $x \neq 0$ и $1 - 9x^2 \geqslant 0$, односно за $x \in \left[-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{3}\right]$. Како за такве x важи $1 - \sqrt{1 - 9x^2} \geqslant 0$, следи да су $x \in \left[-\frac{1}{3}, 0\right)$ решења уочене неједначине, док је за $x \in \left(0, \frac{1}{3}\right]$ неједначина еквивалентна са $1 - \sqrt{1 - 9x^2} < x$, тј. са $1 - 2x + x^2 < 1 - 9x^2$, односно са $5x^2 - x < 0$, тј. са $x(5x - 1) < 0$, па је $x \in \left(0, \frac{1}{5}\right)$. Дакле, $\left[-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{5}\right)$.
Одговор: **D**.

486. Из Виетових правила је $p + q + r = -3$, $pq + qr + rp = 2$ и $pqr = 5$, па је $\frac{1}{p+3} + \frac{1}{q+3} + \frac{1}{r+3} = \frac{(p+3)(q+3)+(q+3)(r+3)+(r+3)(p+3)}{(p+3)(q+3)(r+3)} = \frac{(pq+qr+rp)+6(p+q+r)+27}{pqr+3(pq+qr+rp)+9(p+q+r)+27} = \frac{2+6\cdot(-3)+27}{5+3\cdot 2+9\cdot(-3)+27} = \frac{11}{11} = 1$.
Одговор: **A**.

487. Ако је $z = x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$, из $|z - 4| = |z - 8|$ следи $(x - 4)^2 = (x - 8)^2$, па је $x = 6$, па из $3|z - 12| = 5|z - 8i|$ следи $9(36 + y^2) = 25(36 + (y - 8)^2)$, односно $16y^2 - 16\cdot 25y + 16\cdot 36 = 0$, тј. $16(y^2 - 25y + 36) = 0$. Како је $25^2 - 4\cdot 1\cdot 36 = 481 > 0$, последња једначина има реална решења y_1 и y_2 и притом је, по Виетовим правилима, $y_1 + y_2 = 25$, па су тражени комплексни бројеви $6 + iy_1$ и $6 + iy_2$ и њихов збир је $12 + 25i$.
Одговор: **B**.

488. Ако је AB основица уоченог троугла ABC, D средиште AB и O центар уписане кружнице, ако је $\sphericalangle ABC = \varphi$, следи $\sphericalangle DBO = \frac{\varphi}{2}$, па из правоуглог $\triangle DBO$ следи $\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, одакле је $\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2}} = \frac{4}{3}$. Из правоуглог $\triangle DBC$ следи $CD = DB\operatorname{tg}\varphi = 8$, одакле је $CA = BC = \sqrt{CD^2 + DB^2} = 10$, па је површина $\triangle ABC$ једнака $\frac{AB+BC+CA}{2} \cdot OD = 48$.
Одговор: **D**.

489. Ако је AA_1 једна од бочних ивица, а O и O_1 центри веће и мање базе,

редом, четвороугао AOO_1A_1 је правоугли трапез код којег је $AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $O_1A_1 = \frac{b\sqrt{3}}{3}$, а OO_1 једнако висини пирамиде h. Ако је D подножје нормале из A_1 на AO, онда је $\triangle ADA_1$ правоугли, $\sphericalangle A_1AD = \alpha$, $DA_1 = OO_1 = h$ и $AD = AO - DO = AO - A_1O_1 = \frac{(a-b)\sqrt{3}}{3}$, па је $h = \frac{(a-b)\sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha}{3}$. Како су површине база пирамиде $B_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ и $B_2 = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$, следи да је запремина уочене зарубљене пирамиде $\frac{h(B_1+\sqrt{B_1B_2}+B_2)}{3} = \frac{(a-b)\operatorname{tg}\alpha\sqrt{3}}{9} \cdot \frac{(a^2+ab+b^2)\sqrt{3}}{4} = \frac{(a^3-b^3)\operatorname{tg}\alpha}{12}$.
Одговор: **D**.

