Свеска припрема
Математика за први разред гимназије

Ред. бр. теме	Наставна тема	Број часова		
		Обрада	Остало	Укупно
1.	**Логика и скупови**	8	7	15
2.	**Реални бројеви**	2	7	9
3.	**Пропорционалност**	3	5	8
4.	**Увод у геометрију**	4	4	8
5.	**Подударност**	9	25	34
6.	**Рационални алгебарски изрази**	11	24	35
7.	**Сличност**	3	11	14
8.	**Тригонометрија**	2	5	7
	Писмени задаци са исправком	–	12	12
	Тестирање, закључивање оцена, систематизација и сл.	–	6	6
	Укупно	42	106	148

Логика и скупови

Основни математички појмови, дефиниција, аксиома, теорема, доказ.
Основне логичке и скуповне операције. Важнији закони закључивања.
Декартов производ; релације, функције.
Елементи комбинаторике (пребројавање коначних скупова: правило збира и правило производа)

Редни број часа: _____

Уводни час – представљање програма и начина рада, упознавање са литературом

Упознавање ученика са планом и програмом, начином рада, распоредом писмених вежби и писмених задатака, начином оцењивања, литературом,...

Редни број часа: _____

Математички језик (дефиниција, аксиома, теорема, доказ); исказ, истинитосна вредност исказа

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Изграђивање код ученика свести о потреби и значају математичког језика.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам константе, променљиве, израза,формуле, исказа.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност коришћења математичког језика.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Усвајање појма исказа и способност одређивања и записивања његове истинитосне вредности.
Кључне речи: константа, променљива, формула, исказ, истинитосна вредност
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и уочавање особина и алгоритама.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Уз помоћ ученика увести појмове:

Константе: $3, \pi, \frac{3}{4}, \ldots$

Променљиве: $x, y, z, a, b, c, \ldots$

Операције, релације: $+, -, \cdot, :$ $<, >, =, \ldots$ (***operatio*** – (лат.) делање, вршење; ***relatio*** – веза, однос)

Изрази: бројевни: $\frac{1}{2} - 0,6 : \left(-1\frac{5}{8}\right)$; алгебарски: $x+y; (a-b)^2, \ldots$

Уз помоћ ученика поновити редослед рачунских операција и важност употребе заграда.
Нагласити на примеру $12:6:3$, операције која није асоцијативна, да се, у недостатку заграда, операције извршавају с лева на десно.
Навести и примере -2^4 и (-2^4).
Дефиниције су описи неког новог појма помоћу већ познатих појмова.
Формуле се добијају стављањем знакова релација између два израза нпр. $x+5 < 2$

Главни део часа:

Уз помоћ ученика присетити се делова математике: аритметика, алгебра, геометрија,... као и чиме се оне баве. Нагласити да ћемо се бавити математичком логиком. (Од грчке речи ***logiké*** = проза, вештина која се односи на речи и њихову употребу у закључивању и доказивању) Ова грана математике се бави законима мишљења.
Основни појам математичке логике је исказ. То је реченица која је или тачна или нетачна. Ученици треба да дају неки пример.
Нпр.: Београд је главни град Србије.
Новак Ђоковић је тенисер.
Марина је лепа. Није исказ већ став за који се не може утврдити да ли је тачан или не.

Примери :

$1+4 \leq 12$ је тачан исказ.

$2 > 15$ је нетачан исказ.

Овакве исказе зовемо прости, елементарни искази и означавамо их малим писаним латиничним словима $p, q, r, \ldots,$ које зовемо **исказна слова**. Сваки исказ може бити тачан, што означавамо исказном константом $\top$, или нетачан, што означавамо са $\bot$ (чита се „не те“). Значи, истинитосна вредност исказа се означава

$$\tau(p) = \begin{cases} \top, \text{ ако је исказ } p \text{ тачан} \\ \bot, \text{ ако је исказ } p \text{ нетачан} \end{cases}$$

$\top$ и $\bot$ су логичке константе.

Задаци:

1. Навести пример тачног исказа (половина ученика).
2. Навести пример нетачног исказа (друга половина ученика).
3. Одредити истинитосну вредност следећих исказа:

p: Дијагонале правоугаоника су међусобно једнаке.

q: $\dfrac{3+4,2:0,1}{\left(1:0,3-2\dfrac{1}{3}\right)\cdot 0,3125} = 2,5$

r: $\dfrac{\sqrt{(-7)^2}+\sqrt{-(-1)^3}}{\sqrt[3]{2^3}-\sqrt[3]{(-2)^3}} = 2$

s: Било које три дужи могу бити странице троугла.

t: Збир унутрашњих углова у четвороуглу је $360°$.

Бонус задатак: Ненад има тајни налог електронске поште који зна само четворо његових пријатеља. Данас је примио 8 порука на тај налог. Који од следећих исказа је сигурно тачан:

А) Ненад је примио по две поруке од сваког пријатеља

Б) Ненад није могао да прими 8 порука од једног од својих пријатеља

В) Ненад је примио бар по једну поруку од сваког пријатеља

Г) Ненад је примио најмање две поруке од једног од својих пријатеља

Д) Ненад је примио најмање две поруке од два различита пријатеља

Парадокс: (Од грчке речи ***παράδοξος***, ***парадоксос*** = немогућ; ***пара*** = супротан, ***докса*** = мишљење)
Следећа реченица је тачна. Претходна реченица је погрешна.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци $1.$ и $2.$

Редни број часа: _____

Конјункција, дисјункција; пресек, унија

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Употреба математичког језика и симбола приликом решавања и аргументације проблема.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам конјункције и дисјункције и да их правилно употреби на дефинисању и примени пресека и уније.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног коришћења уведених појмова.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Правилно коришћење логичких операција конјункције и дисјункције.
Кључне речи: конјункција, дисјункција, пресек унија, исказ, истинитосна вредност
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и њихова примена.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити појам исказа, истинитосне вредности и начина записивања.
Поновити појам операција $+,\ -,\ :,\ \cdot$
Полазећи од простих исказа, користећи логичке операције правимо сложене исказе. Операције над два исказа зовемо **бинарне операције.** Објаснити појам бинарни (префикс би значи два).

Главни део часа:

Операције над исказима:

Дефиниција: **Дисјункција** (***disjunctio*** на латинском раздвајање) исказа $p,\ q$ је нови исказ, који се означава $p \vee q$ (чита се p или q), коме одговара следећа истинитосна таблица:

$\vee$	$\top$	$\bot$
$\top$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\bot$

Са ученицима доћи до закључка када је дисјункција тачна.
Објаснити разлику између употребе везника „или“ у говорном језику (најчешће представља искључиву дисјункцију или...или) и у математици.

Дефиниција: **Конјукција** (на латинском *conjunctio* спајање) исказа p,q је нови исказ, који се означава $p \wedge q$ (чита се p и q), коме одговара следећа истинитосна таблица:

$\wedge$	$\top$	$\bot$
$\top$	$\top$	$\bot$
$\bot$	$\bot$	$\bot$

Урадити задатке: 3.а),б) и 4.а),б),в),г)

Скупови:

Скуп је један од основних математичких појмова (не дефинише се). Скупове означавамо великим латиничним словима нпр. $A, B, C, \ldots$. Скуп је одређен својим елементима које можемо навести навођењем нпр. $A=\{1,2,3,4,5\}$ или описно нпр. $B=\{x \mid x\in N \wedge x<7\}$. Скуп $C=\{x \mid x\in N \wedge x<1\}$ нема ниједан елемент. Такав скуп се зове **празан скуп** и означава са $\varnothing$.

Због значаја неки скупови имају сталне ознаке:

скуп природних бројева означавамо $N=\{1,2,3,\ldots\}$,

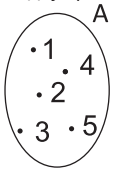
скуп целих бројева $Z=\{\ldots,-3,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$,

скуп рационалних бројева $Q=\left\{x \mid x=\frac{m}{n}\wedge m,n\in Z\wedge n\neq 0\right\}$,

скуп реалних се означава R.

Витраж у Кембрицу
који представља Венов дијаграм

<u>Дефиниција:</u> Број елемената неког скупа се зове **кардинални број скупа** и означава $cardA$.

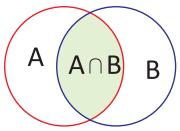


Пример: Кардинални број скупа $A=\{1,2,3,4,5\}$ је $cardA=5$.

Скупове графички приказујемо **Веновим** (Џорџ Вен, енглески логичар и филозоф) (**Ојлеровим** – Euler, Leonard $(1707.–1783.)$, један од најзначајнијих математичара свих времена, пореклом Швајцарац) **дијаграмом**:

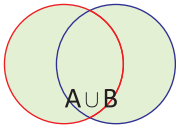
<u>Операције са скуповима:</u>

<u>Дефиниција:</u> Пресек скупова A,B је скуп $A\cap B=\{x \mid x\in A \wedge x\in B\}$



<u>Дефиниција</u>: Скупови чији је пресек празан скуп тј. $A\cap B=\varnothing$, називају се **дисјунктни скупови**.

<u>Дефиниција:</u> Унија скупова A,B је скуп $A\cup B=\{x \mid x\in A \vee x\in B\}$



Урадити задатке: $42, 43, 53$.

Ако се укаже прилика увести и дефиницију искључиве дисјункције:

<u>Дефиниција:</u> **Искључива дисјункција** исказа p,q је нови исказ, који се означава $p \vee q$ (чита се или p или q), коме одговара следећа истинитосна таблица: (повезати са говорним језиком: Или ћу научити математику или ћу добити лошу оцену.)

$\vee$	$\top$	$\bot$
$\top$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\bot$

Завршни део часа:

Поновити дефиниције конјункције, дисјункције, пресека и уније и записати их математичким симболима.

<u>Бонус задаци:</u>

1. Ако су А и В скупови такви да важи $cardA = 20$, $cardB = 28$ и $card(A \cup B) = 36$, нађи $card(A \cap B)$.

2. Становници места А стално лажу, а места Б увек говоре истину. Срели смо једног становника и он је рекао: „Или сам из места А или је два и два једнако 5.“ Шта смо закључили?

Домаћи задатак: Задаци $44.$, $45.$ и $54.$

Редни број часа: _____

Негација, разлика скупова

Тип часа: понављање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Прецизност у дефинисању појмова, развијање апстрактног мишљења.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам негације и да га правилно употреби на дефинисању и примени разлике скупова.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног коришћења уведених појмова.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација усвојених појмова. Прецизност језика.
Кључне речи: негација, разлика скупова, исказ, истинитосна вредност
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и њихова примена.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити дефиниције конјункције, дисјункције, пресека и уније. Ученици треба да запишу пресек и унију помоћу логичких операција.

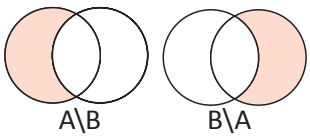
Главни део часа:

Дефиниција: **Негација** исказа p је исказ који означавамо $\neg p$ (чита се „не p“) коме одговара следећа истинитосна таблица

p	$\neg p$
$\top$	$\bot$
$\bot$	$\top$

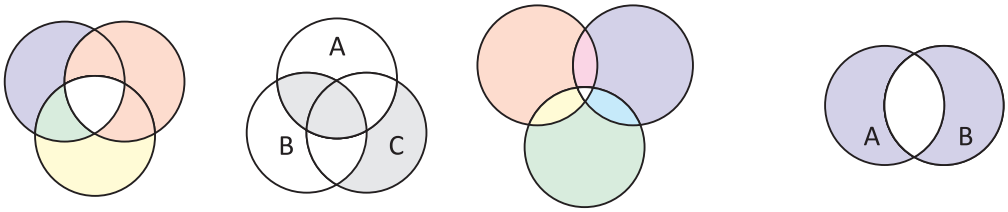
Негација је **унарна операција** (операција над једним исказним словом).
Урадити задатке $3.$ ђ) и е)

Дефиниција: **Разлика** скупова A, B је скуп
$A/B=\{x \mid x\in A \ \wedge \neg x\in B\}$

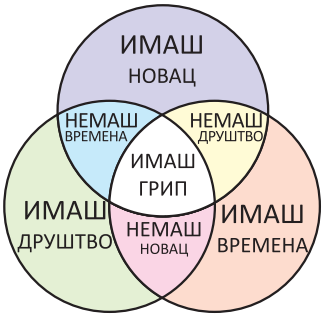


Дефиниција: **Симетрична разлика** скупова A, B је скуп
$A\triangle B=\{x \mid (x\in A \ \wedge \ \neg x\in B)\cup((x\in B \ \wedge \ \neg x\in A)\}$

Помоћу скуповних и логичких операција записати скупове представљене Веновим дијаграмом – плави, жути,.. .



Математичка шала:



Урадити задатке: 31., 32., 33., 34. и 41.

Завршни део часа:

Поновити дефиниције негације и разлике.

Бонус задатак:
Ако је $card(A \setminus B) = 18$, $card\ (A \cup B) = 70$ и $card\ (A \cap B) = 25$, наћи card B.

Домаћи задатак: Задаци 40., 50. и 52.

Редни број часа: _____

Импликација, еквиваленција, подскуп, једнакост скупова

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Прецизност у дефинисању појмова, развијање апстрактног мишљења.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам импликације и еквиваленције и да их правилно употреби.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног коришћења уведених појмова. Ученици треба да стекну способност прецизног и концизног изражавања.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Правилно коришћење операција импликације и еквиваленције.
Кључне речи: импликација, еквиваленција, једнакост скупова
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и њихова примена.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Самостално формулисање дефиниција нових појмова.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити конјункцију, дисјункцију и негацију исказа, пресек унију и разлику скупова.

Главни део часа:

Дефиниција: **Импликација** (латински ***imlicatio*** умешаност у нешто) исказа p, q је нови исказ, који се означава $p \perp q$ (чита се p следи q), коме одговара следећа истинитосна таблица:

$\Rightarrow$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\top$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\top$

Ова логичка операција може да се чита и p имплицира q, ако p онда q, p повлачи q. Исказ p је довољан за q, а исказ q је потребан за p.

Примери:
1. „Станујем у Београду“ је довољан услов за „Станујем у Србији“, а „Станујем у Србији“ је потребан услов за „Станујем у Београду.“
2. $6|x$ је довољан услов за $2|x$, а $2|x$ је потребан услов за $6|x$.

Дефиниција: **Еквиваленција** (латински ***aequi-valens*** који једнако вреди) исказа p, q је нови исказ, који се означава $p \Leftrightarrow q$ (чита се p еквивалентно q), коме одговара следећа истинитосна таблица:

$\Leftrightarrow$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\top$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\top$

$p \Leftrightarrow q$ се може исказати и као p ако и само ако (скраћено акко) q, p је потребан и довољан услов за q.

Примери:
1. $2|x \wedge 3|x$ је потребан и довољан услов за $6|x$.
2. $x \cdot y = 0$ је еквивалентно са $x = 0 \vee y = 0$.

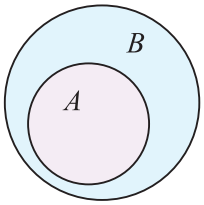
Као и код аритметичких операција и код логичких постоји **приоритет**. Највишег приоритета је негација, затим следе конјункција и дисјункција, а на крају импликација и еквиваленција. Уколико желимо да променимо приоритет операција користимо заграде.

Урадити задатке: 3. г), д), ђ), е), ж), з), и); 4. д); 13. и 14.

Дефиниција: **Подскуп** A неког скупа B у ознаци $A \subseteq B$ је скуп за чије елементе важи $\forall x \in A \Rightarrow x \in B$. (Ученици треба да покушају сами да запишу).

Дефиниција: Скуп свих поскупова скупа А назива се **партитивни** (деони) **скуп** и означава се са $P(A)$.

Пример: Партитивни скуп скупа $A = \{1,2,3,4\}$ је
$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}, \{1,2,3,4\}\}$
(Објаснити редослед писања подскупова.)



Дефиниција: Ако је $A \subseteq B$ **комплемент скупа** (на латинском ***complere*** допунити) A у односу на скуп B је скуп $C_B(A) = B \setminus A$. Комплемент се може краће означити и A' или A^C.
Дефиниција: Два скупа A и B су једнака $(A = B)$ ако важи $x \in A \Leftrightarrow x \in B$.

Завршни део часа:

Бонус задатак: Ана говори истину и само истину сваког другог дана, осталим данима само лаже. Данас је рекла тачно четири од понуђених пет реченица. Коју реченицу није рекла данас?

А) Број мојих пријатеља је прост.
Б) Пола мојих пријатеља су мушкарци.
В) 3288 је дељиво са 12.
Г) Ја увек говорим истину.
Д) Троје мојих пријатеља је старије од мене.

Поновити дефиниције импликације и еквиваленције и приоритет логичких операција.

Домаћи задатак: Задаци 15. и 16.

Редни број часа: _____

Потребан и довољан услов; квантификатори

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Продубљивање стеченог знања о логичким операцијама импликација и еквиваленција и њихова употреба у „свакодневним“ ситуацијама.
Образовни задатак: Правилна употреба појмова потребан услов, довољан услов и потребан и довољан услов.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност правилног коришћења уведених појмова. Схватање значаја прецизности у изражавању.
Васпитни задатак: Развијање прецизности језика, уредности; уважавање значаја математичког мишљења и језика у свим областима.
Резултат часа: Правилно коришћење појмова потребан услов, довољан услов и потребан и довољан услов.
Кључне речи: потребан услов, довољан услов, потребан и довољан услов
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно формулисање нових примера.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Самостално формулисање нових примера.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити употребу појмова потребан услов, довољан услов и потребан и довољан услов.
Уместо речи потребан употребити реч неопходан да би био боље схваћен појам.

Главни део часа:

Примери:
Ана Ивановић је тенисерка је **довољан услов** за Ана Ивановић је спортисткиња.
Ана Ивановић је спортисткиња **потребан услов** за Ана Ивановић је тенисерка.
Да би Марија имала одличан успех **потребно је и довољно** да јој је просечна оцена већа или једнака од $4{,}50$.

Урадити задатке $26.–30.$

Квантификатори:

Речи за сваки x (било који, произвољан) записујемо $\forall x$ и зовемо **универзални квантор** (**квантификатор**). Постоји (за неки) x записујемо $\exists x$ и зовемо **егзистенцијални квантор**. За записивање реченице „Постоји природан Број n за који важи $2n-1=n+3$.“ Користимо тзв. **условни** (**ограничени**) **квантор**. $(\exists x\in n)(2n-1=n+3)$.
Условни квантори: На примерима, осим уколико се не процени да ученици могу да разумеју запис:
$(\exists x\in A)F(x)$ значи $(\exists x)(x\in A\wedge F(x))$
$(\forall x\in A)F(x)$ значи $(\forall x)(x\in A\Rightarrow F(x))$
Негација квантора се врши на следећи начин (прво или само на примерима):
$\neg(\forall x)F(x)\Leftrightarrow(\exists x)\neg F(x)$
$\neg(\exists x)F(x)\Leftrightarrow x(\forall)\neg F(x)$

Негација од „Сви фудбалери су лоши математичари.“ је „Неки фудбалери нису лоши математичари.“
Негација од „Постоје људи који су искрени.“ је „Сви људи нису искрени.“
Примери:

1. Прочитати реченице задате симболима.Које од реченица су тачне?

А) $(\exists x \in N)(x>1)$
Б) $(\forall x \in N)(x>1)$
В) $(\forall x \in R)(x^2>0)$
Г) $(\forall x \in N)(\exists y \in N)(x<y)$

2. Написати негације следећих исказа:

А) $(\forall x \in Q)(x=0)$
Б) $(\exists x \in R)(x^2<0)$

Урадити задатке: 17.–20.

Завршни део часа:

Саставити пример за „потребан“, „довољан“ и „потребан и довољан“ услов.

Бонус парадокс: Ловокрадица је ухваћен и осуђен на смрт. Милосрдни краљ му је дозволио да изабере да ли ће бити обешен или ће му бити одрубљена глава. Осуђеник треба да каже једну реченицу. Ако лаже биће обешен, а ако каже истину биће му одрубљена глава. Осуђеник је рекао: “Бићу обешен.“

Домаћи задатак: Задаци 25. и 21.

Редни број часа: _____

Исказне формуле, тауторогије (важнији закони закључивања)

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, рад у пару
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Прецизност у дефинисању појмова, развијање апстрактног мишљења. Развијање логичког мишљења.
Образовни задатак: Ученик треба да правилно употребљава логичке операције и рачуна са њима.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног коришћења логичких операција и да самостално ураде цео задатак.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности; прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Правилно коришћење логичких операција.
Кључне речи: таутологија, истинитосна вредност
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и прецизно дефинисање захтева. Подела ученика на парове и координација међу њима.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји, листићи са задацима
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити све логичке операције и њихове истинитосне таблице.

Главни део часа:

Дефиниција: Исказне формуле које су тачне за све вредности својих исказних слова зову се **таутологије**.
(Од грчке речи ***ταυτολογία*** – понављање реченог)
Да ли је нека формула таутологија можемо утврдити **формирањем истинитосне таблице**.

Примери:
1. Испитати да ли је исказна формула $p \vee q \Rightarrow p$ таутологија.
Решење: Саставићемо истинитосну таблицу. У таблици треба предвидети све могућности. За свако од два истинитосна слова постоје по 2 могућности, што је укупно 2.2=4 могућности.

p	q	$p \vee q$	$p \vee q \Rightarrow p$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$	$\bot$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$

Формула није таутологија, што се види из треће врсте.
2. Доказати да је исказна формула $F{:}(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$ Таутологија (асоцијативнос конјункције).

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$	F
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$

Значи, пошто је тачна за све вредности својих истинитосних слова, дата формула је таутологија.Нагласити ученицима да се, да се не би превидео неки случај, за једно исказно слово до пола таблице узимају вредности" тачно", а у другој половини „нетачно", за друго слово „корак" је дупло мањи итд.
Поделити ученике на парове (нпр. у клупи). Сваки пар ради по један задатак. Када утврде да су формуле таутологије напишу их, заједно са називом, на табли.

3. Закон апсорпције дисјункције према конјункцији $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$.
4. ***Modus ponens*** $p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$.
5. Правило контрапозиције $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)$.
6. Свођење на апсурд (***reduction ad absurdum***) $(\neg p \Rightarrow (q \wedge \neg q)) \Rightarrow p$.
7. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$.
8. Закон асоцијативности дисјункције $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$.
9. Де Морганови закони $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$.
   $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$.
10. Закон рефлексивности импликације $p \Rightarrow p$.
11. Закон двојне негације $\neg(\neg\ p) \Leftrightarrow p$.
12. Закон иденпотенције дисјункције $(p \vee p) \Leftrightarrow p$.
13. Закон иденпотенције конјункције $(p \wedge p) \Leftrightarrow p$.
14. Закон дистрибутивности конјункције према дисјункцији $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.
15. Закон дистрибутивности дисјункције према конјункцији $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$.
16. Закон транзитивности импликације $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$.
17. Закон транзитивности еквиваленције $((p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r)) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$.

Да је нека исказна формула таутологија може се доказати и **коришћењем неких важнијих таутологија.** (Само уколико има времена и ученика који могу да испрате. Могуће је и урадити само са делом ученика)

Пример: Доказати да је формула $F:((p \Rightarrow q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$ таутологија.
Решење:

$$\big((\neg p \vee q) \wedge \neg q\big) \Rightarrow \neg p$$
$$\big((\neg p \vee \neg q) \wedge \big(q \wedge \neg q\big)\big) \Rightarrow \neg p$$
$$\big((\neg p \vee \neg q) \wedge \bot\big) \Rightarrow \neg p$$
$$\bot \Rightarrow \neg p$$

што је тачно за све вредности исказног слова p.
Доказивање да ли је нека формула таутологија могуће је урадити и **свођењем на апсурд**.
Пример: (Само уколико има времена и ученика који могу да испрате. Могуће је и урадити само са делом ученика)

Примери:
1. Доказати да је формула $F:(p \wedge (p \Leftrightarrow (\neg q \wedge r))) \Rightarrow (q \Rightarrow (s \vee t))$ таутологија.
Решење: Претпоставићемо да дата формула није таутологија, тј. да је за неке вредности својих истинитосних слова $\tau(F) = \bot$. Пошто је последња логичка операција у формули импликација значи да мора бити
$\tau(p \wedge (p \Leftrightarrow (\neg q \wedge r))) = \top; \tau(q \Rightarrow (s \vee t)) = \bot$. Из другог тврђења закључујемо да је
$\tau(q) = T \wedge \tau(s \vee t) = \bot$. Стога је $\tau(\neg q \wedge r) = \bot$. Из $\tau(p \wedge (p \Leftrightarrow (\neg q \wedge r))) = \top$ произилази да је
$\tau(p) = \top \wedge \tau\ (p \Leftrightarrow (\neg q \wedge r)) = \top$ из чега следи да је $\tau(\neg q \wedge r) = \top \Rightarrow \tau(\neg q) = \top \wedge \tau(r) = \top$.
Пошто из $\tau(\neg q) = \top$ следи да је $\tau(q) = \bot$ добили смо контрадикцију са тврђењем $\tau(q) = \top$, па је претпоставка да је за неке вредности истинитосних слова формула нетачна погрешна. Значи формула је тачна за све вредности истинитосних слова, тј. формула је таутологија.

2. Доказати да важи скуповна једнакост $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.

Решење: Скуповне операције, коришћењем њихових дефиниција, можемо на следећи начин написати помоћу логичких $x\in A\wedge\neg(x\in B\wedge\neg x\in C)\Leftrightarrow(x\in A\wedge\neg x\in B)\vee(x\in A\wedge x\in C)$. Уколико, због краћег записивања, означимо исказе $p{:}x\in A; q{:}x\in B; r{:}x\in C$ добијамо исказну формулу $F{:}p\wedge\neg(q\wedge\neg r)\Leftrightarrow(p\wedge\neg q)\vee(p\wedge r)$ којој одговара истинитосна таблица (са L је означена лева страна еквиваленције,а са D десна):

p	q	r	$\neg r$	$q\wedge\neg r$	$\neg(p\wedge\neg r)$	L	$\neg q$	$p\wedge\neg q$	$p\wedge r$	D	F
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$

Пошто је исказна формула таутологија то значи да је тачна скуповна једнакост за произвољне скупове A, B, C.

Завршни део часа:

Парадокс: Ако је све могуће, да ли је могуће да нешто буде немогуће?

Домаћи задатак: Задаци 6., 8., 11. и 47.г)

Редни број часа: _____

Декартов производ; бинарне релације

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Употреба математичког језика и симбола приликом решавања и аргументације проблема. Развој логичког критичког и апстрактног мишљења.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам Декартовог производа и да га правилно употребљава.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног коришћења уведених појмова.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Правилно коришћење операције Декартов производ.
Кључне речи: Декартов производ, уређени пар
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и њихова примена.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Самостално формулисање дефиниција нових појмова.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

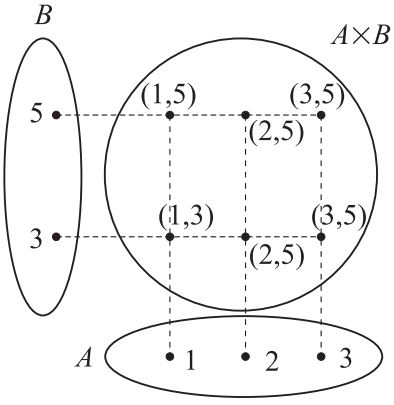
Уводни део часа:

Поновити скуповне операције пресек, унију и разлику.

Главни део часа:

Скуп од два елемента, нпр. $\{1,2\}$ називамо пар. **Уређени пар** је пар (a,b) где је a први, а b други елемент. Очигледно је да $(a,b)\neq(b,a)$.

Дефиниција: **Декартов производ** (R. Descartes $(1596-1650)$ – француски математичар, физичар и филозоф) скупова је скуп уређених парова.
$A\times B=\{(a,b)\,|\,a\in A\wedge b\in B\}$.



Примери:
1. Ако су дати скупови $A=\{1,2,3\};B=\{3,5\}$ Декартов производ је $A\times B=\{(1,3),(1,5),(2,3),(2,5),(3,3),(3,5)\}$.
Очигледно је да $A\times B\neq B\times A$.

2. Доказати да је тачна скуповна једнакост $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$.
Решење: Скуповној једнакости одговара исказна формула $x\in A\wedge(y\in B\wedge y\in C)\Leftrightarrow(x\in A\wedge y\in B)\wedge(x\in A\wedge y\in C)$. Заменом $p:x\in A;q:y\in B;r:y\in C$ добијамо исказну формулу $p\wedge(q\wedge r)\Leftrightarrow(p\wedge q)\wedge(p\wedge r)$ којој одговара истинитосна таблица.

p	q	r	$q \wedge r$	L	$p \wedge q$	$p \wedge r$	D	F
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$

Урадити задатке: 36. и 37.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци 38., 39., и 61. а),в)

Редни број часа: _____

Пермутације и варијације као подскупови Декартовог производа (без формула)

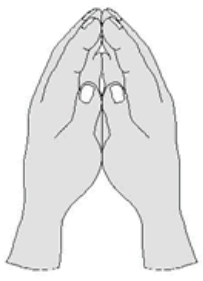
Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Развој логичког критичког и апстрактног мишљења. Способност закључивања, генерализације. Примена стечених знања.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам импликације и еквиваленције и да их правилно употреби.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталне примене правила збира и производа.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Примена знања о Декартовом производу на пребројавање елемената скупа без употребе комбинаторних формула.
Кључне речи: број елемената скупа
Активности наставника: Задавање примера кроз које ће ученици схватити основна правила комбинаторике и умети да их правилно примене.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта је уређени пар? Ученици треба да уоче разлику између пара и уређеног пара. Шта је Декартов производ скупова?
Одговор: $A\times B=\{(a,b)|a\in A\wedge b\in B\}$.
Дати су скупови $A=\{1,2,3,4,5\}$ и $B=\{6,7\}$ наћи $A\times B$.
Одговор $A\times B=\{(1,6),(1,7),(2,6),(2,7),(3,6),(3,7),(4,6),(4,7),(5,6),(5,7)\}$ Ученици раде на табли.
Колико елемената има скуп A? Колико скуп B, колико $A\times B$?
Након пребројавања (10) ученици треба да закључе даје $5\cdot 2=10$, тј. $card(A\times B)=cardA\cdot cardB$. (**Правило производа**) Исписати кредом у боји и оставити на табли.
Уочити да су скупови дисјунктни. Одредити број елемената уније ова два скупа тј. $A\cap B=\varnothing$ $card(A\times B)=cardA+cardB$. (**Правило збира**)

Главни део часа:

Постоји део математике који се бави пребројавањем елемената скупова и који се зове **комбинаторика**. Указати ученицима да ће се бавити само најосновнијим елементима овог дела математике без употребе формула.
Генерализовати:
Правило једнаког броја: Ако се између скупова A и B може успоставити обострано једнозначно пресликавање онда скупови A и B имају исти број елемената, тј. $cardA=cardB$.Интуитивно (слика).



$\{1,2,3,4,5\}$
$\{a,b,c,d,e\}$
$1\leftrightarrow a$
$2\leftrightarrow b$
$3\leftrightarrow c$
$4\leftrightarrow d$
$5\leftrightarrow e$

Правило збира: Ако је скуп A унија n међусобно дисјунктних подскупова таквих да важи: $A_{i\neq}A_j;\ \ i\neq j;\ A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n=A$, онда је $cardA_1+cardA_2+\ldots+cardA_n=cardA$.
(Прво на једноставном примеру.)

Правило производа: Ако су $A_1, A_2, \ldots, A_n$ непразни скупови онда важи
$card(A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n) = cardA_1 \cdot cardA_2 \cdot \ldots \cdot cardA_n$
Правила се не морају записати у општем облику, већ са нпр. два скупа.

Примери:
1. Колико се двоцифрених бројева може формирати од цифара које се налазе у скупу $A=\{1,2,3,4,5\}$ уколико се цифре: а) не могу понављати б) могу понављати?
Одговор: а) $5 \cdot 4 = 20$. б) $5 \cdot 5 = 25$
Кроз дискусију навести ученике да двоцифрене бројеве схвате као уређене парове и искористе формулу написану на табли. Са ученицима написати све бројеве и подвући зашто се број елемената скупова множи.
а) $cardA \cdot cardB$ где други скуп има за 1 елемент мање пошто се цифре не понављају
б) $cardA \cdot cardA$ пошто се цифре понављају.

2. Исти текст $A=\{1,2,3,4,5\}$.
Ученици треба да уоче да број не може да почне цифром нула.
Одговор: а) 5 (не може нула) $\cdot 5$ (може нула, али не може се поновити прва цифра)
Други начин: $6 \cdot 5$ (сви бројеви , укључујући и оне који почињу нулом) -5 (они који почињу нулом).
Оставити ученицима да раде начином који им је ближи.

3. Колико троцифрених бројева а) дељивих са 5 б) дељивих са 10 в) парних г) непарних се може формирати од цифара $\{0,1,2,4,5\}$? За сваки пример радити случај када се цифре могу, а када не могу понављати.
На почетку са ученицима поновити правила дељивости. За домаћи дати да размисле о нпр. дељивости са 4 у овом задатку.

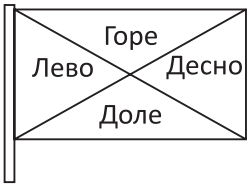
4. На избору за мис учествују 33 девојке. На колико начина је могуће изабрати мис, прву и другу пратиљу?
Објаснити да се пребројавање уређених скупова зову варијације. Не уводити формулу. Написати на табли само име.

5. У фудбалској лиги се такмичи 11 клубова. Колико је различитих редоследа могуће на крају првенства?
Са ученицима доћи до закључка да је број клубова исти као и број места на табели. $11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 11!$
Уколико није раније објашњено објаснити назив факторијел и написати на табли. Овај случај варијација је специјалан и издваја се и зове **пермутације**. (на табли написати назив).
Није неопходно уводити термин варијација.

Завршни део часа:

Са ученицима поновити начине пребројавања уређених скупова и проверити да ли су усвојили нове појмове.

Бонус задатак: Правоугаона застава подељена је на четири троугаона дела које ћемо назвати десни, леви, горњи и доњи. Сваки троугао може бити црвен, бео, плав, зелен или љубичаст. Два троугла са истом ивицом не могу бити исте боје. Колико различитих застава је могуће направити?
$(20+120+120=260$, први случај када су боје у два пара наспрамних троуглова исте $5 \cdot 4 = 20$, други случај када имамо 4 различите боје $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ и последњи када користимо три боје – један пар наспрамних троуглова је исте боје $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120)$



Домаћи задатак: Задаци $97.$, $98.$, $99.$, $100.$, $104.$ и $106.$

Редни број часа: _____

Комбинације као број подскупова (без формула)

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Оспособљеност за примену знања. Развијање логичког мишљења.
Образовни задатак: Ученик треба да схвати поступак за пребројавање неуређених скупова, као и да уме да га примени у конкретној ситуацији.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног решавања једноставнијих комбинаторних проблема.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Правилно израчунавање броја елемената неуређених скупова.
Кључне речи: број елемената скупа, једнакост скупова
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и варирање примера ради бољег схватања.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити како се пребројавају уређени скупови.

Главни део часа:

Примери:

$1.$ Од 30 ученика одељења треба изабрати два представника за ђачки парламент. На колико начина се може извршити избор?

Уочити да скуп није уређен (није битан редослед избора кандидата).

Решење: $\frac{30\cdot 29}{2}$ Објаснити зашто се дели са 2.

2. 30 учесника је учествовало на кросу . На колико начина се могу поделити медаље?

Решење: $\frac{30\cdot 29\cdot 28}{3\cdot 2\cdot 1}$

Објаснити зашто се дели са $3!$ записивањем и пребројавањем свих једнаких скупова. Нпр. ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA представљају исти избор.

$3.$ У скупштини је 256 посланика. На колико начина је могуће извршити избор председника, потпредседника и три члана?

Решење: $256\cdot 255\cdot \frac{254\cdot 253\cdot 252}{3\cdot 2\cdot 1}$ Три члана су равноправни (није битан редослед).

Урадити задатке: $107.$, $109.$ и $118.$, а затим повезати са варијацијама: $113.$–$116.$

Завршни део часа:

Поновити како се пребројавају уређени, а како неуређени скупови.

Бонус задатак: Шест пријатеља је одлучило да размени књиге. Сваки од њих има једну књигу коју ће дати једном од пријатеља, али узеће књигу од другог пријатеља. На колико начина могу да размене књиге? Решење: $160 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1$ (У првом случају дају књиге у круг. У другом случају се направе два „круга“ од по три друга и дају књиге један другом у круг.)

Домаћи задатак: Задаци 123.–125.

Редни број часа: _____

Релација – основни појмови и начин записивања

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Употреба математичког језика и симбола приликом решавања и аргументације проблема. Способност математичке аргументације**.**
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појмове везане за релације и начине њиховог представљања.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног представљања релација таблицом, графом, формулом и графиком (једноставнији примери).
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Самостално коришћење појмова везаних за релације и различитих начина њиховог представљања.
Кључне речи: релација, функција
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, записивање на табли релација на различите начине, формулација особина, избор задатака и питања.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Самостално формулисање дефиниција нових појмова.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић:Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

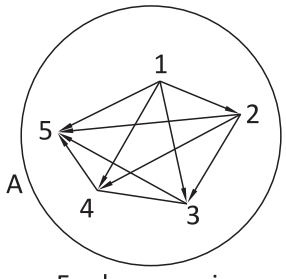
Поновити Декартов производ.

Главни део часа:

Дефиниција: **Релација** ρ је подскуп Декартовог производа $A\times B$, тј. $\rho\subseteq A\times B$.Пошто је $\rho\subseteq A\times B$, тј. $(x,y)\in\rho$ каже се да је x у релацији ρ са y и означава $x\rho y$.
Релације се могу задавати графом, таблично, скупом уређених парова или формулом.

Пример:
Нека је на скупу $A=\{1,2,3,4,5\}$ дата релација на следећи начин (формулом) $x\rho y$ акко $x<y$
Скуп уређених парова релације је:
$\rho=\{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5)\}$.
Таблица ове релације је

$<$	1	2	3	4	5
1	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
2	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$
3	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$
4	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$
5	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$



Граф релације

Посматрајмо случај када је $A=B$ Скуп $A^2=A\times A$ назива се **Декартов квадрат скупа**.

Дефиниција: Нека је $\rho\subseteq A^2$. Релација је:

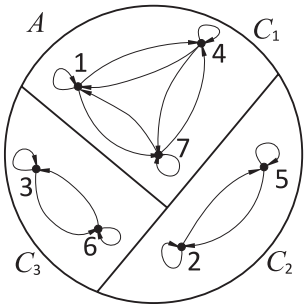
а) **рефлексивна** акко $(\forall x\in A)(x\rho x)$. Особину ћемо скраћено означавати са **Р**.
б) **симетрична** акко $(\forall x,y\in A)(x\rho y\Rightarrow y\rho x)$. Особину ћемо скраћено означавати са **С.**
в) **антисиметрична** акко $(\forall x,y\in A)(x\rho y\wedge y\rho x\Rightarrow x=y)$. Особину ћемо скраћено означавати са **АС.**
г) **транзитивна** акко $(\forall x,y,z\in A)(x\rho y\wedge y\rho z\Rightarrow x\rho z)$. Особину ћемо скраћено означавати са Т.

Примери:
Релација > на скупу реалних бројева је транзитивна јер $x>y\wedge y>z\Rightarrow x>z$.
Релација = на скупу природних бројева је рефлексивна $(\forall x\in N)(x=x)$, симетрична $(\forall x,y\in N)(x=y\Rightarrow y=x)$ и транзитивна $(\forall x,y,z\in N)(x=y\wedge y=z\Rightarrow x=z)$.
Релација $\geq$ на скупу рационалних бројева је рефлексивна $(\forall x\in Q)(x\geq x)$, антисиметрична $(\forall x,y\in Q)(x\geq y\wedge y\geq x\Rightarrow x=y)$ и транзитивна $(\forall x,y,z\in Q)(x\geq y\wedge y\geq z\Rightarrow x\geq z)$.
Нагласити $5\geq 5$ пошто је дисјункција тачна ако је један од исказа тачан (веће или једнако схватити као дисјункцију – ученици овде често греше.)

Дефиниција: Релација која је рефлексивна, симетрична и транзитивна зове се **релација еквиваленције**.

Пример:
Нека је на скупу $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ дата релација на следећи начин $x\rho y$ акко $x\equiv y(mod3)$ (x конгруентно са y по модулу 3, тј. при дељењу са 3 бројеви x и y дају једнаке остатке). Дата релација је релација еквиваленције. Приказаћемо релацију таблицом и графом.