490. Ако је $y = kx+n$ једначина неке од уочених тангенти, како садрже $(-4,1)$, следи $-4k+n = 1$, а како су те праве тангенте, следи $2kn = 1$, па је $2k(1+4k) = 1$, односно $8k^2 + 2k - 1 = 0$, тј. $(2k+1)(4k-1) = 0$. Следи да су коефицијенти правца тангенти $-\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$, па је угао између њих $\operatorname{arctg}\frac{\frac{1}{4}-(-\frac{1}{2})}{1+\frac{1}{4}\cdot(-\frac{1}{2})} = \operatorname{arctg}\frac{6}{7}$.
Друго решење. Полара која одговара тачки $(-4,1)$ је $y = x-4$, њени пресеци са параболом су $(2,-2)$ и $(8,4)$, у овим тачкама тангенте из $(-4,1)$ додирује параболу, па су једначине тих тангенти $-2y = x+2$ и $4y = x+8$. Следи да су коефицијенти правца тангенти $-\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$, па је угао између њих $\operatorname{arctg}\frac{\frac{1}{4}-(-\frac{1}{2})}{1+\frac{1}{4}\cdot(-\frac{1}{2})} = \operatorname{arctg}\frac{6}{7}$.
Одговор: **C**.

491. Како је $\frac{x^3+y^3}{xy} + 3x + 3y = \frac{x^3+3x^2y+3xy^2+y^3}{xy} = \frac{(x+y)^3}{xy}$, следи да је за $x = -0{,}125 = -\frac{1}{8}$ и $y = 1{,}125 = \frac{9}{8}$ вредност израза $\frac{1}{-\frac{1}{8}\cdot\frac{9}{8}} = -\frac{64}{9}$.
Одговор: **D**.

492. Једначина је дефинисана за $3x+1 \geqslant 0$ и $x-1 \geqslant 0$, тј. за $x \in [1,\infty)$. Како су обе стране $\sqrt{3x+1} = 2+\sqrt{x-1}$ за $x \in [1,\infty)$ дефинисане и ненегативне, за овакве x једначина је еквивалентна са $3x+1 = 4+4\sqrt{x-1}+x-1$, тј. са $x-1 = 2\sqrt{x-1}$. Како су и стране последње једначине ненегативне, она је еквивалентна са $(x-1)^2 = 4(x-1)$, тј. са $(x-1)(x-5) = 0$, па су њена решења $x = 1$ и $x = 5$ (оба припадају $[1,\infty)$, а њихов збир је 6).
Одговор: **B**.

493. Слика функцијом $\sin x$ скупа $\mathbb{R}$ је $[-1,1]$, а како је $\sin x$ монотона непрекидна функција на $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$, слика $\mathbb{R}$ функцијом $f(x)$ је $[-\sin 1, \sin 1]$, тј. највећа вредност ове функције је $\sin 1$.
Одговор: **D**.

494. Како је $\frac{i}{7-i} = \frac{i(7+i)}{(7-i)(7+i)} = \frac{-1+7i}{50}$, следи да је имагинарни део овог броја $\frac{7}{50}$.
Одговор: **E**.

495. Важи $\sin\frac{\pi}{12} = \sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{6}}{2}} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{8}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{8}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.
Одговор: **B**.

496. Нека је a страница основе призме, h висина призме, а r полупречник уписане лопте. Раван паралелна основи која садржи центар лопте сече призму

по троуглу који је подударан бази, а лопту по великом кругу лопте, који је уписан у претходно добијени троугао, па је $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, тј. $a = 2\sqrt{3}r$. Како је центар лопте средиште дужи која спаја центре основа призме, следи $h = 2r$. Следи да је однос запремина лопте и призме једнак $\frac{4r^3\pi}{3} : \frac{a^2\sqrt{3}h}{4} = \frac{4r^3\pi}{3} : \frac{12r^2\sqrt{3}\cdot 2r}{4} = 2\pi : 9\sqrt{3}$.
Одговор: **C**.

497. Како је $f(0) = c$, следи $c = -p$. Пошто је функција квадратна, важи $a \neq 0$, па је $f(x) = a\big(x + \frac{b}{2a}\big)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a}$, па како је $(2p, p)$ теме графика, следи $-\frac{b}{2a} = 2p$ и $\frac{4ac-b^2}{4a} = p$. Следи $b = -4ap \neq 0$ (мора бити $a \neq 0$, а по условима задатка је $p \neq 0$), па је $4ac - b^2 = 4ap$, односно $b^2 = 4ac - 4ap = -8ap = 2b$. Како је $b \neq 0$, следи $b = 2$ (могуће је да буде $b = 2$, нпр. за $f(x) = x^2 + 2x + \frac{1}{2}$ и $p = -\frac{1}{2}$).
Одговор: **D**.