ρ	1	2	3	4	5	6	7
1	⊤	⊥	⊥	⊤	⊥	⊥	⊤
2	⊥	⊤	⊥	⊥	⊤	⊥	⊥
3	⊥	⊥	⊤	⊥	⊥	⊤	⊥
4	⊤	⊥	⊥	⊤	⊥	⊥	⊤
5	⊥	⊤	⊥	⊥	⊤	⊥	⊥
6	⊥	⊥	⊤	⊥	⊥	⊤	⊥
7	⊤	⊥	⊥	⊤	⊥	⊥	⊤



Рефлексивност се огледа у таблици у томе што је по главној дијагонали (објаснити шта је главна дијагонала) свуда Т, а симетричност у симетрији таблице у односу на главну дијагоналу.
Свака релација еквиваленције разлаже скуп на класе еквиваленције.

Теорема:
а) Свака класа еквиваленције је непразан скуп $C_x\neq 0$.
б) Две различите класе еквиваленције су дисјунктни скупови, тј. $C_x\cap C_y=\varnothing$.
в) Унија свих класа еквиваленције чини скуп A.
У нашем примеру постоје три класе еквиваленције
$C_1=\{1,4,7\};\ C_2=\{3,6\};\ C_3=\{2,5\}.\ A/\rho=\{\{1,4,7\},\ \{3,6\},\ \{2,5\}\}.$

Дефиниција: Релација која је рефлексивна, антисиметрична и транзитивна је **релација поретка**.

Пример: Релација $\geq$ је релација поретка на скупу реалних бројева.
У скупу $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ дата је релација $x\rho y\Leftrightarrow x|y$. Написати таблицу и испитати особине релације.
У скупу $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ дата је релација $x\rho y\Leftrightarrow |x-y|>3$. Нацртати граф и испитати особине релације.

Завршни део часа:

Поновити појам релације и особине рефлексивност, симетричност, антисиметричност и транзитивност, релацију еквиваленције и поретка.

Бонус задатак: Операција ∇ дефинисана је на следећи начин $g\nabla h=g^2-h^2$.
На пример $2\nabla 1=2^2-1^2=3$. Ако је $g>0$ и $g\nabla 6=45$ наћи вредност g.

Домаћи задатак: Задаци $64.$, $65.$ и $69.$

Редни број часа: _____

Функције – основни појмови и начин записивања

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Развој логичког апстрактног мишљења. Способност закључивања, генерализације.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појмове везане за функције и начине њиховог представљања.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног представљања функција таблицом, графом, формулом и графиком (једноставнији примери)
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Самостално коришћење појмова везаних за функције и различитих начина њиховог представљања.
Кључне речи: релација, функција
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, записивање на табли функција на различите начине, избор задатака и питања.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Самостално формулисање дефиниција нових појмова.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити појам релације, квантификаторе, $\exists_1$ – постоји тачно један.

Главни део часа:

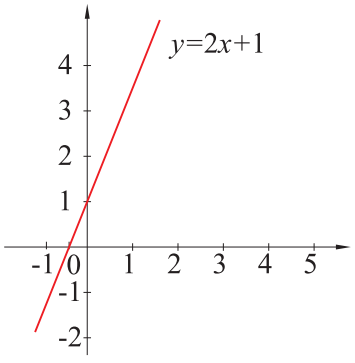
Дефиниција: Нека су $X, Y \subseteq R$ непразни скупови. Ако $(\forall x \in X)(\exists_1 y \in Y)$ тако да $y=f(x)$ тада је на скупу X задата функција $f: X \to Y$.
(за сваки елемент x скупа X постоји тачно један елемент y скупа Y такав да се x пресликава у y)

Урадити задатак 76.

Функције се могу задати на различите начине:
а) **таблично** нпр.

x	-1	0	1	2	3	4
y	-1	1	3	5	7	9

б) **аналитички** нпр. $y=2x+1$ Урадити задатак 73.
в) **графички** нпр.



Дефиниција: Ако $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ функција је „један–један“, односно **инјективна**.
„Превод“: различити x се пресликавају у различите y.

Примери:
$1.$ Функција $f(x)=2x+7$ је инјективна.
$2.$ Функција $f(x)=x^2$ није инјективна зато што $2 \neq -2$, али $f(2)=f(-2)$.

Дефиниција: Ако $(\forall y \in Y)(\exists x \in X) y = f(x)$ функција је „на“, односно **сурјективна**.
„Превод“: Сваки у има х које се пресликава у њега.

Пример:
Функција $f(x) = x^2$ није сурјективна на скупу реалних бројева зато што не постоји реално x за које је $f(x) = -1$.

Дефиниција: Функција која је инјективна и сурјективна назива се **бијективна.**

Урадити задатке: $74.$ и $80.$

Завршни део часа:

Поновити основне појмове везане за функцију.

Бонус задатак: Функције f, g задовољавају једнакости
$f(x) + g(x) = 3x + 5$
$f(x) - g(x) = 5x + 7$
за све вредности x. Вредност израза $2f(2)g(2)$ је: A) 72 B) 84 C) -84 D) 2 E) 16

Редни број часа: _____

Слагање функција

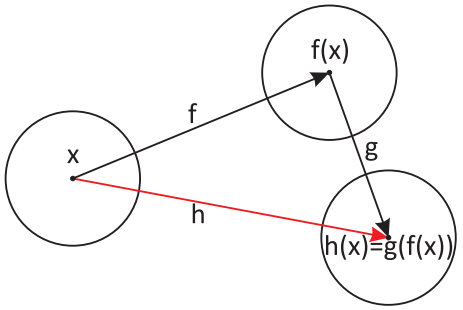
Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Развој логичког критичког и апстрактног мишљења. Способност закључивања, генерализације. Способност математичке аргументације.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји операцију слагања функција.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног налажења сложене функције.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Правилно коришћење операције слагања функција.
Кључне речи: сложена функција
Активности наставника: Увођење новог појма уз помоћ ученика, графичко представљање на табли, избор задатака.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Самостално формулисање дефиниција нових појмова.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити појам функције и начине њеног записивања.

Главни део часа:

Нека су дате функције $f(x)=2x-3;\ g(x)=2x+4$. Уочимо да је $f(1)=-1;\ g(-1)=2$ тј. $1\xrightarrow{f}-1\xrightarrow{g}2$



То можемо графички представити на следећи начин:

Дефиниција: Ако су дате функције $f:A\to B;\ g:B\to C$, функција $h(x)=g\circ f=g(f(x))$ се зове **сложена функција** функција $f(x),g(x)$.
Операција слагања функција назива се и **композиција функција**.

Примери:
1. Наћи $f\circ g$ ако је $f(x)=2x-3;\ g(x)=3x+1$.
Решење: $f\circ g=f(g(x))=f(3x+1)=2(3x+1)-3=6x-1$
2. Ако је $f(3x-5)=x+2$ наћи $f(x)$.

Решење: Нека је $3x-5=t\Rightarrow x=\frac{t+5}{3}\Rightarrow f(t)=\frac{t+5}{3}+2=\frac{t+11}{3}$, тј. $f(x)=\frac{x+11}{3}$.

3. Ако је $f\left(\frac{x}{3}-4\right)=x+2$ наћи $f(x)$.

4. Ако је $f(x-2)=x^3-2x-1$ наћи $f(1)$.
Урадити задатке: $75.$, $77.$ и $78.$

Завршни део часа:

Бонус задатак: Функција $f(x)=ax+b$ задовољава једнакости $f(f(f(1)))=29 \wedge f(f(f(0)))=2$. Наћи вредност параметра a

Решење:

$f\left(f\left(f\left(0\right)\right)\right)=a^2b+ab+b=2 \qquad f\left(f\left(f\left(1\right)\right)\right)=a^3+\underbrace{a^2b+ab}_{2}+b=29\ldots$

Домаћи задатак: 72., 79. и 88.

Редни број часа: _____

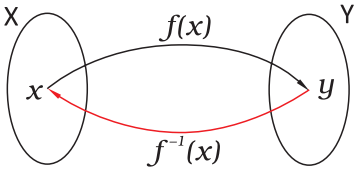
Инверзна функција

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Развој логичког критичког и апстрактног мишљења. Способност закључивања, генерализације.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам инверзне функције.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног налажења инверзне функције.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности језика, уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Схватање појма и оспособљеност ученика да нађу инверзну функцију на једноставнијим примерима.
Кључне речи: инверзна функција
Активности наставника: Увођење новог појма, графичко представљање, избор питања и задатака.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Самостално формулисање дефиниција нових појмова.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа: Питања везана за домаћи задатак.

Главни део часа:

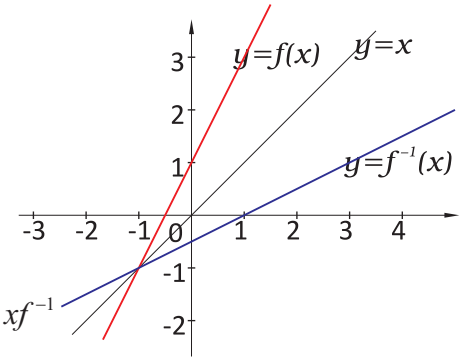
Дефиниција: Нека је дата бијективна функција $y=f(x);\quad f:A\longrightarrow B$. Функција $g:B\longrightarrow A$ таква да је $(\forall y\in B)g(y)=x$ назива се инверзна функција и означава са f^{-1}
Очигледно је
$f^{-1}\ (f^{-1}\ (f(x))=f(f^{-1}(x))=x.$



Теорема: Инверзна функција је једнозначно одређена.
Графици инверзних функција симетрични су у односу на праву $y=x$.
Задаци:

1. Наћи инверзну функцију функције. $f\left(x\right)=\dfrac{1+3x}{2-x}$

2. Наћи инверзну функцију $f^{-1}(x)$ функције $f\left(x\right)=\dfrac{5x}{3-x}+2$



Решење: $f\left(f^{-1}\left(x\right)\right)=\dfrac{5f^{-1}}{3-f^{-1}}+2=x\Rightarrow 5f^{-1}+6-2f^{-1}=3x-xf^{-1}$
, одакле добијамо

$3f^{-1}+xf^{-1}=3x-6\Rightarrow f^{-1}(3+x=3(x-2)$. Коначно $f^{-1}=\dfrac{3\left(x-2\right)}{3+x}$.

Урадити задатке: $81.$, $85.$ и $86.$ Ако има могућности урадити и задатак $89.$ Бар са делом ученика.

Завршни део часа: Домаћи задатак: $84.$ и $87.$

Редни број часа: _____

Систематизација наставне теме

Тип часа: систематизација
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Развијање аналитичности и систематичности.
Образовни задатак: Осамостаљивање ученика за повезивање градива и самостално решавање проблема.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност самосталног решавања задатих проблема. Ученици треба да стекну способност да систематизују стечена знања.
Васпитни задатак: Способност самопроцене. Развијање концентрације, систематичност, прецизности језика; неговање тимског духа.
Резултат часа: Правилно коришћење скуповних и логичких операција , као и релација и функција. Израчунавање једноставнијих комбинаторних проблема.
Кључне речи: логичке операције, скупови, комбинаторика, функције, релације
Активности наставника: Избор задатака; подела ученика на групе; координација између група; оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Самостално формулисање дефиниција нових појмова.
Наставна средства: креда, табла, креде у боји
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подела ученика на групе и подела задатака. Унутар сваке групе ученици сами треба да поделе и раде по два задатка.

Прва група:

1. Ако је $\tau((p \Rightarrow q) \wedge r) = \top$, које од понуђених тврђења је тачно?

A) $\tau(p) = \top \wedge \tau(q) = \bot \wedge \tau(r) = \top$ B) $\tau(p) = \bot \wedge \tau(q) = \bot \wedge \tau(r) = \top$

C) $\tau(p) = \top \wedge \tau(q) = \top \wedge \tau(r) = \bot$ D) $\tau(p) = \bot \wedge \tau(q) = \bot \wedge \tau(r) = \bot$

E) $\tau(p) = \top \wedge \tau(q) = \bot \wedge \tau(r) = \bot$

2. Ако су дати искази:

$$p : \left(\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - 3\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + \left(\frac{3}{5} - \frac{2}{3}\right) : 0,04 = 3,07$$

$q : (3-(3-(-3))) := 1 \vee (3-2)^2 \leq (2-3)^3$

$r : N \subset Z \subset R$

испитати тачност исказа $((\neg p \Rightarrow r) \vee (p \wedge q)) \Leftrightarrow (\neg q \vee r)$.

3. Саставити истинитосну таблицу и испитати да ли је формула таутологија: $(p \Rightarrow (p \wedge \neg p)) \neg p$

4. Свођењем на апсурд доказати да је следећа формула таутологија:

$((\neg p \wedge \neg q) \Rightarrow (r \vee s)) \vee ((r \wedge t) \Leftrightarrow p)$

5. Помоћу таутологије доказати скуповну једнакост: $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$

6. У скупу $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ дата је релација $x \rho y \Leftrightarrow x - y \in A$. Написати скуп уређених парова и испитати особине релације.

Друга група:

1. Ако су дати искази:

$p : (0,01 \cdot 1,23 - 1) : 0,7 + 2 = 0,589$

$q: 2\cdot 3\cdot 6\cdot 0\cdot 5 = 180 \vee \frac{3^6}{3^2} = 3^3$

$r: 0,(43) = \frac{43}{99}$

испитати тачност исказа $((p \Leftrightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q)) \vee (\neg q \vee p)$.

2. Саставити истинитосну таблицу и испитати да ли је формула таутологија: $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$

3. Свођењем на апсурд доказати да је следећа формула таутологија:
$(p \Leftrightarrow (q \vee r)) \Rightarrow ((q \wedge s) \Rightarrow (t \vee p))$

4. Дати су скупови: $A = \{x \mid x \in N \wedge x \leq 6 \wedge \neg(x|6)\}$
$B = \{x \mid x \in N \wedge x < 7 \wedge x \geq 3\}$
$C = \{x \mid x \in Z \wedge x^2 - 36 = 0\}$

Приказати скупове Веновим дијаграмом и одредити $(A \cap B) \setminus C, A \times C, P(A)$.

5. Помоћу таутологије доказати скуповну једнакост: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

6. У скупу $A = \{-2,-1,0,1,2,3\}$ дата је релација $x \rho y \Leftrightarrow x + y \in A$. Написати скуп уређених парова и испитати особине релације.

Трећа група:

1. Ако су дати искази:
$p: x > 6$ је довољан услов за $x > 3$

$q: \left(1 - \frac{4}{5}\right) : \left(2 - \frac{9}{10}\right) = \frac{2}{11}$

$r: (\exists x \in N) x < 5 \wedge x > 6$

испитати тачност исказа $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow ((\neg r \vee p) \wedge (q \vee r))$.

2. Саставити истинитосну таблицу и испитати да ли је формула таутологија: $[(p \Rightarrow \neg q) \Rightarrow (r \wedge \neg p)] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

3. Свођењем на апсурд доказати да је следећа формула таутологија: $((p \Leftrightarrow q) \Rightarrow \neg r) \vee ((s \wedge \neg t) \Rightarrow (r \vee p))$

4. Дати су скупови: $A = \{x \mid x \in N \wedge x \leq 4\}$
$B = \{x \mid x \in N \wedge 5 < x < 17 \wedge 3|x\}$
$C = \{x \mid x \in Z \wedge 2 < |x| < 5\}$

Приказати скупове Веновим дијаграмом и одредити $(C \cup B) \setminus A,\ A \times C,\ P(C \setminus A)$.

5. Помоћу таутологије доказати скуповну једнакост: $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.

$A = \{1,2,3,4,5\}$ дата је релација $x \rho y \Leftrightarrow x + y \in A$

6. У скупу $A = \{1,2,3,4,5\}$ дата је релација $x \rho y \Leftrightarrow |x - y| \leq 2$. Написати скуп уређених парова и испитати особине релације.

Завршни део часа:

Коментар задатака на табли. Оцењивање ученика.

Домаћи задатак: Тест 2.

Реални бројеви

**Преглед бројева; операције, поље реалних бројева.
Приближне вредности реалних бројева (грешке, граница грешке, заокругљивање бројева; основне операције са приближним вредностима.**

Редни број часа: _____

Скуп N, дељивост

Тип часа: понављање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Понављање и систематизација појмова. Развијање интересовања за математику.
Образовни задатак: Ученик треба да понови дељивост, просте и сложене бројеве, правила дељивости.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да примене особине природних бројева.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: природни бројеви, дељивост, прости бројеви
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, кратке дигресије у историју математике, записивање на табли.
Активности ученика: Формулисање особина и дефиниција на основу ранијих знања.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Употпунити предзнање ученика о скупу природних бројева:
Природни бројеви служе за **бројање** (две девојчице) и означавање **редних бројева** (први, други,...).
$N=\{1,2,3,\ldots\}$
1 је најмањи природан број. Не постоји највећи природни број. Природних бројева има бесконачно много (пребројиво).
Египћани су рачунали до милион (загробни живот је трајао милион година).
Римљани су користили **адициони бројевни систем** MMCDXXII
(објаснити $1000+1000+(500-100)+10+10+1+1=2422$). (адиција-сабирање)
У Месопотамији се појављује први пут позициони бројевни систем са основом 60 (хексагезимални).
Ми пишемо у **декадном бројевном систему** (декада $-$ 10 на грчком).
$12235=1\cdot10000+2\cdot1000+2\cdot100+3\cdot10+5\cdot1=1\cdot10^4+2\cdot10^3+2\cdot10^2+3\cdot10^1+5\cdot10^0$
Ученици треба да се сете цифре јединица, десетица,... , да закључе да вредност цифре 2 зависи од позиције. Објаснити кратко степеновање бројем 0.
Рачунари раде у бинарном бројевном систему-систему са 2 цифре 0 и 1.
$1101(2)=1\cdot2^3+1\cdot2^2+0\cdot2^1+1\cdot2^0=13$
Постоје и други бројевни системи. (За домаћи задатак задати ученицима да број по избору запишу у бази са неком другом основом-направити корелацију са наставом информатике).

Главни део часа:

Број 0 није природан број $N0=\{1,2,3,\ldots\}$ **ненегативни бројеви**;
Број 0 први пут користи индијски математичар Брамагупта у $6.$ веку, а у Европу долази преко Арапа (Леонардо из Пизе-Леонардо Пизано, Фибоначи –Боначијев син) тек у $12.$ веку.
Природне бројеве делимо на **парне и непарне** (прича о Питагори и његовој школи).
Парни бројеви се могу написати као $x=2k, k\in N$, а непарни као $x=2k+1.$
Када је број дељив са 3 или 9?
Колики остатак може бити при дељењу броја са 3? Како можемо записати бројеве дељиве са 3, а како бројеве који при дељењу са 3 дају остатак 1 или 2? $(3k, 3k+1, 3k+2)$

Дирихлеов принцип: (о кавезима и зечевима) Међу n узастопних природних бројева један мора бити дељив са n. Објаснити: 12 зечева у 11 кавеза – у бар једном кавезу морају бити бар два зеца.
Број остатака различитих од 0 је мањи од делиоца.
Делиоци броја 12 су $1,2,3,4,6,12$, а броја 25 су $1,5,25$. Скуп делилаца је коначан.
Садржаоци броја 2 су $2,4,6,8,10,\ldots$ Не постоји највећи садржалац. Скуп свих садржалаца је бесконачан.
Који бројеви имају паран број делилаца, а који непаран (потпуни квадрати-квадратни бројеви)?
Природне бројеве делимо и на просте и сложене.
Прост број је број који има тачно два делиоца. 1 није ни прост ни сложен. **Сложени бројеви** имају више од два делиоца.
Наставити низ: $13, 17, 31, 37, 71, 79, 97, 107, 113, 149, 157,\ldots$ (163 – низ простих бројева)

Основна теорема аритметике: Сваки природан број се може на **јединствен** начин раставити на просте чиниоце. Нпр. $12=2^2\cdot 3$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Ератостен:
Грчки математичар, географ и астроном; рођен $276.$год.п.н.е. у Кирени (данашња Либија), а умро $194.$год.п.н.е. у Александрији. Први измерио полупречник Земље; мерио растојање између Земље и Сунца; први користио реч географија.

Ератостеново сито:
Највећи заједнички делилац (**НЗД**) и најмањи заједнички садржалац (**НЗС**) поновити.
НЗД озрначавамо $D(x,y)$, а НЗС $S(x,y)$.

Еуклид из Александрије $(323.-283.$ п. н. е.)
Познат по делима Елементи, Дата, Оптика
Пронашао алгоритам за налажење највећег заједничког делиоца – Еуклидов алгоритам
Еуклидови „Елементи“ (дати неком од активних ученика да научи и изложи на следећем часу ко је био Еуклид).
Теорема: Постоји бесконачно много простих бројева.
$p=p1\cdot p2\cdot\ldots\cdot p_n+1$ Доказ: Претпоставимо супротно (објаснити), тј. да је број простих бројева коначан .
Формирајмо нови број који је једнак
Број није дељив ни са једним простим бројем мањим од себе (даје остатак 1). Значи број је прост и не припада скупу .

* $1876.$ Lucas доказао да је $2127\text{-}1 = 170141183460469231731687303715884105727$ прост.

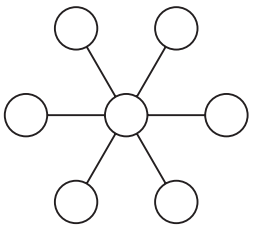
Узајамно прости бројеви су бројеви чији је највећи заједнички делилац једнак $1.$
Бројеви не морају бити прости да би били узајамно прости. Нпр. 8 и 9 су сложени, али су узајамно прости.

Два проста броја су узајамно прости бројеви.

Поновити правила дељивости са $2, 5$, декадним јединицама, са 4,...
За било која два природна броја a, b постоје бројеви r, q $(q \in N, r \in N0)$ такви да важи $a = bq + r;\ r < q$. (прво на примеру)

Еуклидов алгоритам за налажење НЗД:
Наћи НЗД за бројеве 84 и 18.
Решење: Поделимо 84 са 18 и добијемо количник 4 и остатак 12. Затим поделимо 18 са 12 и добијемо количник 1 и остатак 6. Затим поделимо 12 са 6 и добијемо остатак 0, што значи да је 6 нзд.

Важи и: $D(a,b) = \dfrac{a \cdot b}{S(a,b)}$



Завршни део часа:

Поновити шта су прости, узајамно прости и сложени бројеви.

Бонус задаци:

1. Бројеви од 1 до 7 су написани у кругове на цртежу (сваки у једном кругу). Збир бројева по свакој правој линији је једнак. На колико начина може бит попуњен средишњи круг?
Резултат: На три начина $1, 4, 7$.
2. P,Q,R,S и T представљају пет различитих природних бројева између 2 и 19, укључујући и та два броја.
   P је двоцифрен прост број чији је збир цифара такође прост број.
   Q је дељив са 5.
   R је непаран број, али није прост.
   S је квадрат простог броја.
   T је прост број који је аритметичка средина бројева P и Q.
Који број је највећи? Резултат: Q=15
3. Позитиван цео број већи од 2 је сложен уколико није прост. Који је најмањи прост број који се може представити као збир три различита сложена броја? $(19=4+6+9)$

Домаћи задатак:

Изабрати пар ученика да припреме пар реченица о Ератостену.

Редни број часа: _____

Скупови Z, Q; операције у скуповима

Тип часа: понављање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Употреба математичког језика и симбола приликом решавања и аргументације проблема
Образовни задатак: Ученик треба да понови појам и особине целих и рационалних бројева.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да примене особине бројева.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: цели бројеви, рационални бројеви
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и уочавање особина; помоћ ученицима у раду.
Активности ученика: Формулисање особина и дефиниција на основу ранијих знања.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити основне појмове везане за скуп природних бројева – дељивост, прости и сложени бројеви,... Констатовати да скуп природних бројева није затворен у односу на одузимање и дељење (ученици сами треба да изведу закључак шта то значи).

Главни део часа:

Потребно је проширити скуп и тако се добија **скуп целих бројева**: $Z=\{\ldots,-2,-1,0,1,2,3,\ldots\}$
Скуп природних бројева није затворен у односу на дељење. Потребно је проширити тако се добија **скуп рационалних бројева:** (ratio – однос, размера)

$$Q=\left\{x \mid x=\frac{p}{q}; p,q\in Z, q\neq 0\right\}$$

Задатак $145.$ - поновити операције. $146.$ - децимални запис рационалног броја.
Периодични бројеви $0{,}3333\ldots=0{,}(3)$

Претварање периодичних разломака у облик $\frac{p}{q}$:

$0{,}(4)=0{,}444\ldots=x$
$4{,}444\ldots=10x$
$4+x=10x$
$4=9x$
$x=\frac{4}{9}$

$0{,}15(74)=0{,}157474\ldots=x$
$15{,}7474\ldots=100x$
$15{,}59+x=100x$
$\frac{1559}{100}=99x$
$x=\frac{1559}{9900}$

Претварање периодичних бројева у разломак: задаци $147.$ и $148.$

Написати бар 10 (бар 100) бројева који се налазе између бројева $\frac{1}{3},\frac{2}{3}$. Објаснити интуитивно појам „свуда густ скуп“.

Завршни део часа:

Недовршене задатке (уз упутство) урадити за **домаћи**.

Бонус задаци:

1. Бројеви $5,07\overline{6};\ 5,0\overline{76};\ 5,07;\ 5,076;\ 5,\overline{076}$ су поређани по величини у растућем поретку. Који број је трећи по величини?

Резултат: $5,\overline{076}$

2. Ако $\frac{30}{7}=x+\frac{1}{y+\frac{1}{z}}$ је , где су x,y,z природни бројеви, одредити колико износи вредност $x+y+z$ једнака?

Резултат: Овакви разломци називају се и верижни (ланчани; вериге=ланац) разломци

$$\frac{30}{7}=4+\frac{2}{7}=4+\frac{1}{\frac{7}{2}}=4+\frac{1}{3+\frac{1}{2}}\Rightarrow x+y+z=4+3+2=9$$

3. Позитивни цели бројеви уписани су у квадратиће. Производ свака четири узастопна је увек 120. Колика је вредност x?

		2			4			x			3		

Резултат: 5

Редни број часа: _____

Ирационални бројеви

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Развијање интересовања за математику
Образовни задатак: Ученик треба да понови појам и особине ирационалних бројева.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да искористе особине ирационалних бројева. Изграђивање свести о значају и примени математике.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: ирационалан број
Активности наставника: Извођење доказа о ирационалности броја; припрема презентације.
Активности ученика: Формулисање особина и дефиниција на основу ранијих знања.
Наставна средства: креда, табла, компјутер, видео бим
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити: **Ирационалан број** је број који се не може представити у облику разломка.
Ирационални бројеви са којима су се ученици већ срели: 1.4142135... , 1,732050808..., 3,14159265359... Ученици треба да препознају о којим бројевима се ради.

Главни део часа:

Неки од ирационалних бројева су веома често коришћени па имају своју словну ознаку p, f, e. (За последња два само кратка информација.)
Питагорејци су први открили ирационалне бројеве. Хипас из Метапонтума је покушао да докаже да је катета једнакокрако правоуглог троугла странице 1 самерљива (објаснити) са хипотенузом, али је доказао супротно. Број је био нелогичан ***alogon*** на грчком (или оно о чему не треба да се прича). Пошто је ван братства причао о томе легенда каже да су га бацили у море (бог Нептун га је казнио за откриће тајне). Скуп ирационалних бројева означавамо словом I.

Теорема: Број $\sqrt{2}$ није рационалан.
Доказ: **Претпоставићемо супротно**, тј. да се може представити у облику несводивог разломка (разломка који се не може више скратити).

$$\sqrt{2}=\frac{p}{q}, p,q\in N \Rightarrow p=\sqrt{2}q \Rightarrow p^2=2q^2$$

из овога закључујемо да је $p2$, а самим тим и p паран број и може да се представи као $p=2k, k\in N$. Заменом у претходну једнакост добија се $4k2=2q2\Rightarrow q2=2k2$, па се може закључити да је у том случају и број q паран, а то би значило да се полазни разломак може скратити са 2 што је супротно са претпоставком (контрадикција). Према томе, претпоставка је погрешна, па број не може бити рационалан.
Ученици треба сами да докажу да је број $\sqrt{3}$ такође ирационалан.
Ирационалан број се може представити у децималном запису и представља број са бесконачно много децимала, али се оне не понављају правилно.

Завршни део часа:

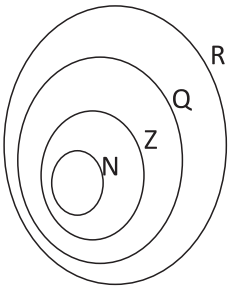
Број p - дефиниција и ирационалност. Кратка презентација.

Редни број часа: _____

Скуп R, основне теореме, бројевна права, интервал

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Употреба математичког језика и симбола приликом решавања и аргументације проблема.
Образовни задатак: Ученици треба да понове појам и особине реалних бројева.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да самостално записују интервале бројева.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: реалан број, интервал, бројевна права
Активности наставника: Постављање питања; записивање дефиниција и особина на табли.
Активности ученика: Формулисање особина и дефиниција на основу ранијих знања.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

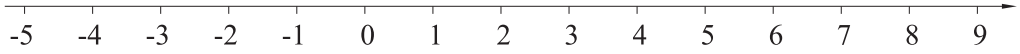
Уводни део часа:



Поновити скуп природних, целих, рационалних и ирационалних бројева.

Главни део часа:

Реални бројеви представљају унију рационалних и ирационалних бројева :$R=Q\cup I$
Свако проширење скупа задржава сва својства мањег скупа бројева.
Бројевна права:
Представити неке од ирационалних бројева на бројевној правој ($\sqrt{2},\sqrt{5},\ldots$)



Интервал је скуп који осим два крајња елемента садржи и елементе који припадају датом скупу, а налазе се између наведених елемената.
Интервали реалних бројева могу бити:
Затворени: $x\in[a,b]\Leftrightarrow(x\geq a\wedge x\leq b)$
Отворени: $x\in(a,b)\Leftrightarrow(x>a\wedge x<b)$
Полузатворени: $x\in[a,b)\Leftrightarrow(x\geq a\wedge x<b)$ $x\in(a,b]\Leftrightarrow(x>a\wedge x\leq b)$
У записивању интервала коме је један крај ∞, са те стране интервал је увек отворен.
$x\in(a,\infty)\Leftrightarrow(x\in R\wedge x>a)$ $\quad x\in[a,\infty)\Leftrightarrow(x\in R\wedge x\geq a)$
$x\in(-\infty,a)\Leftrightarrow(x\in R\wedge x<a)$ $\quad x\in(-\infty,a]\Leftrightarrow(x\in R\wedge x\geq a)$
$x\Leftrightarrow(-\infty,\infty)\Leftrightarrow x\in R$
Урадити задатак 48.

Завршни део часа:

Ученици треба самостално да запишу интервале $[2,3];(3,5];[-1,\ +\infty)$ и сл.

Домаћи задатак:

$1.$ Бројиоци и имениоци правих разломака (позитивних и мањих од један) припадају скупу $\{2,3,5,7,11\}$. Наћи разлику између највећег и најмањег од њих.

Решење: $\frac{5}{7}-\frac{2}{11}=\frac{41}{77}$

2. Разломак $\frac{337}{140}$ приказати као збир три разломка са једноцифреним имениоцима, при чему су бројиоци природни бројеви. Поступак детаљно образложити.

Решење: Имениоци разломака морају бити 4, 5 и 7 (растављањем броја 140 на чиниоце). Разломак чији је именилац 4 треба проширити са 35. Бројилац ће се завршавати цифром 0 или 5. Пошто се разломак са имениоцем 7 мора проширити бројем 20, разломак са имениоцем 4 не може се завршавати цифром 0 зато што би трећи разломак који треба да буде проширен са 28 морао да се завршава цифром 7 што је немогуће. ...

$$\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{6}{7}=\frac{337}{140}$$

3. Колико износи разлика најмањег заједничког садржаоца и највећег заједничког делиоца бројева 216 и 252. Решење: 1512-36=1476

Бонус задатак: Нека је број N непаран број између 400 и 600 који је дељив и са 5 и са 11. Колики је збир цифара броја N ?
Решење: Број треба да буде дељив са 55. Троцифрени бројеви дељиви са 55, већи од 400, а мањи од 600 су 440, 495 и 550, па је тражени број 495.

Редни број часа: _____

Операције и релације у скупу R

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Развијање аналитичности и систематичности
Образовни задатак: Ученици треба да понове појам и особине реалних бројева.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да примене особине реалних бројева.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: реалан број, сабирање, множење, релација поретка
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво; исписивање и формулација особина. Подела ученика на групе и помоћ ученицима у раду.
Активности ученика: Формулисање особина и дефиниција на основу ранијих знања.
Наставна средства: креда, табла, листићи са задацима
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити скупове $N,\ Z,\ Q,\ I,\ R$. Шта је операција? Шта је релација?

Главни део часа:

Операције над скупом реалних бројева:
Скуп је затворен у односу на **сабирање и множење** $(\forall x,y\in R)(x+y\in R)$ $(\forall x,y\in R)(x\cdot y\in R)$
Важи **асоцијативни закон** за сабирање и множење $x+(y+z)=(x+y)+z$ $x\cdot(y\cdot z)=(x\cdot y)\cdot z$
Уочити да не важи за одузимање и дељење, па навести правило да се ради с лева на десно, уколико то заграде не промене. $12:(6:3)\neq(12:6):3$
Постоје **неутрални елементи** у односу на сабирање $(0)\ x+0=0+x=x$ и множење $(1)\ x\cdot 1=1\cdot x=x$
Постоје и **инверзни елементи** у односу на сабирање и множење (супротни и реципрочни)

$$x+(-x)=(-x)+x=0 \qquad x\cdot\frac{1}{x}=\frac{1}{x}\cdot x=1;\ x\neq 0\ .$$

Нагласити да се из скупа реалних бројева
мора „избацити“ број 0 да би постојао реципрочни број $(R^*=R\setminus\{0\})$.
Важи **комутативни закон** за сабирање и множење $x+y=y+x$ $x\cdot y=y\cdot x$.
Важи и **дистрибутивни закон** $x\cdot(y+z)=x\cdot y+x\cdot z$.
Релација $\leq$ је **ралација поретка** на скупу реалних бројева (ученици треба да се сете особина антисиметричности и транзитивности):

$$x\leq x$$
$$(x\leq y\wedge y\leq x)\Rightarrow x=y$$
$$(x\leq y\wedge y\leq z)\Rightarrow x\leq y$$

Такође важи и

$$x\leq y\Rightarrow x+z\leq y+z$$
$$x\leq y\wedge z>0)\Rightarrow x\cdot z\leq y\cdot z$$

Израчунати бројевну вредност израза: (Неурађене задатке оставити за домаћи)
Поделити ученике у групе. Свака група ради један задатак, а задатке осталих група за домаћи.

1. $\left[\left(\frac{7}{9}-\frac{47}{72}\right):1,25+\left(\frac{6}{7}-\frac{17}{28}\right):\left(0,358-0,108\right)\right]\cdot 1,6-\frac{19}{25}$

2. $\dfrac{3\frac{3}{4}:7\frac{1}{2}-5,25:10\frac{1}{2}+\frac{1}{3}:2}{\left(2\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{11}-1:\frac{2}{3}\right):1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}:2}$

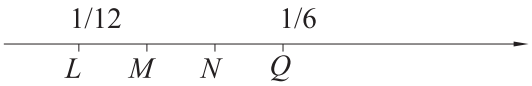
3. $\dfrac{\left(0,5:1,25+\frac{7}{5}:1\frac{4}{7}-\frac{3}{11}\right)\cdot 3}{\left(1,5+\frac{1}{4}\right):18\frac{1}{3}}$

4. $\left[\dfrac{\left(2,7-0,8\right)\cdot 2\frac{1}{3}}{\left(5,2-1,4\right):\frac{3}{70}}+1,125\right]:2\frac{1}{2}+0,43$

Завршни део часа:

Прокоментарисати грешке. Нагласити редослед извршавања операција. Задати неурађене задатке за домаћи.

Бонус задатак: На бројевној оси тачке M и N деле LQ на три једнака дела. Који број представља тачка M?



Резултат: $\frac{1}{9}$

Редни број часа: _____

Апсолутна вредност реалног броја

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, операцијска, илустрација
Циљ часа: Употреба математичког језика и симбола приликом решавања и аргументације проблема.
Образовни задатак: Ученици треба да понове појам апсолутне вредности броја.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да примене дефиницију и особине апсолутне вредности реалног броја.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: апсолутна вредност реалног броја
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и исписивање на табли.
Активности ученика: Формулисање особина и дефиниција на основу ранијих знања.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити шта је апсолутна вредност реалног броја (растојање броја од 0 на бројевној правој) и појам супротних бројева.

Главни део часа:

Апсолутну вредност броја можемо записати као:

Дефиниција: $|x|=\begin{cases} x, x>0 \\ 0, x=0 \\ -x, x<0 \end{cases}$

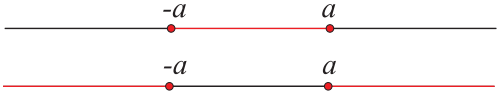
Објаснити да се користи и: $|x|=\begin{cases} x, x\geq 0 \\ -x, x<0 \end{cases}$
Урадити задатак 149.

Апсолутна вредност броја *a* има следеће особине: $|x|\geq 0$
$|x|=0 \Leftrightarrow x=0$

Урадити задатак 153., закључити да важи (задатак 152.)

$|x\cdot y|=|x|\cdot|y|; \left|\frac{x}{y}\right|=\frac{|x|}{|y|}, y\neq 0$

Такође важи:
$|x|\leq a \Leftrightarrow -a\leq x\leq a$
$|x|\geq a \Leftrightarrow (x\leq a \vee x\geq a)$



Урадити задатак 150.
Задатак 150.г) $|x-2|<1 \Leftrightarrow -1<x-2<1 \Leftrightarrow 1<x<3$
Без доказа (само проверити на примерима):

$$|a+b| \le |a| + |b|$$
$$|a-b| \ge \big||a| - |b|\big|$$
$$\sqrt{x^2} = |x|$$

Завршни део часа:

Задатак 151.к)

$$\big||2x+1|-5\big| > 2$$
$$|2x+1|-5 < -2 \vee |2x+1|-5 > 2$$
$$|2x+1| < 3 \vee |2x+1| > 7$$
$$(-3 < 2x+1 < 3) \vee (2x+1 < -7 \vee 2x+1 > 7)$$
$$(-4 < 2x < 2) \vee (2x < -8 \vee 2x > 6)$$
$$(-2 < x < 1) \vee (x < -4 \vee x > 3)$$
$$x \in (-\infty, -4) \cup (-2, 1) \cup (3, +\infty)$$

Бонус задатак: За све вредности $a \in R$ тачна је формула:
A) $a^2 > 0$ B) $2a > a$ C) $|a| = a$ D) $|a| = |-a|$ E) $-|a| < 0$

Домаћи задатак: Задатак 151.

Редни број часа: _____

Приближна вредност реалног броја, апсолутна и релативна грешка

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: монолошка, дијалошка, рад са текстом
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме.
Образовни задатак: Ученици треба да умеју да израчунају апсолутну и релативну грешку
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да схвате проблеме у раду са приближним бројевима.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање у усвајање појмова релативна и апсолутна грешка
Кључне речи: апсолутна и релативна грешка
Активности наставника: Формулација, заједно са ученицима, правила заокругљивања бројева. Увођење дефиниција апсолутне, релативне и процентуалне грешке, границе грешке.
Активности ученика: Израда задатака.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити са ученицима:

$$\frac{1}{3} = 0,3333... \approx 0,33$$

Поступак добијања приближних бројева зове се **заокругљивање** бројева.
Урадити задатак 154.

Главни део часа:

Замена броја x бројем x' обележава се $x \approx x'$.

Правила заокругљивања:

1. Ако је прва цифра коју одбацујемо мања од 5 цифре испред ње остају непромењене.
2. Ако је прва цифра коју одбацујемо већа од 5 цифра испред ње (последња задржана цифра) се повећава за 1.
3. Ако је прва одбачена цифра једнака 5 и иза ње има цифара различитих од 0 последња задржана цифра се повећава за 1.
4. Правило парне цифре: Ако је прва одбачена цифра једнака 5 и иза ње нема цифара различитих од 0:
А) ако је последња задржана цифра парна не мењамо је
Б) ако је последња задржана цифра непарна повећавамо је за 1.

Дефиниција: **Апсолутна грешка** приближног броја x' је апсолутна вредност разлике броја x и његове приближне вредности x' т.ј $|x\text{-}x'|$ и обележава се са $\triangle(x')$.

Правила заокругљивања уводимо због тога да се грешка минимизира. Апсолутна грешка при заокругљивању није већа од $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10^n}$, где је n број децимала.

Пошто веома често не знамо тачну вредност броја не можемо израчунати ни апсолутну грешку, па користимо границу апсолутне грешке.
Апсолутну грешку обележавамо са $\triangle(x')$, а границу обележавамо са $\triangle$.
Како је $|x-x'| \leq \triangle$ онда је $x'-\triangle \leq x \leq x'+\triangle$ и пишемо: $x=x' \pm \triangle$.
$x'-\triangle$ је најмања могућа вредност за x а $x'+\triangle$ је највећа могућа вредност за x.
Кажемо да се број x **апроксимира** (од латинске речи ***approximatio*** што значи приближно) бројем x' са тачношћу $\triangle$.