498. Ако је $m = 0$, неједнакост постаје $-4x + 1 < 0$ и није задовољена за свако реално x. Ако је $m \neq 0$, неједначина је квадратна, па како одговарајућа квадратна функција мора бити увек негативна, следи $m < 0$ и $\big(2(m+2)\big)^2 - 4m(m+1) < 0$, односно $m < 0$ и $4(3m+4) < 0$, тј. тражене вредности су $m \in \big(-\infty, -\frac{4}{3}\big)$.
Одговор: **A**.

499. Мора бити $x, y \in (0,1) \cup (1,\infty)$. Како је $4 = (\log_y x + \log_x y)^2 = (\log_y x)^2 + (\log_x y)^2 + 2\log_y x \log_x y = (\log_y x)^2 + (\log_x y)^2 + 2$, следи $(\log_y x - \log_x y)^2 = (\log_y x)^2 + (\log_x y)^2 - 2 = 0$, па је $\log_y x = \log_x y = 1$ (јер је од бројева $\log_y x$, $\log_x y$ један не већи, а други не мањи од 1), односно $x = y$. Из друге једначине следи $x^2 - x = 2$, тј. $(x+1)(x-2) = 0$, па је или $x = -1$ (што није решење, пошто не припада $(0,1) \cup (1,\infty)$) или $x = 2$ (што је решење, пошто припада $(0,1) \cup (1,\infty)$). Следи, систем има једно решење, $(x, y) = (2, 2)$.
Одговор: **D**.

500. Како је $z = \frac{(i\sqrt{3}+1)(-i-\sqrt{3})}{(i-\sqrt{3})(-i-\sqrt{3})} = \frac{-i-3i}{4} = -i$, следи $z^{30} = (-i)^{30} = i^2 = -1$.
Одговор: **E**.

501. Како се дијагонале паралелограма полове, ако је E средиште AC, следи да су странице $\triangle AED$ једнаке $DA = 1$, $AE = \frac{AC}{2} = 1$ и $ED = \frac{BD}{2} = \frac{1}{2}$, па је његов полуобим $s = \frac{DA+AE+ED}{2} = \frac{5}{4}$, а површина $\sqrt{s(s-DA)(s-AE)(s-ED)} = \sqrt{\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{16}$. Како дијагонале деле паралелограм на четири троугла једнаких површина, површина паралелограма је $4 \cdot \frac{\sqrt{15}}{16} = \frac{\sqrt{15}}{4}$.
Одговор: **D**.

502. Нека је a страница, h висина, а P површина ромба. Омотач обртног тела се састоји од омотача ваљка, полупречника основе h и висине a и два омотача купе, полупречника основе h и изводнице a, па је тражена површина $2h\pi a + 2 \cdot ha\pi = 4ah\pi = 4P\pi = 60\pi$.
Одговор: **B**.

503. Уочена права је $y = \frac{4}{5} \cdot x + \frac{3}{5}$, па права нормална на њу има коефицијент

правца $-\frac{1}{\frac{4}{5}} = -\frac{5}{4}$. Нормала која садржи $(-6,4)$ је $y = -\frac{5}{4}\cdot x - \frac{7}{2}$, па је тражена пројекција пресек ове две праве, тј. тачка $(-2,-1)$.
Одговор: **C**.

504. Петочланих комисија има $\binom{10}{5}$, а комисија у којима нема математичара $\binom{8}{5}$, па тражених комисија има $\binom{10}{5} - \binom{8}{5} = 252 - 56 = 196$.
Одговор: **E**.

505. Функција f_2 је дефинисана за $1 - \cos^2 x > 0$, тј. за $\sin x \neq 0$, односно за $x \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ (и за такве x идентички једнака 1), а функција f_3 је дефинисана за $\frac{x}{2} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ и $\frac{x}{2} \neq k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$, тј. за $\frac{x}{2} \neq \frac{k\pi}{2}$ за $k \in \mathbb{Z}$, односно за $x \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ (и за такве x идентички једнака 1), па се домени f_2 и f_3 поклапају (и разликују од домена f_1).
Одговор: **C**.