Дефиниција: Ако је приближан број x'добијен са тачношћу $\triangle$ (која представља границу апсолутне грешке одговарајућег мерења), онда је **релативна грешка** приближног броја x' једнака:

$$\delta_{x'} = \frac{\Delta}{x'}$$

Процентуална грешка се добија када релативну грешку помножимо са 100.
Урадити задатак $157.$, $158.$, $159.$

Завршни део часа:

Домаћи задатак: $160.$, $161.$ и $162.$

Бонус задатак: Наћи грешку у доказу да је $2 \cdot 2 = 5$. „Доказ“: Имамо три броја a, b, c таква да је $a=b+c$. Помножимо једнакост са 4 и 5 и добијемо $4b+4c=4a;\ 5a=5b+5c$. Саберемо ове једнакости $4b+4c+5a=5b+5c+4a$, затим одузмемо $9a$ и добијемо
$4b+4c-4a=5b+5c-5a \Rightarrow 4(b+c-a)=5(b+c-a) \Rightarrow 4=5$

Редни број часа: _____

Операције са приближним бројевима

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме.
Образовни задатак: Ученици треба да понове појам апсолутне вредности броја.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да искористе особине апсолутне вредности.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: апсолутна вредност реалног броја
Активности наставника: Постављање питања, исписивање табеле на табли, подела ученика на групе.
Активности ученика: Формулисање правила; израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, кесице производа
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити шта је апсолутна, релативна и процентуална грешка на примеру заокругљивања неког броја. На кесици неког производа наћи нпр. $100g \pm 5\%$ и протумачити.

Нпр. Заокруглити на две децимале $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{9}$. Шта би се десило са грешком уколико бисмо сабрали или одузели ове разломке?

Главни део часа:

Ако је $x = x' + \triangle$ тада знамо да је $x' - \triangle \le x \le x + \triangle$
Најмања вредност је $m_x = x' - \triangle$, а највећа $M_x = x' + \triangle$
Ако су дата два броја $x = x' \pm \triangle_x$; $y = y' \pm \triangle_y$ уз помоћ ученика утврдити када ће збир, разлика, производ и количник бити најмањи, а када највећи и формирати табелу:

A	Најмања вредност	Највећа вредност
$x+y$	$m_x + m_y$	$M_x + M_y$
$x-y$	$m_x - M_y$	$M_x - m_y$
$x \cdot y$	$m_x \cdot m_y$	$M_x \cdot M_y$
$\frac{x}{y}$	$\frac{m_x}{M_y}$	$\frac{M_x}{m_y}$

$$m_x, m_y > 0,\ M_y \neq 0,\ m_y \neq 0$$

За број A се узима аритметичка средина најмање и највеће могуће вредности.
Урадити задатке $163.$, $164.$, $166.$ (поделити ученике у групе - један ученик на табли прави табелу)

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задатак $165.$

Редни број часа: _____

Систематизација теме

Тип часа: систематизација
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: монолошка, дијалошка, рад са текстом
Циљ часа: Развијање аналитичности и систематичности
Образовни задатак: Ученици треба да понове и систематизују појам и особине бројева.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да систематизују особине бројева.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: приближна вредност броја, грешка
Активности наставника: Подела ученика на групе, избор задатака, координација.
Активности ученика: Израда задатака.
Наставна средства: листићи са задацима
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поделити ученике у три групе. Свака ради по два задатка. Када заврше размене задатке.
На крају часа прокоментарисати грешке и недоумице ученика.

Главни део часа:

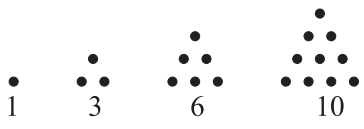
1. Која је последња цифра броја 20142015?
2. Израчунати бројевну вредност израза: $\left(26,7-13\frac{1}{5}\right):\left(1,88+2\frac{3}{25}\right)+22\cdot\frac{3}{5,5}$.
3. Решити једначине: а) $|3x\text{-}5|+2=17$ б) $3\text{-}|2x+4|=5$
4. Решити неједначине: а) $|x+6|7\geq$ б) $2+|3x\text{-}1|<12$
5. Извршена су два мерења $x=2,50,02\pm cm;\ y=12,60,1\pm cm$. Које мерење је прецизније?
6. Ако је $x=2,34\pm0,02;\ y=1,42\pm0,03$ израчунати приближну вредност $\frac{x-y}{y(x+y)}$.

Завршни део часа:

Коментар задатака и, уколико је потребно, израда неког задатка на табли.

Бонус задаци:

1. Ако је $3\leq p\leq10$ колика је разлика између највеће и најмање вредности разломка $\frac{p}{q}$?



2. Прва три троугаона броја су $1, 3, 6$ и 10, као што је илустровано на слици. Који је десети троугаони број?
3. У сабирању приказаном на слици слова x, y i z представљају цифре различите од нуле. Колика је цифра x ?
Резултат: 8

$$\begin{array}{cccc} & x & x & x \\ & y & y & y \\ + & z & z & z \\ \hline z & y & y & x \end{array}$$

Пропорционалност

Размера и пропорција, пропорционалност величина (директна, обрнута, уопштење); примене (сразмерни рачун, рачун поделе и мешања).
Процентни рачун, каматни рачун.
Таблично и графичко приказивање стања, појава и процеса.

Редни број часа: _____

Размера и пропорција, продужена пропорција

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Ученик треба да понови појам и особине размере и пропорције и усвоји појам продужене пропорције.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да искористе особине размере и пропорције.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: размера, пропорција
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова.
Активности ученика: Формулисање особина и дефиниција на основу ранијих знања; израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Две величине можемо да упоређујемо апсолутно (шта је веће, мање и колико) и релативно – налажењем њиховог односа.
Размера бројева a, b је њихов количник и записујемо је као $a:b, ab\neq 0$.
Као и количник размера се може проширивати и скраћивати.
Проста пропорција је једнакост две размере $a:b=c:d$.
За бројеве који чине пропорцију кажемо да су пропорционални или сразмерни.

Теорема:
$a:b=c:d\Leftrightarrow ad=bc$
Задаци $170.$ и $172.$

Главни део часа:

Задатак 168.5 и 6
Задатак $171.$
Пропорција коју чини три или више размера зове се **продужена пропорција** $a:p=b:q=c:r.$
Скраћено овакву пропорцију записујемо као $a:b:c=p:q:r.$

Примери:

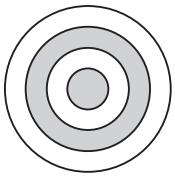
1. Ако је $a:b=3:2;\ b:c=2:5$ онда је $a:b:c=3:2:5$
2. Ако је $a:b=3:2;\ b:c=1:5$, проширивањем друге размере са 2 добијамо $b:c=2:10$, па је $a:b:c=3:2:10$
3. Ако је $a:b=3:2;b:c=5:3$ прву размеру проширимо са 5, а другу са 2
(НЗС за 5 и 2 је 10. 5 и 2 су коефицијенти који одговарају b)
добијамо $a:b=15:10;\ b:c=10:6$ из чега следи $a:b:c=15:10:6$
Задатак 174.

Завршни део часа:

Поновити проширивање и скраћивање размере.

Домаћи задатак: Задаци 169. и 176.

Бонус задатак: На слици су приказана четири концентрична круга са полупречницима $1, 2, 3$ и 4. Наћи однос површина осенченог дела према површини највећег круга.



Редни број часа: _____

Директна и обрнута пропорционалност

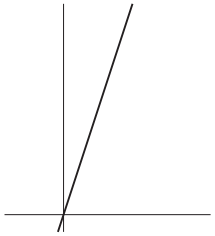
Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме. Прихватање математике као корисног алата у свакодневном животу и професији.
Образовни задатак: Ученик треба да понови шта су директно и обрнуто пропорционалне величине и да их уочи у конкретној ситуацији.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да примене стечено знање.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности:
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: директна и обрнута пропорционалност
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова; израда примера на табли; избор задатака.
Активности ученика: Формулисање особина и дефиниција на основу ранијих знања и израда задатака.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити знање из основне школе: Шта су директно, а шта обрнуто пропорционален величине? Навести неки пример (ученици).

Главни део часа:

Дефиниција: За две зависне величине x,y кажемо да су **директно пропорционалне** ако им је количник константан, тј. : $\frac{y}{x}=k, k\neq 0$ што је еквивалентно са $y=kx,\ x\neq 0$.



Директно пропорционалне

Две величине су директно пропорционалне ако обе истовремено расту, односно опадају. Нпр. брзина и пређени пут (уз константно време).
Директно пропорционалне величине могу се представити графички (ограничавамо се на позитивне бројеве због практичне примене)

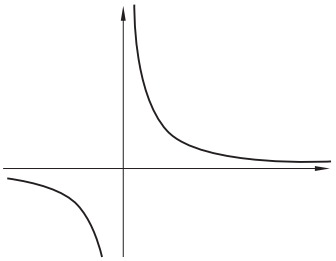
Задаци:
Задатак 177. На карти која има размеру $1:250\ 000$ растојање између места А и В је 2 центиметра. Колико је растојање: а) у природи, б) на карти у размери $1:80\ 000$?
Задатак 179. Од 10 килограма предива изатка се 18 метара штофа. Колико се метара штофа изатка од 35 килограма предива?
Решење: Задатак можемо графички представити на следећи начин:

$$\begin{array}{cc} 10\ kg & \uparrow 18\ m \uparrow \\ 35\ kg & x\ m \end{array}$$

Како су величине директно пропорционалне то ћемо представити стрелицама у истом смеру. Пратећи стрелице долазимо до размере: $35:10=x:18\Rightarrow x=63m$.

Дефиниција: За две зависне величине x,y кажемо да су обрнуто пропорционалне ако им је производ константан, тј. : $x\cdot y=k,\ k\neq 0$, што је еквивалентно са $y=\frac{k}{x}, x\neq 0.$

Једна величина расте, а друга опада. Нпр. брзина и време (за исти пут).



Обрнуто пропорционалне

Теорема: Ако су x,y обрнуто пропорционалне, онда је једна од њих директно пропорционална реципрочној вредности друге.

Задатак 191. Један посао три радника обаве за 12 дана. За колико дана би исти посао обавила четири радника?

Решење: Због тога што су величине обрнуто пропорционалне стрелице иду у супротном смеру:

$$\begin{matrix}3\\4\end{matrix}\uparrow\begin{matrix}12\\x\end{matrix}\downarrow\Rightarrow 4:3=12:x\Rightarrow x=9$$

Задатак 186. Један посао су започела 33 радника и по плану би га завршили за 80 дана. Међутим, после 16 радних дана, 9 радника је напустило посао. За колико дана је посао завршен?

Решење: Посматрамо ситуацију након 16 дана: Да је остало свих 33 радника завршили би посао за $80-16=64$ дана, али остало их је $33-9=24$ и завршиће посао за x дана:

$$\begin{matrix}33\\(33-9)\end{matrix}\uparrow\begin{matrix}(80-16)\\x\end{matrix}\downarrow\Rightarrow 24:33=64:x\Rightarrow x=88$$

али пошто су сви радници радили 16 дана, посао је обављен за $16+88=104$ радна дана.

Урадити задатке: $193.$, $194.$, $187.$, $188.$

Завршни део часа:

Поновити како утврђујемо да ли су величине директно или обрнуто пропорционалне.

Редни број часа: _____

Прост и сложен сразмерни рачун

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме.
Прихватање математике као корисног алата у свакодневном животу и професији.
Образовни задатак: Ученик треба да се оспособи да разликује обрнуто и директно пропорционалне величине и да то знање примени у сложеном сразмерном рачуну.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да примене знање о пропорционалним величинама у практичним примерима.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; примена знања
Резултат часа: Оспособљеност за примену сразмерног рачуна у различитим ситуацијама.
Кључне речи: директна и обрнута пропорционалност
Активности наставника: Избор задатака и давање инструкција за њихово решавање.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Задатак 182. За греду дужине 6 метара, ширине 2 дециметра и дебљине 1,3 дециметра плаћено је 260 динара. Колика се дужина греде добија за 280 динара ако јој је ширина 21 центиметар, а дебљина 16 цм?
Решење: Први начин: Израчунати запремину даске нпр. у кубним метрима (претворити јединице).

$$\begin{matrix} 6m\cdot 0,2m\cdot 0,13m & \uparrow & 260din \\ xm\cdot 0,21m\cdot 0,16m & & 280din \end{matrix} \uparrow \Rightarrow x = 5m$$

Ово се може записати и као

$$x:6=\frac{0,2\cdot 0,13\cdot 280}{0,21\cdot 0,16\cdot 260}=\frac{20}{21}\cdot\frac{13}{16}\cdot\frac{280}{260}$$

тј. размере се множе. Утврдити да код размере није важно у којој је јединици изражена нека величина, ако су исказане у истој јединици.

Главни део часа:

Други начин:

$$\begin{matrix} 6m & \uparrow & 20cm & \downarrow & 13cm & \downarrow & 260din \\ x & & 21cm & & 16cm & & 280din \end{matrix} \uparrow \Rightarrow x:6=(20\cdot 13\cdot 280):(21\cdot 16\cdot 260)$$

Урадити задатке: 180., 183.,185., 198. и 184.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: 189., 190., 195. и 199.

Редни број часа: _____

Рачун поделе и мешања

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме. Оспособљеност за примену знања.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да примени директну и обрнуту пропорционалност. **Функционални задатак**: Ученици треба да стекну способност да примене стечена знања.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; способност примене стечених знања.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да примене знање.
Кључне речи: подела, помешати
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво; избор задатака; помоћ ученицима у решавању задатака.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Када неки износ треба поделити на више делова који чине пропорцију (просту или продужену) онда се тај поступак зове **рачун поделе**.

Пример: Милош и Душан су од деде добили 6000 динара и треба да га поделе директно пропорционално својим годинама. Ако Милош има 13, а Душан 12 година колико ће ко добити?

$$13k+12k=6000$$
$$k=400$$

Ученици сами треба да реше задатак.

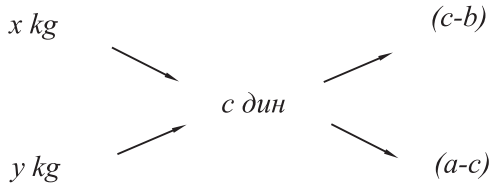
Главни део часа:

Урадити задатке: $202.$,
Задатак $201.$ Поделити број 3840 на делове који су обрнуто пропорционални бројевима 7 и 8.
Упутство:
Први начин: $x:y=8:7$
Други начин: $x:y=\frac{1}{7}:\frac{1}{8}=\frac{8}{56}:\frac{7}{56}=8:7$
Задатак $203.$, $210.$

Приликом прављења легура, смеса или раствора користи се размера и тај рачун се назива рачун мешања. Уколико треба помешати x килограма робе чија је цена a са y килограма робе чија је цена b и треба одредити цену c добијене мешавине, онда важи да је

$$ax+by=(x+y)c\Leftrightarrow ax-cx=cy-by\Leftrightarrow x:y=(c-b):(a-c)$$

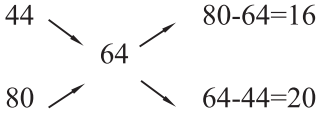
Шематски се то може представити и као:



Смеше са три или више компонената $x:y=(c-b):(a-c)$ своде се на проблем са две компоненте.

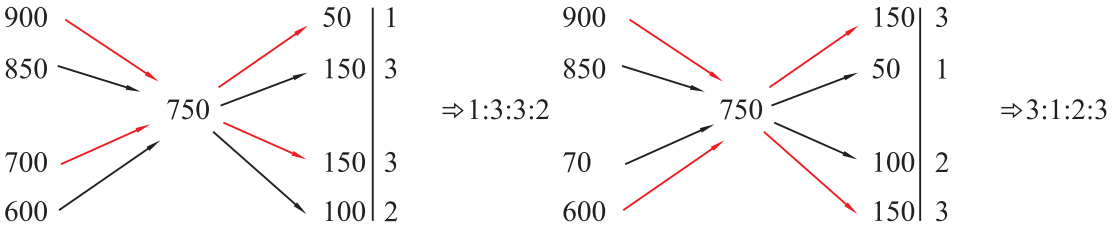
Задатак 212. Колико треба узети сумпорне киселине јачине 44%, а колико киселине јачине 80% да би се добило 18 литара киселине јачине 64%?

Решење: _ па их треба помешати у размери $16:20=4:5$ $4к+5к=18;\ к=2.$ Прве киселине треба 8, а друге 10 литара.



Задатак 221. Колико сребра финоће 900‰, 850‰,700‰ и 600‰ треба узети да би се добио пехар масе 18 килограма финоће 750‰?

Решење: Постоје два решења. Треба уочити да када се помешају прве две или последње две врсте сребра не може да се добије сребро тражене финоће. Због тога можемо помешати сребро на два на-



чина 900 са 700, а 850 са 600 или 900 са 600, а 850 са 700.

Завршни део часа:

Специјално ако важи $a:x=x:b\Rightarrow x=\sqrt{ab}$; $a,b>0$ за x кажемо да је геометријска средина бројева a,b.

Домаћи задатак: Задаци 200.,208., 213., 216. и 223.

Бонус задатак: У корпи се налази 10 килограма грашка. Извађено је 2 килограма грашка и додато 2 килограма пасуља и све измешано. Затим је извађено 2 килограма те мешавине и додато поново 2 килограма пасуља и промешано. Колика је размера масе грашка и пасуља после последњег мешања?

Решење: Након првог мешања има 8 килограма грашка и 2 килограма пасуља. Затим

$$\left.\begin{aligned} 8-\frac{2}{10}\cdot 8&=\frac{32}{5}\\ 2-\frac{2}{10}\cdot 2+2&=\frac{18}{5}\end{aligned}\right\}\Rightarrow 32:18=16:9$$

Редни број часа: _____

Процентни рачун

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме. Оспособљеност за примену знања. Схватање значаја математике.
Образовни задатак: Ученик треба да разуме примену процената у различитим примерима из свакодневног живота.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да искористе знање у свакодневним ситуацијама.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; схватање многобројних примена математике.
Резултат часа: Дубље разумевање и примена раније усвојених појмова.
Кључне речи: проценат, промил
Активности наставника: Увођење нових појмова и исписивање на табли; избор задатака; помоћ ученицима.
Активности ученика: Израда задатака.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта је **проценат**? (стоти део ***pro***−за, ***cent***−сто) Како означавамо проценат ? $(\%)$
Колико износи 10% од 900?

Главни део часа:

Основна величина процентног рачуна (нпр. улог у банци, норма, свота предвиђена неким планом,...) назива се **главница** и означава се са **G**. Са **p** означавамо **процентну стопу**, број процената (процената камате, губитка, добитка,...), док са **P** означавамо **процентни износ** (износ добитка, губитка, камате,...) Рећи да није неопходно радити преко ове пропорције. Нагласити особине пропорције.

$$G:100=P:p$$

Задаци $226.$, $227.$
Промил је хиљадити део (pro−за mille−хиљаду) главнице. Означава се $‰$ и рачуна помоћу пропорције:

$$G:1000=P:p$$

Задатак $241.$, $242.$
Користећи особине пропорције може се закључити да важи и:

$$(G+P):\ (100+p)=P:p;\ (G-P):\ (100-p)=P:p \text{ и сл.}$$

Задаци: (Могу се радити и без именовања главнице и сл.)
$233.$ Цена производа подигнута је за 10%, а затим снижена за 10%. За колико процената се променила цена у односу на првобитну?
Решење: Пре решавања ученици треба да процене да ли ће цена бити мања или већа и зашто.

$$x \to \frac{110}{100}x \to \frac{90}{100}\cdot\frac{110}{100}x = \frac{99}{100}x$$

смањена је за 1%.

Задатак $235.$ Цена једног производа снижена је за 50%. За колико процената треба нову цену подићи да би се добила првобитна?

Решење: Пре решавања ученици треба да процене да ли ће проценат бити већи или мањи од 50% и зашто. Покушати да се до решења дође без рачуна.

$$\frac{50}{100}x : x = 100 : p \Rightarrow p = 200\%$$

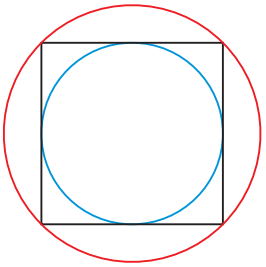
Треба је повећати за 100%. Питати шта би било да је цена прво повећана, а затим снижена.

Задатак $239.$ Свеже печурке садрже 90% воде, а суве 12%. Колико килограма сувих печурки се може добити од 22 килограма свежих?

Решење: Са ученицима доћи до закључка да се мења и количина и проценат. Зато се треба везати за количину која остаје непромењена – суву материју. У свежим печуркама има је 10%, што износи $2{,}2$ килограма, а у сувим 88% $2{,}2:88$=x:100, добија се $2{,}5$ килограма.

Завршни део часа:

Нагласити да проценат мора да се посматра у односу на величину и да нпр. повећање од 10% у апсолутном износи не значи исто, већ зависи од главнице.



Домаћи задатак: $228.$, $230.$, $232.$, $234.$и $236.$

Бонус задатак: Површина мањег круга са слике је $n\%$ површине већег круга. Наћи n.
Колико процената површине мањег круга је површина већег круга?

Редни број часа: _____

Каматни рачун*

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме. Схватање значаја математике. Оспособљеност за примену знања.
Образовни задатак: Ученик треба да се оспособи да решава једноставније проблеме везане за каматни рачун.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да примене знање.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и примена раније стечених знања.
Кључне речи: камата, проценат, капитал, процентна стопа
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и уочавање особина и алгоритама.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити $G:P=100:p$, као и особине пропорције нпр. $(G+P):P=(100+p):p$; $(G-P):P=(100-p):P$

Главни део часа:

Означићемо са K капитал (почетни улог, еквивалентно главници), са I камату (интерес), p – процентна стопа (у%), g – број година, m – број месеци, d – број дана.

$$K:I=100:pg$$
$$K:I=1200:pm$$
$$K:I=36500:pd$$

Задаци $244.$,$245.$, $247.$, $248.$, $253.$, $255.$

Завршни део часа:

Питања ученика.

* Због недостатка времена могуће је уместо ове наставне јединице вежбати проценат.

Редни број часа: _____

Таблично и графичко приказивање стања, појава и процеса

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, графичка, илустрација
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме. Оспособљеност за примену знања.
Образовни задатак: Ученик треба да зна да прочита тражени податак, али и да га графички прикаже. Ученик треба и да уме да прокоментарише дати приказ.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да појаве и стања прикажу на различите начине.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално приказују различите појаве графички.
Кључне речи: хистограм, график, дијаграм, «питица»
Активности наставника: Задавање проблема који треба представити, давање упутстава ученицима.
Активности ученика: Цртање графика и њихово коментарисање.
Наставна средства: креда, табла, компјутери
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

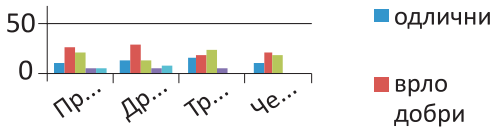
Нађи неки дијаграм из дневних или недељних новина и „прочитати“ га са ученицима.

Главни део часа:

Узети неке податке везане за школу и представити их на различите начине. Прво „ручно“– објаснити да висина хистограма, централни угао код „питице“ и сл. морају бити пропорционални броју који се приказује. Користити креде у боји.
Уколико постоји могућност, у другом делу часа користити рачунар.

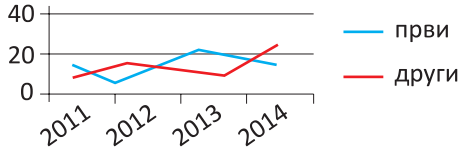
Подаци се могу, ради прегледности, приказати на различите начине:

А) Хистограмом



Б) „Питицом“

В) Графиконом,....



Завршни део часа:

Ученицима дати инструкције да неку појаву (оцене на последњој контролној вежби и сл.) прикажу графички на листу папира (признати и радове урађене на компјутеру и одштампане).

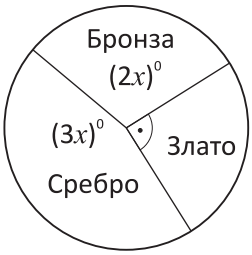
Бонус задаци:

1. На графикону је приказана расподела медаља на светском првенству.

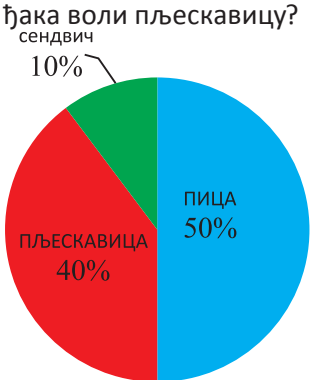
1) Наћи x.

2) Наћи однос броја бронзаних и сребрних медаља према златним медаљама.

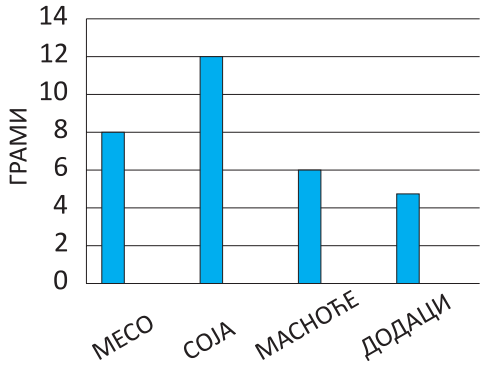
3) Ако је укупно додељено 80 медаља одреди број златних, сребрних и бронзаних медаља.



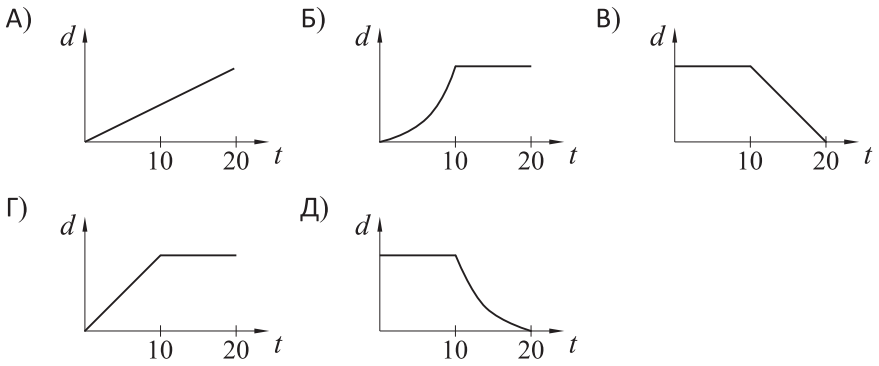
2. Графикон представља истраживање коју врсту хране највише воле ђаци. 200 ђака је бирало између пице, пљескавице и сендвича. Колико ђака воли пљескавицу?



3. Графикон представља састав пљескавице у једном ресторану. Колики је однос меса према осталим састојцима?



4. Милош је шетао 10 минута константном брзином, а затим одмарао 10 минута. Који од приказаних графика приказује његово кретање?



Редни број часа: _____

Систематизација теме

Тип часа: систематизација
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Развијање аналитичности и систематичности.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да примени пропорционалност у различитим ситуацијама.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да протумаче проблем и примене одговарајући поступак.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; способност самопроцене.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: пропорционалност, проценат, помешати, поделити
Активности наставника: Подела ученика на групе, подела задатака, координација међу групама и коментари евентуалних грешака.
Активности ученика: Израда задатака
Наставна средства: креда, табла, листићи са задацима
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подела ученика на групе; подела материјала и објашњење захтева.
Нпр. поделити ученике у четири групе. Свака група ради по четири задатка. Након $25-30$ минута представник сваке групе уради по један задатак на табли (најбоље задатак који је био „проблематичан“.)

Главни део часа:

Прва група:

1. Радећи дневно 8 часова, 20 радника је зарадило $1\ 200\ 000$ динара за 15 дана. Колико часова дневно треба да ради 40 радника да би за 10 дана зарадили $1\ 000\ 000$ динара?
2. Милица, Ена и Ана учествовале су у наградној игри и треба да поделе добитак од 28000 динара на следећи начин: Ана треба да добије два пута више него Милица, а оно што добију Милица и Ена треба да буде у размери $3:5$. Колико ће новца добити свака од њих?
3. Ако се цена артикла најпре повећа за 30%, а затим смањи за 20% како се променила коначна цена артикла је у односу на почетну?
4. Колико литара сока по цени 85 динара и 72 динара по литру треба помешати да би се добио 221 литар сока по цени 800 динара?

Друга група:

1. Од 300 метара тканине ширине 140 цантиметара сашивено је 100 одела. Колико метара тканине ширине 150 сантиметара је потребно за 150 истих таквих одела?
2. Зоран, Душан и Никола су у игри ЛОТО добили $277\ 500$ динара и треба да их поделе на следећи начин: Делови које добију Зоран и Душан треба да буду у размери $3:$“, а делови које треба да добију Никола и Зоран у размери $4:5$. Колико ће ко новца добити?
3. Златни пехар масе 300 грама треба да буде направљен од злата финоће $750‰$. На располагању

имамо злато финоће $800‰$, $700‰$ и $600‰$. Колико је потребно које врсте злата?
4. Ученик је купио 10 танких и 4 дебеле свеске и укупно платио 720 динара. Цена дебеле свеске је 10% већа од цене танке свеске.
а) Колика је цена танке, а колика дебеле свеске?
б) На крају године цена танке свеске је смањена за 8%, а цена дебеле свеске се није мењала. Јован је на крају године купио 11 тањих свезака, а Марко 8 дебелих свезака. Ко је платио више и за колико процената?

Трећа група:

1. Драган, Милица, Никола и Сања треба да поделе 360 евра обрнуто пропорционално својим годинама. Ако Драган има 20, Милица 15, Никола 12, а Сања 10 година, колико ће ко новца добити?
2. Чисто злато има 24 карата. Помешати чисто злато са златом од 18 карата и 5 грама злата од 16 карата да би се добило злато од 22 карата. Колико је злата добијено?
3. При провери влажности пшенице утврђено је да износи 16%. После сушења 2000 килограма маса се смањила за 20 килограма. Одредити проценат влажности зрна након сушења.
4. Ако 12 радника, радећи 5 дана, заради 12500 динара, колико 15 радника заради за 6 дана?

Четврта група:

1. Планирано је да 5 радника изврше попис за 4 дана радећи дневно 8 сати. Другог дана рада, због болести, на посао дође само 3 радника па се договоре 2 сата дуже. Да ли ће попис бити завршен на време?
2. За неки експеримент нам је потребан 30% раствор сумпорне киселине, а ми имамо 50% раствор и дестиловану воду. Како треба да их помешамо да бисмо добили одговарајући раствор?
3. До које масе треба да испари 800 грама 10% раствора соли да би се проценат соли повећао на 16%?
4. Три села су изградила мост чија је вредност 76 милиона динара. Свако село сноси трошкове сразмерно броју становника. Ако села имају 1500, 2400 и 1800 становника колико је које село платило изградњу моста?

Завршни део часа:

Коментар евентуалних грешака или проблема. Похвалити и наградити (оценом) најбоље ученике.
Неко од ученика нека припреми за **домаћи задатак** причу о настанку Архимедовог закона и делу Архимеда.

Домаћи задатак (за све ученике): Тест број 3.

Увод у геометрију

Редни број часа: _____

Основни и изведени ставови геометрије; основни објекти геометрије; тачка, права, раван

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Развијање интересовања за математику. Увид у важност изучавања математике кроз историју.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји:основне појмове тачка, права, раван и основне релације међу њима;основне ставове- аксиоме;изведене ставове теореме.
Функционални задатак: Развијање свести о значају математике и њене историја.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација геометријских појмова и схватање дедуктивног начина мишљења.
Кључне речи: аксиома, теорема, тачка, права, раван
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво; кратке историјске дигресије; записивање на табли ознака.
Активности ученика: Формулисање особина и дефиниција на основу ранијих знања.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

За које гране математике сте чули? Аритметика, алгебра, геометрија,... Чиме се баве?

Главни део часа:

Геометрија (мерење земље) је једна од најстаријих научних дисциплина.
Као и већина наука почела је као индуктивна (објаснити).
У Месопотамији су 1000 година пре Питагоре постојале таблице са тзв. Питагориним тројкама бројева, али није било уопштења теореме. Стога се она приписује Питагорејској школи.

Један од најстаријих фрагмената Еуклидових „Елемената“
Око 100 год.п.н.е.

Еуклид је свом делу Елементи (који се састојао из 13 књига) доследно применио дедуктивни метод у излагању геометрије. Објаснити како је изгледала књига у то време. У част Еуклида геометрију коју изучавамо називамо **еуклидска геометрија**.
Књига „Елементи“ је књига са највише издања након Библије.

Еуклид (Εὐκλείδης, 330-275 год.п.н.е.), грчки математичар. Радио је у Александрији где је основао школу. Бројеве је интерпретирао геометријски.

Анегдота: *Када је Еуклид отишао фараону Птоломеју да му покаже књигу „Елементи“ фараон га је упитао:“Постоји ли лакши начин за проучавање геометрије од проучавања „Елемената“?“ Овај је одговорио да не постоји. На Птоломејево питање „Постоји ли краљевски пут до математике?“ Еуклид: „Нема краљевског пута. Ко жели знатида зна математику мора да ради. Исто важи и за краљеве.“*

Основни геометријски појмови (који се не дефинишу) су **тачка, права и раван**. Простор замишљамо као скуп тачака (тачке су елементи простора), а праве и равни схватамо као подскупове простора.
Тачке обележавамо великим штампаним словима латинице $A, B, C, \ldots, A_1, B_2, \ldots$
Праве обележавамо малим писаним словима латинице $a, b, c, \ldots, a_1, d_2, \ldots$ За праву која пролази кроз тачке А и В може се користити и ознака $p(A, B)$
Равни обележавамо малим грчким словима: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta \ldots$ У част великих грчких математичара, оснивача геометрије.
Ако је права p подскуп равни α, ($p \subset \alpha$) тада кажемо да права припада равни.
Ако за тачку M и праву p важи да је $M \in p$ тада кажемо да тачка припада правој.
Било који скуп тачака равни зовемо **геометријска слика** или **геометријска фигура.**
За тачке које припадају истој правој кажемо да су **колинеране**, а за тачке које припадају истој равни кажемо да су **компланарне**.

Основна тврђења у геометрији (која се узимају као интуитивно тачна и која не доказујемо) зову су **аксиоме -** ***ἀξιόειν*** на грчком- „ вредан поверења“. Данашњи систем аксиома систематизовао је у 19. веку математичар Хилберт. (непротивречан, независан и потпун – само интуитивно назначити ове особине система аксиома)

Сваки нови појам уводи се дефиницијом. **Дефиниција** (на латинском ***definitus*** - одређен, разговетан, јасан) представља одређивање једног појма помоћу већ познатих појмова тако да буде јасан.

Остала математичка тврђења треба доказати. Зовемо их **теореме**. (грчки theōrein што у преводу значи посматрати)

За однос правих и равни користе се скуповне ознаке $\cap, \cup, \notin, \in, \subset$
Основне релације су:
„Бити између“ А-В-С и „бити подударан“ $\cong$

Завршни део часа:

Како означавамо тачке, праве, равни,...? Шта је дефиниција? Навести неку дефиницију? За **домаћи задатак** неко од ученика треба да припреми кратку причу о Еуклиду.

Редни број часа: _____

Релација припадања; аксиоме припадања

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Упознавање ученика са принципом дедуктивног излагања геометрије и појмом аксиома.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам аксиома и схвати њихову форму.
Функционални задатак: Развијање свести о развоју математике кроз векове, њеној дужини трајања и надовезивању знања.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација геометријских појмова и схватање дедуктивног начина мишљења.
Кључне речи: аксиома, теорема, тачка, права, раван
Активности наставника: Формулисање аксиома и њихова илустрација цртежом на табли.
Активности ученика: Формулисање аксиома
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Који су основни појмови у геометрији? Шта су теореме?

Главни део часа:

(Поновити са претходног часа)
Основна тврђења у геометрији (која се узимају као интуитивно тачна и која не доказујемо) зову се **аксиоме -** ***αξιωμα*** на грчком- „ вредан поверења“. Данашњи систем аксиома систематизовао је у 19. веку математичар Хилберт. (непротивречан, независан и потпун)

Аксиоме припадања (инциденције):

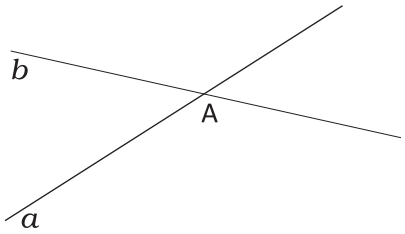
Не захтевати памћење аксиома напамет, већ само уочавање форме.
Ах 1: Свака права садржи најмање две различите тачке. Постоје три неколинеарне тачке.
Ах 2: Сваке две различите тачке одређују једну праву.
Ах 3: Сваке три неколинеарне тачке одређују једну раван.
Ах 4: Свака раван садржи најмање три неколинеарне тачке. Постоје четири некомпланарне тачке.
Ах 5: Свака права која са неком равни има заједничке две различите тачке припада тој равни.
Ах 6: Ако две различите равни имају једну заједничку тачку, онда имају заједничку праву.

Објаснити да прва група аксиома уређује односе међу основним појмовима – тачкама, правама и равнима.
Следеће групе аксиома чине: аксиоме распореда, аксиоме подударности и аксиоме непрекидности које само овлаш поменути.

Задаци:
1. Колико највише правих одређује 10 тачака? А најмање?
2. Колико правих одређује 10 различитих тачака међу којима су 4 тачке колинеарне?
3. Колико највише равни одређује 15 тачака?
4. Колико равни одређује 15 тачака међу којима су 4 компланарне?

5. Колико највише пресечних тачака одређује 20 тачака?

Ако две праве имају тачно једну заједничку тачку кажемо да се секу. $a \cap b = \{A\}$



Задатак 256.:

Теорема: Две праве које се секу одређују једну раван.

Доказати.

Теорема: Права и тачка ван ње одређују једну раван.

Неко од ученика треба да докаже. Не инсистирати на доказу „једну и само једну“, али нагласити.

Завршни део часа:

Колико тачака одређује праву? Колико тачака одређује раван? Шта су колинеарне, а шта компланарне тачке?

Редни број часа: _____

Релација распореда; дуж, многоугаона линија, полуправа, полураван, полупростор

Тип часа: утврђивања
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Развијање позитивног става према математици. Развијање интересовања за математику. Увид у важност изучавања математике кроз историју . Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Ученик треба да схвати дедуктивни принцип заснованости геометрије и да савлада такав начин размишљања и закључивања.
Функционални задатак: Развијање свести о значају прецизности језика. Оспособљеност ученика да самостално дефинишу појмове.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности;
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација геометријских појмова и схватање дедуктивног начина мишљења.
Кључне речи: аксиома, теорема, полуправа, полураван, полупростор
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и помоћ у формулисању дефиниција и теорема.
Активности ученика: Формулисање аксиома
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

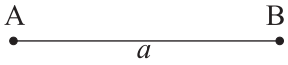
Уводни део часа:

Шта је релација? Међусобни однос два или више објеката. (Од латинске речи ***relatio*** - однос, веза)
Које су основне релације? (У геометрији)
Релација распореда је основна релација и не дефинише се. A-B-C или C-B-A значи да је тачка B између тачака A и C. Подразумева се колинеарност тачака.

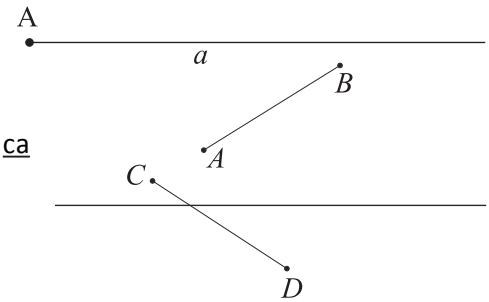
Питати ученике шта је дуж.

Главни део часа:

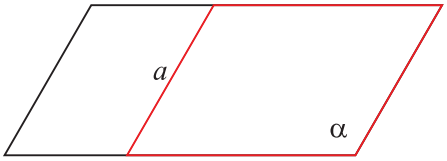
Дефиниција: **Дуж** је скуп тачака дате праве које се налазе између две дате тачке, укључујући и те две тачке које се зову крајеви дужи.
Уочити шта значи „са исте стране дате тачке“.



Дефиниција: **Полуправа** је скуп тачака дате праве које се налазе са исте стране дате тачке, укључујући и ту тачку.
Полуправу означавамо са Aa. Свака тачка на правој одређује две полуправе.
Две различите тачке A, B равни α које не припадају правој a а са исте су стране праве a ако дуж AB не сече праву a.



Дефиниција: Све тачке које се налазе са исте стране дате праве, укључујући и тачке дате праве чине **полураван**.