506. Како је $x^4 + ax^2 + b = (x^4 - x) + a(x^2 + x + 1) + (1 - a)x + (b - a) = (x(x-1) + a)(x^2 + x + 1) + (1 - a)x + (b - a)$, пошто $x^2 + x + 1 \mid x^4 + ax^2 + b$, следи $1 - a = b - a = 0$, па је $a = b = 1$ (и $a + b = 2$).
Одговор: **A**.

507. Како је $2\sin\frac{x}{2}\sin kx = \cos\frac{(2k-1)x}{2} - \cos\frac{(2k+1)x}{2}$, следи да за $x \neq 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, важи $\sin x + \sin 2x + \ldots + \sin 10x = \frac{1}{2\sin\frac{x}{2}}\cdot\big(2\sin\frac{x}{2}\sin x + 2\sin\frac{x}{2}\sin 2x + \ldots + 2\sin\frac{x}{2}\sin 10x\big) = \frac{1}{2\sin\frac{x}{2}}\cdot\big((\cos\frac{x}{2} - \cos\frac{3x}{2}) + (\cos\frac{3x}{2} - \cos\frac{5x}{2}) + \ldots + (\cos\frac{19x}{2} - \cos\frac{21x}{2})\big) = \frac{\cos\frac{x}{2} - \cos\frac{21x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}}$.
Одговор: **B**.

508. Како је $\cos 2x + \cos 4x = 2\cos x\cos 3x$, једначина је еквивалентна са $2\cos x\big(\cos 3x + \frac{1}{2}\big) = 0$, па је или $\cos x = 0$, тј. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ за $k \in \mathbb{Z}$ или $3x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$, тј. $x = \frac{2\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}$ за $k \in \mathbb{Z}$ или $3x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$, тј. $x = \frac{4\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}$ за $k \in \mathbb{Z}$. Четири најмања позитивна решења једначине су $\frac{2\pi}{9}, \frac{4\pi}{9}, \frac{\pi}{2}, \frac{8\pi}{9}$ (и њихов збир је $\frac{37\pi}{18}$).
Одговор: **A**.

509. Права $y = kx + n$ је тангента кружнице $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$ ако и само ако је $r^2(1+k^2) = (kp - q + n)^2$, па је права $y = -2x - m$ тангента $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$ ако и само ако је $4\cdot 5 = (-2 - 1 - m)^2$, одакле је $m^2 + 6m - 11 = 0$. Последња једначина има два реална решења и, по Виетовим правилима, њихов збир је -6.
Одговор: **D**.

510. Ако је a_0 ($a_0 \neq 0$) први члан, а q ($|q| < 1$) количник уоченог реда, следи $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_0 q^n = \frac{3}{2}$ и $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_0^2 q^{2n} = \frac{1}{8}$, односно, $\frac{a_0}{1-q} = \frac{3}{2}$ и $\frac{a_0^2}{1-q^2} = \frac{1}{8}$. Следи $\frac{1}{18} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{9}{4}} = \frac{\frac{a_0^2}{1-q^2}}{\frac{a_0^2}{(1-q)^2}} = \frac{1-q}{1+q}$, па је $q = \frac{17}{19}$, $a_0 = \frac{3}{2}\cdot(1-q) = \frac{3}{19}$, а други члан реда је $a_0 q = \frac{51}{361}$.
Одговор: **D**.

Преглед задатака по областима

У овој збирци задаци су, ради боље информисаности, дати онако како су се и појавили на појединим факултетима у одговарајућим годинама. Ради боље прегледности у следећој табели дат је преглед тих задатака по областима. Тај преглед треба узети условно, пошто извесни задаци припадају и више него једној области.

1. Трансформације рационалних и ирационалних израза
21, 27, 42, 46, 61, 81, 101, 102, 121, 122, 123, 144, 152, 172, 175, 181, 201, 205, 221, 246, 261, 262, 268, 281, 282, 283, 302, 336, 356, 360, 376, 395, 396, 400, 416, 417, 436, 437, 438, 456, 477, 491

2. Линеарне једначине и неједначине, једначине и неједначине са апсолутним вредностима и рационалним изразима
13, 15, 20, 25, 50, 63, 64, 87, 97, 105, 124, 125, 171, 180, 189, 191, 224, 248, 252, 260, 263, 265, 284, 286, 325, 327, 337, 378, 379, 391, 409, 414, 418, 421, 439, 441, 442, 455, 458

3. Проценти
22, 45, 107, 137, 147, 204, 272, 296, 301, 316, 357, 425, 452

4. Квадратне једначине, неједначине и функције
5, 29, 54, 84, 96, 106, 126, 140, 143, 149, 154, 167, 170, 183, 206, 222, 225, 249, 257, 275, 285, 300, 303, 304, 322, 344, 361, 404, 429, 440, 460, 472, 497, 498

5. Ирационалне једначине и неједначине
4, 33, 44, 66, 72, 98, 108, 128, 200, 215, 232, 256, 266, 287, 350, 353, 370, 387. 406. 420, 443, 457, 485, 492

6. Експоненцијална функција, експоненцијалне једначине и неједначине
48, 99, 111, 130, 146, 148, 174, 187, 195, 210, 227, 259, 271, 288, 310, 328, 365, 381, 412, 419, 444, 459, 474

7. Логаритми, логаритамске једначине и неједначине
8, 24, 31, 37, 43, 55, 62, 74, 86, 100, 112, 127, 129, 158, 160, 173, 190, 199, 209, 214, 226, 251, 255, 267, 277, 289, 305, 314, 329, 341, 351, 364, 369, 389, 405, 415, 424, 430, 445, 462, 479, 499

8. Тригонометријске функције, трансформације, једначине и неједначине
1, 3, 6, 38, 51, 57, 71, 77, 90, 91, 113, 114, 131, 132, 156, 159, 165, 188, 211, 216, 237, 239, 247, 258, 273, 280, 290, 291, 306, 315, 330, 355, 366, 371, 386, 394, 408, 410, 427, 434, 446, 447, 461, 464, 475, 480, 481, 495, 507, 508

9. Планиметрија, примена синусне и косинусне теореме
14, 19, 34, 60, 92, 115, 133, 161, 164, 185, 197, 212, 244, 274, 292, 332, 333, 335, 339, 345, 367, 398, 448, 482, 488, 501

10. Стереометрија
17, 36, 53, 75, 93, 119, 134, 162, 186, 218, 231, 254, 279, 293, 331, 349, 373, 390, 401, 433, 449, 483, 489, 496, 502

11. Аналитичка геометрија
12, 18, 32, 58, 70, 78, 94, 95, 116, 117, 135, 136, 145, 151, 157, 163, 182, 207, 230, 235, 238, 245, 269, 278, 294, 295, 307, 311, 334, 346, 362, 385, 393, 428, 435, 450, 451, 463, 466, 490, 503, 509

12. Низови и редови, аритметички и геометријски низ
11, 30, 49, 65, 85, 103, 118, 138, 139, 150, 153, 176, 177, 194, 213, 234, 243, 264, 297, 298, 308, 312, 313, 320, 340, 368, 380, 407, 422, 453, 454, 469, 470, 484, 510

13. Комплексни бројеви
10, 23, 47, 69, 73, 82, 104, 168, 184, 202, 229, 233, 241, 276, 299, 321, 338, 359, 384, 388, 397, 413, 432, 487, 494, 500

14. Полиноми, дељивост у скупу целих бројева
7, 35, 52, 68, 88, 166, 169, 196, 208, 228, 253, 317, 323, 348, 363, 383, 411, 486, 506

15. Функције (дефинисаност, својства, композиција, екстремне вредности, граничне вредности)
16, 26, 39, 41, 76, 79, 80, 83, 120, 141, 155, 198, 203, 219, 223, 240, 242, 309, 324, 326, 342, 343, 354, 358, 374, 377, 392, 399, 403, 426, 465, 468, 471, 473, 478, 493, 505

16. Комбинаторика и логичко–комбинаторни задаци
2, 40, 56, 67, 89, 109, 179, 193, 220, 236, 250, 318, 352, 375, 382, 402, 431, 476, 504

17. Биномна формула
9, 28, 59, 110, 142, 178, 192, 217, 270, 319, 347, 372, 423, 467