Полураван означавамо са $a\alpha$.
Ученици би требало да дефинишу **полупростор**: скуп тачака простора које се налазе са исте стране дате равни, укључујући и тачке дате равни.

Задаци:
1. Колико дужи одређује 12 тачака?
Навести ученике да схвате да није битно да ли има колинеарних тачака или не.

Завршни део часа:

Шта је дуж? Како се означава? Шта је полуправа?...

Бонус задатак: У равни је дато 8 правих. На колико највише области они могу поделити раван? А најмање?

Редни број часа: _____

Релација паралелности; аксиома паралелности

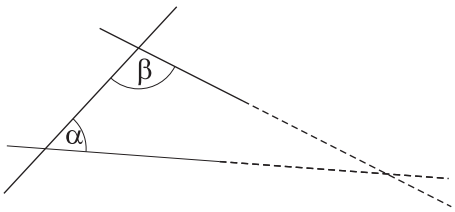
Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Развијање интересовања за математику. Увид у важност изучавања математике кроз историју. Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам аксиома и схвати њихову форму.
Функционални задатак: Ученици треба да развијају концентрацију, систематичност, прецизност у мишљењу и говору, уредност и прецизност.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација геометријских појмова и схватање дедуктивног начина мишљења.
Кључне речи: аксиома, теорема, тачка, права, раван
Активности наставника: Формулација аксиоме паралелности; излет у историју математике.
Активности ученика: Формулисање аксиома
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Када кажемо да се праве секу? (Када имају тачно једну заједничку тачку.) У каквом још положају могу да се налазе тачке у равни?

Главни део часа:

Две праве су **паралелне** уколико припадају истој равни и немају заједничких тачака или су им све тачке заједничке.
Записујемо $a||b$
Пети Еуклидов постулат:



Нека права сече две дате праве. Уколико је збир унутрашњих углова које пресечна права гради са датим правама мањи од опруженог угла, дате праве се секу.
Постулат (од грчке речи која значи хипотеза, претпоставка) је зато што се није знало да ли је аксиома или је последица осталих аксиома, тј. теорема.
Последица овог постулата је и да је збир углова у троуглу једнак збиру два права угла, да важи Питагорина теорема,...

Две праве су мимоилазне ако не постоји раван која их обе садржи.
Илустровати примерима ивица учионице.

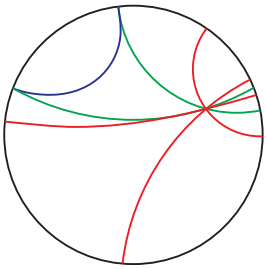
Теорема: Права a је паралелна са равни α ако и само ако у равни α постоји права која је паралелна правој a.

Једноставнију формулацију петог постулата саставио је, $1797.$ енглески математичар, **Џон Плајфер** $(1748 - 1819)$. Она гласи : **Кроз сваку тачку која не припада датој правој пролази тачно једна права која јој је паралелна.**

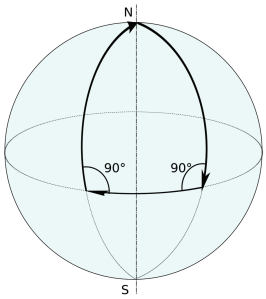
Кратка прича о геометрији Лобачевског:

Николај Иванович Лобачевски (1793.-1856.) руски математичар.
У царској Русији, Николај Иванович Лобачевски, тада главни библиотекар универзитета у Казању, изложио је свој рад о нееуклидској геометрији: ,,Кратко излагање основа геометрије са строгим доказом теорема о паралелним правцима''. У пропратном писму је молио да се рад одштампа али је комисија то одбила вероватно из чистог и потпуног неразумевања као и затворености за било какве револуционарне идеје. Као ректор објавио је у Казанском гласнику 1829. свој рад о хиперболичкој геометрији као део веће целине ,, О основама геометрије''. Будући да су то биле локалне новине, шира јавност за ову објаву није дознала. Лобачевски је наишао на отпор својим идејама чак и у самој Русији, где је тада најутицајнији руски математичар Михаил Васиљевич Остроградски (1801 - 1862) успео да спречи неколико публикација рада Лобачевског. Али Лобачевски се није предавао и 1837. успео је да свој рад објави у Паризу, а 1840. и у Берлину. Велика разлика у односу на рад Јаноша Бољаја је та што је Николај Иванович свој рад много дубље разрадио, па је стога сам рад много систематичнији и обимнији. За живота, Лобачевски је, био непознат и непризнат чак и у Русији. Остаје непознато зашто је пао у немилост и прерано пензионисан. Можда је то због његових предлога реформи наставе на Универзитету и предлога о реизбору професора.

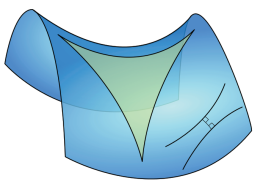
Јанош Бољај (1802 – 1860) је такође изучавао пети постулат и дошао до истог закључка до којег и Лобачевски. Те резултате је објавио као додатак књиге свога оца, познат само као Апендикс (издата 1832.) . Његов отац је писао своме пријатељу Гаусу, изнео револуционарне идеје свога сина, на шта је Гаус одговорио да је и он сам дошао до тог закључка, да је Јанош геније али да област којом се бави нема перспективу и да је сваки даљи рад на томе узалудан. Овакав одговор вероватно је јако утицао на младог Бољаја који до краја живота није објавио ништа више везано за нееуклидску геометрију или пети постулат.



Постулат (аксиома) Лобачевског:
Кроз тачку А ван праве а постоје бар две праве које су компланарне са правом а и које с њом немају заједничких тачака. На примеру равни представљене унутрашњом облашћу круга, без тачака кружне линије. (Поенкареов диск модел геометрије Лобачевског)
Из ове аксиоме следи неколико теорема: (навести само неку)
-Збир углова троугла мањи је од два права угла.
-Скуп тачака једнако удаљених од праве није права.
-Не може се око сваког троугла описати кружница.
-Ако у равни две праве при пресеку с трећом образују наспрамне углове чији је збир мањи од равног угла, оне се не секу увек.
-Ако су углови једног троугла подударни угловима другог троугла, и одговарајуће странице тих троуглова су подударне.



Математичари сматрају обе геометрије равноправним и еуклидску и геометрију Лобачевског. Евентуално на глобусу илустровати троугао са два права угла.
Задаци: 260., 263., 264., 270., 268.



Завршни део часа:

Шта су паралелне праве? Када је права паралелна равни?

Редни број часа: _____

Међусобни положај тачке, праве и равни

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања. Способност генерализације.
Образовни задатак: Ученик треба да разликује међусобне односе тачке, праве и равни
Функционални задатак: Ученици треба да развијају концентрацију, систематичност, прецизност у мишљењу и говору, уредност; развијање способности дедуктивног закључивања.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација геометријских појмова и схватање дедуктивног начина мишљења.
Кључне речи: тачка, права, раван, секу се, паралелне, мимоилазне праве
Активности наставника: Илустрација међусобних положаја тачака, правих и равни.
Активности ученика: Уочавање односа између тачака, правих и равни.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

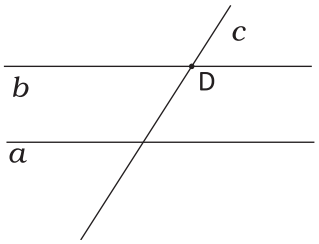
Уводни део часа:

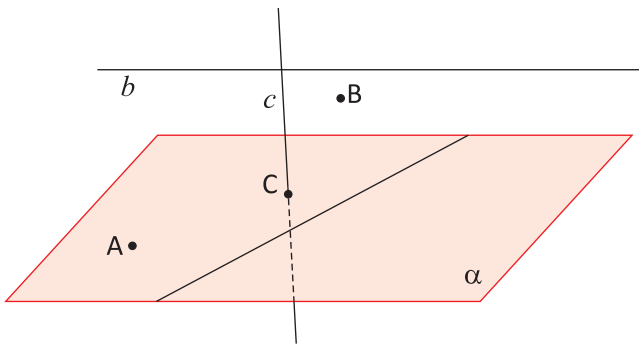
Који су основни геометријски појмови?

Главни део часа:

Права и тачка: $A \in a; B \notin a$

Две праве:
Секу се: имају тачно једну заједничку тачку. $b \cap c = \{D\}$ (поновити да одређују и тачно једну раван).
Паралелне су: ако припадају једној равни и немају заједничких тачака или су им све тачке заједничке. $a \| b$
Мимоилазне су: ако не постоји раван која их садржи. (на примерима ивица учионице, сунђера,...)



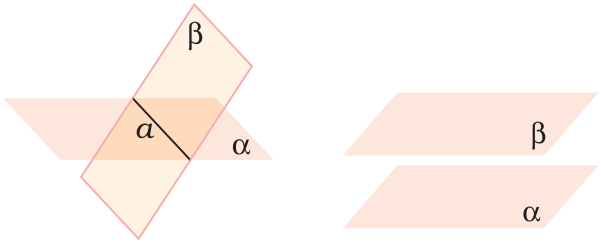


Тачка и раван: $A \in \alpha; B \notin \alpha$

Права и раван: $a \subset \alpha \vee c \cap \alpha = \{C\} \vee b \| \alpha$
права припада равни (све тачке праве су и тачке равни) или права продире раван (имају тачно једну заједничку тачку) или права је паралелна са равни (немају заједничких тачака)

Теорема: Права је паралелна са равни акко у равни постоји права која је паралелна са датом правом.

Две равни: $\alpha \| \beta \vee \alpha \cap \beta = a$
Равни су паралелне (немају заједничких тачака или су им све тачке заједничке $\alpha \equiv \beta$) или равни се секу (имају заједничку праву)



Задаци: 265., 266., 267., 269.а)274., 272.

Завршни део часа:

Неурађене задатке оставити за **домаћи** 268., 269.б), в) и 271.

Редни број часа: _____

Комбинаторни задаци из геометрије

Тип часа: утврђивања
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Развијање аналитичности и систематичности.
Образовни задатак: Ученик треба да схвати односе између основних геометријских објеката.
Функционални задатак: Оспособљеност за повезивање знања; оспособљеност за дедуктивно закључивање.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација геометријских појмова и схватање њихових међусобних односа.
Кључне речи: права, тачка, раван
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво.
Активности ученика: израда задатака на табли и у свесци
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Навести неку аксиому припадања. (Није неопходно да буде сасвим прецизна формулација.)
Међусобни положај две праве.
Закључити да је раван одређена са: 3 неколинеарне тачке; права и тачка ван ње; две праве које се секу; две паралелне праве
Шта су мимоилазне праве?

Главни део часа:

Задаци: У свим задацима се подразумева да су дате тачке, праве или равни међусобно различите.

1. У равни је дато 6 тачака међу којима нема колинеарних. Колико правих одређују те тачке?
2. У равни је дато 20 тачака од којих су 6 колинеарних. Колико правих одређију тачке?
3. У равни је дато 20 тачака од којих су две петорке колинеатних. Колико правих одређују те тачке?
4. Који је најмањи број тачака који одређује 36 правих?
5. У простору је дато 20 тачака. Колико **највише** равни могу да одређују ове тачке? А најмање?
6. Колико је равни одређено трима некомпланарним правама које имају једну заједничку тачку?
7. Дате су паралелне праве a,b и тачке A_1,A_2,A_3,A_4 на прави a и тачке B_1,B_2,B_3,B_4 на прави b и тачка С ван ових правих. Колико највише различитих равни одређују ове тачке и праве?
8. Дато је 5 различитих тачака у равни. За сваки од различитих положаја датих тачака одредити број правих које одређују.
9. Праве a,b мимоилазне су са правом с, а међусобно су паралелне. Ако су тачке A,B,C такве да $A\in a, B\in b, C\in c$ колико је највише равни одређено овим тачкама и правама?
10. Праве a,b припадају равни α и секу се. Какав положај према равни α може имати права c која сече праве a,b?
11. Дато је седам равни таквих да се сваке две од њих секу. Колико је највише правих одређено њиховим пресецима?
12. Праве a и b се секу у тачки Р. Праве a,c су паралелне, а праве b,c мимоилазне. Ако су тачке A,B,C такве да $A\in a, A\neq P, B\in b, B\neq P, C\in c$ колико је равни одређено овим тачкама и правама?

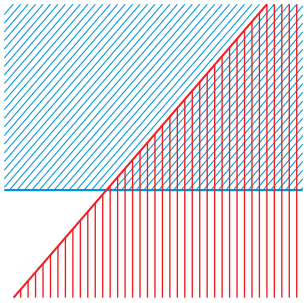
Завршни део часа:

Поновити међусобни положај тачака, праве и равни, одређеност праве и равни.

Редни број часа: _____

Угао, многоугао, орјентација равни; диедар

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам диедра, да разликује врсте углова.
Функционални задатак: Изграђивање свести о значају повезивања и допуне раније стечених знања.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Схватање начина дефинисања нових појмова. Оспособљеност ученика да правилно дефинишу појмове. Уочавање међусобних веза између углова.
Кључне речи: угао, диедар
Активности наставника: Заједно са ученицима дефинисање појмова, илустрација цртежима на табли.
Активности ученика: Формулисање дефиниција, израда задатака.
Наставна средства: креда, табла, троугао
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа



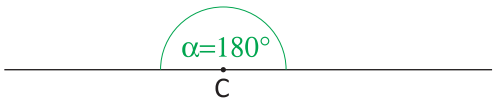
Уводни део часа:

Ученици треба да дефинишу шта је то угао. Најчешће га дефинишу помоћу угаоне линије.
Теме, краци, унутрашња област.

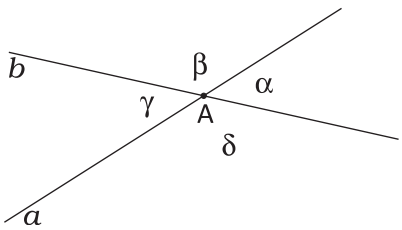
Главни део часа:

Дефиниција: **Конвексан угао** је пресек две полуравни чије се ивице секу.
Дефиниција: **Неконвексан (конкаван)угао** је унија две полуравни чије се ивице секу.

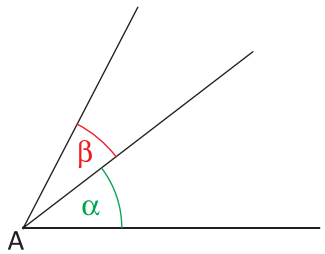
Врсте углова:



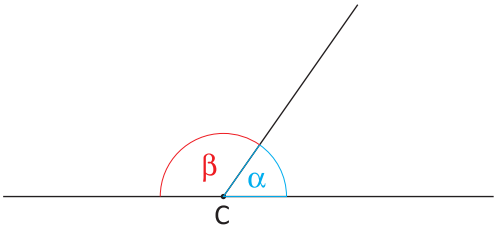
Опружен (раван) угао.



Унакрсни углови



Суседни углови су углови који имају заједнички крак, а области им се налазе са различитих страна тог крака.



Напоредни (упоредни) углови: суседни углови чија је унија једнака опруженом углу.
Угао који је једнак свом напоредном углу зове се **прав угао.** Нагласити како се означава на цртежу.

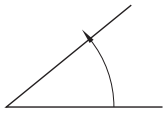
Која је јединица за мерење угла? (нагласити да је то, уз сате и минуте) мера која потиче из Месопотамије и да то што степен има 60 минута представља последицу коришћења хексагезималног система који је тада коришћен.
Степен је деведесети део правог угла. $1^{\circ}=60'=3600''$. Мање јединице су **минут** и **секунд**.

Комплементни углови: збир им је једнак $90°$.
Суплементни углови: збир им је једнак $180°$.

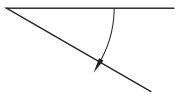
Врсте углова по величини: **нула угао**, **оштар**(већи од $0°$, а мањи од $90°$), **прав** (=$90°$), **туп** (већи од $90°$, а мањи од $180°$), **опружен** (=$180°$), **неконвексан** (већи од $180°$, а мањи од $360°$), **пун** (=$360°$)и **уопштен** (већи од $360°$) (илустровати цртежом).

Задаци: $280.$, (пре тога поновити преношење угла, централни угао), $281.$, $282.$, $283.$, $284.$, $289.$

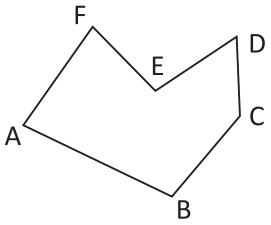
Позитивно оријентисани углови

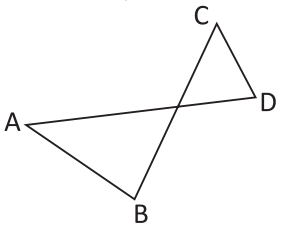


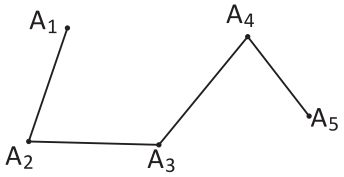
Негативнотивно оријентисани углови



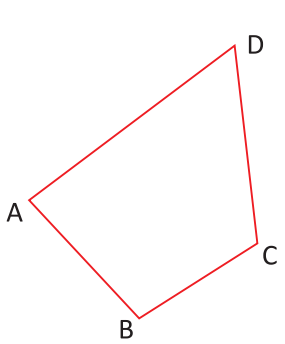
Нека су у равни дате тачке $A_1, A_2, \ldots, A_n; n>2$, такве да никоје (објаснити) три узастопне нису колинеарне. Унија дужи $A_1A_2 \cup A_2A_3 \cup \ldots \cup A_{n-1}A_n$ зове се **изломљена линија**. Изломљена линија може бити отворена и затворена (ако је $A_1=A_n$ онда је затворена).



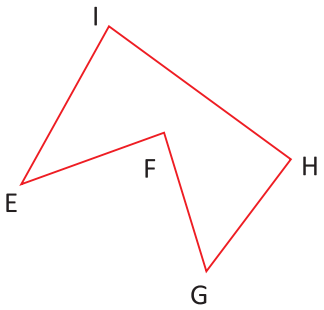




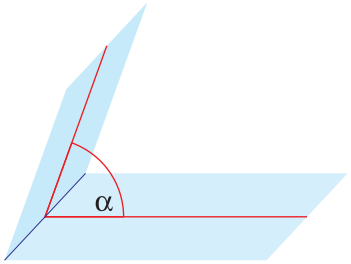
Ако несуседне странице изломљене линије немају заједничких тачака такву линију зовемо **многоугаона линија.**
Унутрашња област многоугаоне линије је скуп тачака са особином да свака полуправа чија је почетна тачка у области сече многоугаону линију непаран број пута.
Многоугао је унија многоугаоне линије и њене унутрашње области.
Многоуглови могу бити **конвексни** и **неконвексни**.
Означити темена, унутрашње и спољашње углове и странице многоугла.
Правилан многоугао је многоугао коме су све странице међусобно једнаке и сви углови међусобно једнаки.



конвексан многоугао



неконвексан многоугао



Дефиниција: **(Конвексан) диедар** је пресек два полупростора са непаралелним границама.

Објаснити шта је угао диедра.

Завршни део часа:
Шта је угао? Врсте углова.
Домаћи задатак: $288.$ и $285.$

Редни број часа: _____

Систематизација теме

Тип часа: систематизација
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Употреба математичког језика и симбола приликом решавања и аргументације проблема. Способност генерализације.
Образовни задатак: Ученик треба да систематизује основне геометријске појмове и везе међу њима.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да систематизују своја знања. Оспособљеност за разумевање текста; способност аргументације.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичност, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; Способност самопроцене.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација геометријских појмова и схватање дедуктивног начина мишљења. Правилно коришћење збирке задатака у самосталном раду.
Кључне речи: аксиома, теорема, тачка, права, раван
Активности наставника: Избор задатака, постављање питања и сл.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Ученицима задати задатке и дати им времена да ихураде (један по један). Дозволити и да „провире“ у решење, ако сматрају да је потребно.
Након неког времена урадити задатке (ученици) на табли или само прокоментарисати резултат.

Главни део часа:

Задаци: 275., 286., 287., 290., 291.

Завршни део часа:

Коментар о начину употребе збирке и самосталног вежбања код куће.

Подударност

Основни ставови о подударности. Изометрије, подударност геометријских објеката.
Подударност дужи, углова, троуглова.
Прав угао. Нормалност правих и равни. Угао између праве и равни.
Вектори и операције са њима.
Директне и индиректне изометрије. Симетрије, ротације и транслације равни и простора.
Односи страница и углова троугла.
Кружница и круг.
Значајне тачке троугла.
Четвороугао.
Примене.
Конструктивни задаци (троугао, четвороугао, многоугао, кружница)

Редни број часа: _____

Подударност дужи и углова; преношење и сабирање и одузимање дужи и углова

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка,монолошка, илустрација
Циљ часа: Понављање и допуна знања о преношењу дужи и углова.
Образовни задатак: Ученик треба да понови преношење, сабирање и одузимање дужи и углова.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да самостално сабирају и одузимају углове (конструктивно).
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: подударни углови, сабирање, одузимање
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подударност је основна релација.
Ако за четири тачке A,B,C,D важи $d(A,B)=d(C,D)$ кажемо да су дужи AB и CD подударне (једнаке) и пишемо $AB=CD$.

Аксиома: Подударност је релација екциваленције. (Поновити особине релације еквиваленције-рефлексивност, симетричност и транзитивност).
Комплементни: збир им је једнак $90°$.
Суплементни: збир им је једнак $180°$.

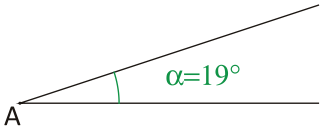
Главни део часа:

Поновити преношење, сабирање и одузимање дужи и углова.

Дефиниција: $M\text{-}N\text{-}P, MN=a \wedge NP=b \Rightarrow MP=a+b.$

Примери:

1. За дате дужи a, b конструисати дужи: $2a, a+b, a\text{-}b, 2a+b, \ldots$
2. За дате углове $\alpha, \beta; \beta>\alpha$ конструисати углове $2\alpha, \alpha+\beta, \beta-\alpha, \ldots$
3. Ако је дат угао од $19°$ конструисати угао од $1°$.



Упутство: $19 \cdot 19° = 361°$

Задаци $276.$, $277.$ и $278.$

Завршни део часа:

Домаћи задатак:

1. Одредити угао који је од свог комплементног угла већи за $3°$.
2. Колики је збир два угла који су суплементни са два комплементна угла?
3. Ако су симетрале два суседна угла међусобно нормалне, онда су та два угла напоредна. Доказати.
4. Одредити угао који је од свог суплементног угла мањи за онолико колико је већи од свог комплементног угла.

Редни број часа: _____

Трансверзални углови; прав угао, врсте углова

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања**.**
Образовни задатак: Усвајање појма трансверзалних углова.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да уоче и препознају трансверзалне углове и њихове особине.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Схватање појма и особина трансверзалних углова.
Кључне речи: трансверзални углови
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта је угао? Која је јединица за мерење угла?
Поновити: Мера угла – **степен** потиче из Месопотамије. Степен има 60 минута (последица коришћења хексагезималног система у Месопотамији).
Дефиниција: Угао који је једнак свом напоредном углу је **прав угао**.

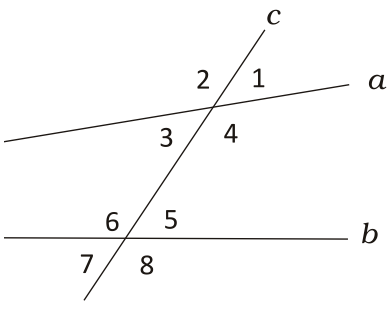
Главни део часа:

Врсте углова по величини: **нула угао**, **оштар**($\text{већи од } 0°$, а мањи од $90°$), **прав** ($=90°$), **туп** (већи од $90°$, а мањи од $180°$), **опружен** ($=180°$), **неконвексан** (већи од $180°$, а мањи од $360°$), **пун** ($=360°$) и **уопштен** (већи од $360°$) (илустровати цртежом)

Теорема: Дате су тачка А и права a у равни α. Кроз тачку А може се поставити једна и само једна права која је нормална на дату праву.

Задатак: Конструисати праву нормалну на дату праву
а) из тачке ван праве
б) у тачки на правој.

Ако две праве a,b пресечемо трећом c, праву c зовемо **трансверзала**. Углове $1,2,7$ и 8 зовемо **спољашњи**, а углови $3,4,5$ и 6 су **унутрашњи** (у односу на транверзалу).
Сагласни: са исте стране трансверзале, један спољашњи, један унутрашњи. Нпр. 3 и 7.
Наизменични: са различитих страна трансверзале, оба спољашњи или оба унутрашњи углови.
Нпр. 4 и 6.
Супротни: са исте стране трансверзале, оба спољашњи или оба унутрашњи углови. Нпр. 1 и 8.

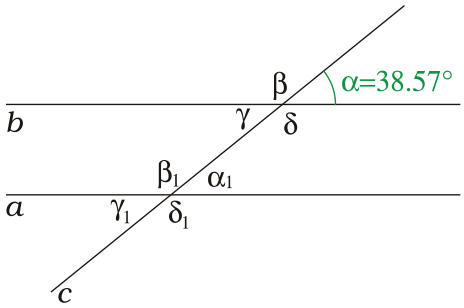


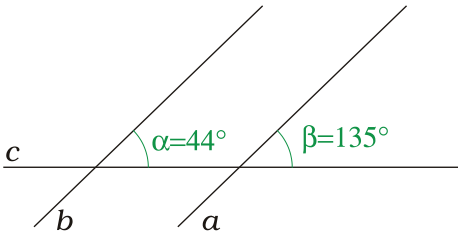
Теорема: Ако је $a||b$ онда су једнаки сагласни и наизменични углови, а супротни углови су суплементни. Важи и обрнуто (једнакост углова повлачи паралелност правих.)

Задаци:

1. Израчунати све углове са слике ако је $a||b$.
2. Да ли су паралелне праве a, b?

291. а),б),в),г)





Завршни део часа:

Поновити шта су наизменични, сагласни и супротни углови.

Домаћи задатак: Донети слику неке симетричне фигуре, не нужно везане за математику.

Редни број часа: _____

Ставови о подударности троугла

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Развијање систематичности и аналитичности; оспособљеност за примену знања
Образовни задатак: Ученик треба да уме да формулише и примени основне ставове о подударности.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да формулишу и умеју да примене основне ставове подударности троуглова.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; Неговање прецизности језика.
Резултат часа: Примена ставова о подударности троуглова.
Кључне речи: подударни троуглови
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Формулисање теорема заједно са ученицима.
Активности ученика: Формулисање теорема. Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

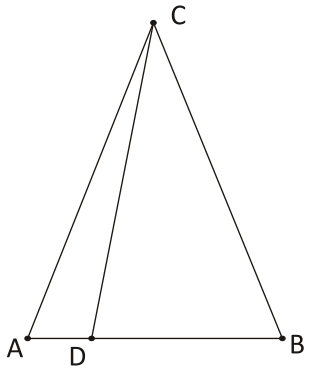
Шта су подударни троуглови?
$\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1 \Leftrightarrow (AB=A_1B_1,\ AC=A_1C_1,\ BC=B_1C_1,\ \alpha=\alpha_1,\ \beta=\beta_1,\ \gamma=\gamma_1)$

Главни део часа:

Подударност троуглова:
Теорема: Ако постоји изометрија која фигуру F_1 пресликава у фигуру F_2, тада кажемо да су **фигуре подударне** и записујемо $F_1 \cong F_2$.
Теорема: Подударност фигура је релација еквиваленције.

Ставови о подударности троуглова:

Теорема (ССС): Два троугла су подударна акко су странице једног троугла једнаке одговарајућим страницама другог троугла.
Теорема (СУС): Два троугла су подударна акко су две странице и угао захваћен њима једног троугла једнаки одговарајућим елементима другог троугла.
Теорема (УСУ): Два троугла су подударна акко су једна страница и на њу налегли углови једног троугла једнаки одговарајућим елементима другог троугла.
Теорема (ССУ): Два троугла су подударна акко су две страница и угао наспрам једне од њих једног троугла једнаки одговарајућим елементима другог троугла, а углови наспрам друге две странице су исте врсте (оба оштра, права или тупа).



Објаснити на примеру зашто морају углови бити исте врсте: У једнакокраком троуглу на основици AB је дата тачка која није средиште основице. Троуглови који се тако добијају очигледно нису подударни иако имају једнаке две странице и угао наспрам једне од њих. Уколико је тачка средиште основице углови су једнаки пошто су оба права.

Троугао је одређен са три основна елемента (странице или угла) који нису међусобно зависни (нпр. сва три угла нису независни елементи).

Урадити задатке: 292., 293., 295.

Завршни део часа:

Поновити ставове о подударности троуглова.

Домаћи задатак: Задаци 294. и 296.

Редни број часа: _____

Примена ставова о подударности троуглова

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација
Циљ часа: Оспособљеност за примену знања.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да протумачи текст задатка, нацрта слику и примени подударност троуглова.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да протумаче правилно текст задатка и да визуелизују проблем.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и примена подударности троуглова.
Кључне речи: подударни троуглови
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити ставове о подударности троуглова.

Главни део часа:

Задаци: 297., 301., 306.

Завршни део часа:

Питања ученика, коментар проблема који су настали током израде задатака.

Домаћи задатак: Задаци 307. и 308.

Редни број часа: _____

Примена ставова о подударности троуглова

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација
Циљ часа: Оспособљеност за примену знања
Образовни задатак: Ученик треба да уме да протумачи текст задатка, нацрта слику и примени подударност троуглова.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да протумаче правилно текст задатка и да визуелизују проблем.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и примена подударности троуглова.
Кључне речи: подударни троуглови
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити ставове о подударности троуглова.

Главни део часа:

Задаци: Доказати да су троуглови подударни ако су им једнаки следећи одговарајући елементи:
а) a, c, h_c
б) b, t_b, h_c

303. и 304.

Завршни део часа:

Питања ученика.

Редни број часа: _____

Примена подударности на једнакокраки и једнакостранични троугао

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, рад са текстом
Циљ часа: Оспособљеност за примену знања; Способност закључивања, генерализације.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да протумачи текст задатка, нацрта слику и примени подударност троуглова.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да протумаче правилно текст задатка и да визуелизују проблем. Развијање аналитичког мишљења. Способност самопроцене.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и примена подударности троуглова.
Кључне речи: подударни троуглови
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Чиме је одређен троугао? Чиме је одређен једнакокраки, а чиме једнакостранични троугао? (са два, односно једним основним елементом. Зашто?)

Главни део часа:

Задаци: 299.а), б), в), 300. г), д)

Завршни део часа:

Оцењивање ученика.

Домаћи задатак: Задаци 299. г), д), 300. а), б), в)

Редни број часа: _____

Вектори; једнакост вектора; сабирање и одузимање вектора; множење вектора скаларом

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања. Прихватање математике као корисног алата у свакодневном животу и професији.
Образовни задатак: Ученик треба да зна да изврши основне операције са векторима.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да самостално множе скаларом, сабирају и одузимају векторе(конструктивно).
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да изврше операције са векторима.
Кључне речи: вектор, сабирање, одузимање
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

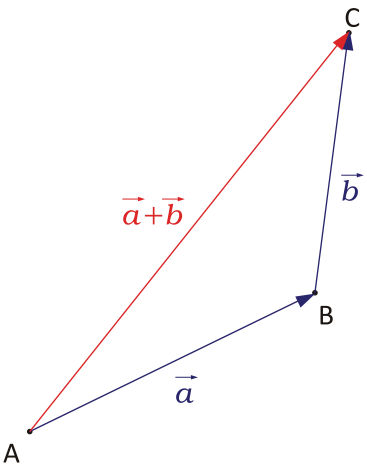
Уводни део часа:

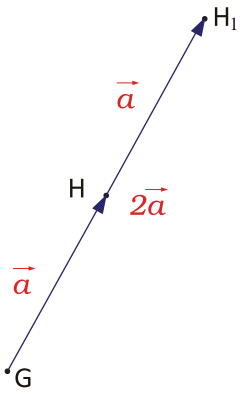
Величине делимо на **скаларне** и **векторске**. Маса је скаларна величина (одређена само бројном вредношћу), а тежина је векторска величина – одређена правцем , смером и интензитетом.

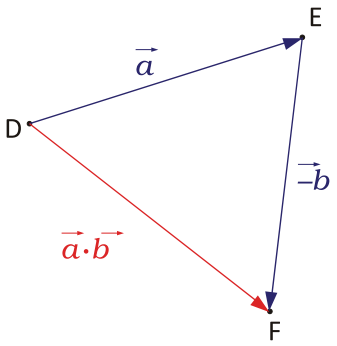
Главни део часа:

Дефиниција: Уређени пар тачака A,B и тачака које су између њих зовемо **усмерена дуж**. Тачка A је почетна, а B крајња тачка.

Скуп свих усмерених дужи које су међусобно једнаке зовемо **вектор** $\overrightarrow{AB}$.
Два вектора су **једнака** уколико имају једнак правац, смер и интензитет.
За два вектора кажемо да су **супротни** уколико имају исти правац и интензитет, а супротан смер $\vec{a} = -\vec{b}$. Збир два супротна вектора је нула вектор.
Вектор чији је интензитет једнак 0 се назива **нула вектор**.
Вектор чији је интензитет једнак 1 назива се **јединични вектор** (орт).







Операције са векторима:

Сабирање: $\vec{a}=\overrightarrow{AB};\vec{b}=\overrightarrow{BC}\Rightarrow\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AC}$

Одузимање се може схватити као сабирање супротног вектора $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$.

Множење вектора скаларом: $m\cdot\vec{a}=\vec{b}$, где вектор $\vec{b}$ има исти правац и смер као и вектор $\vec{a}$, а интензитет му је једнак $\left|\vec{b}\right|=\left|m\right|\cdot\left|\vec{a}\right|$.

Задаци:

За дате векторе $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ конструисати векторе: $\vec{a}+\vec{b},\vec{a}+2\vec{b},2\vec{a}-\vec{b}+\vec{c},\frac{1}{2}\vec{a}+3\vec{c},\vec{b}-\frac{2}{3}\vec{c}$

Уколико је потребно поновити како се дели дуж на три или пет делова.

Завршни део часа:

Поновити основне појмове везане за векторе: Чиме је одређен вектор? Када су вектори једнаки? Шта су супротни вектори? Шта је нула вектор? Шта је јединични вектор?...

Редни број часа: _____

Операције са векторима

Тип часа: утврђивање
Облик рада: групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, рад са текстом
Циљ часа: Оспособљеност за примену знања
Образовни задатак: Ученик треба да утврди знања о векторима.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да самостално сабирају и одузимају векторе(конструктивно).
Резултат часа: Разумевање и утврђивање операција са векторима.
Кључне речи: вектор
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли, подела на групе и подела задатака; оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поделити ученике на групе и поделити им задатке.

Главни део часа:

Група 1: задаци 311., 313., 315. и 317.
Група 2: задаци 312., 314., 316. и 318.

Завршни део часа:

Коментар задатака и грешака у раду. Оцењивање ученика.

Редни број часа: _____

Операције са векторима

Тип часа: вежбање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација
Циљ часа: Оспособљеност за примену знања.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да самостално изврши тражене операције.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да самостално на основу текста направе слику и разложе векторе.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Увежбаност у раду са векторима.
Кључне речи: вектор
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити операције са векторима.

Главни део часа:

1. Дати су вектори $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. Конструисати векторе $\vec{0}+\vec{b}-\vec{c};\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{3}b+\frac{1}{3}\vec{c}$.

2. Векторе који одговарају тежишним дужима троугла изразити помоћу вектора страница троугла.

3. Над векторима $\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MQ}$ конструисан је паралелограм чије се дијагонале секу у тачки О. Изразити преко вектора $\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MQ}$ векторе $\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON},\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}.$

4. Над страницама ВС, АВ троугла АВС конструисани су квадрати MNPC, ASTB. Ако је $\overrightarrow{AC}=\vec{b},\overrightarrow{BC}=\vec{a},\overrightarrow{BN}=\vec{p},\overrightarrow{BT}=\vec{q}$ изразити векторе $\overrightarrow{NP},\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CT},\overrightarrow{SN}$ помоћу вектора (у функцији) $\vec{b},\vec{a},\vec{p},\vec{q}$.

5. Дат је троугао АВС . Тачке A_1, B_1 и C_1 су средишта његових страница ВС, АС и АВ редом. Доказати да је $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}=\vec{0}$.

6. Дат је правилан шестоугао $ABCDEF$. Нека је $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b}$. У функцији $\vec{a},\vec{b}$ написати векторе $\overrightarrow{DE},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CD},\overrightarrow{FC},\overrightarrow{EA}.$

Завршни део часа:

Прокоментарисати грешке и дилеме ученика. Оценити неке од ученика за рад на часу.

Редни број часа: _____

Примена вектора: теорема о средњој линији троугла и трапеза

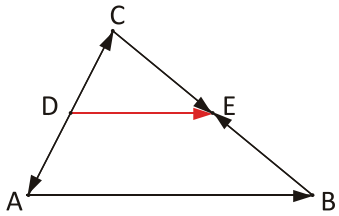
Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, операцијска, илустрација, графичка
Циљ часа: Способност закључивања; развијање аналитичности**;** способност математичке аргументације. Примена знања.
Образовни задатак: Ученик треба да примени знање о векторима у једноставнијим геометријским проблемима.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да протумаче текст задатка и примене стечена знања.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и примена раније усвојених појмова.
Кључне речи: вектор
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити сабирање и одузимање вектора.

Главни део часа:

Задатак 319. Средња линија троугла паралелна је са трећом страницом троугла и једнака њеној половини. Доказати. (**Теорема о средњој линији троугла**)



Решење:

$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{DE}&=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}\\ \overrightarrow{DE}&=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CE}\end{aligned}\right\}\Rightarrow 2\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CE}$$

Пошто су вектори

$\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}$ и $\overrightarrow{BE},\overrightarrow{CE}$ супротни, збир им је једнак $\vec{0}$.

Следи да је $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

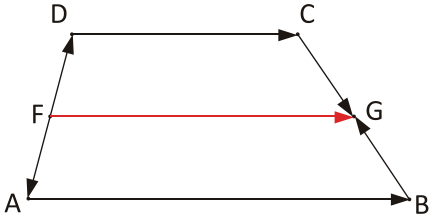
Нагласити да је паралелност последица једнакости вектора.

Ученици треба сами да докажу тврђење:
Теорема о средњој линији трапеза:
Средња линија трапеза паралелна је основицама трапеза и једнака њиховом полузбиру.

Решење:

$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{FG}&=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}\\ \overrightarrow{FG}&=\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CG}\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$2\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{DC}$$



Пошто су вектори

$\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{FD}$ и $\overrightarrow{BG}, \overrightarrow{CG}$ супротни збир им је једнак $\vec{0}$.

Следи да је $\overrightarrow{FG} = \dfrac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}}{2}$

Задатак $327.$ и $320.$

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци $322.$, $325.$ и $328.$

Редни број часа: _____

Вектори – утврђивање

Тип часа: утврђивање
Облик рада: групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, рад са текстом
Циљ часа: Оспособљеност за примену знања
Образовни задатак: Ученик треба да уме да протумачи текст задатка и да примени знање о векторима.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да примене своје знање.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; Ученици треба да процене ниво знања које поседују.
Резултат часа: Процена савладаности градива.
Кључне речи: вектор
Активности наставника: Формирање група, координисање рада по групама и између група.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Варијанта 1:
Поделити ученике у групе, по нивоу знања на основу претходних часова. Уколико неко из слабије групе реши своје задатке пребацити га у напреднију групу, а уколико неко из напредне групе није у стању да прати пребацити га (привремено) у слабију групу.
Варијанта 2:
Поделити ученике у нехомогене групе, нпр. по редовима. Прво радити лакшу групу задатака, па, по завршетку или истеку планираног времена, прећи на нешто тежу групу задатака.

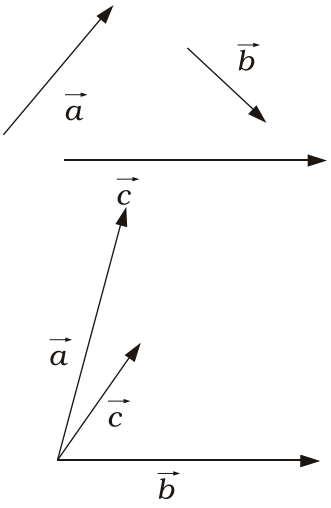
Главни део часа:

Лакша група задатака:

1. Дати су вектори $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$.

Конструисати векторе $2\vec{a}+\vec{b}-\vec{c};\qquad -\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+3\vec{a}$.

2. Вектор $\vec{c}$ разложи по векторима $\vec{a},\vec{b}$.



3. Дат је троугао ABC. Тачке M и P деле страницу AB на три једнака дела. Ако је $\overrightarrow{CA}=\vec{a};\quad \overrightarrow{CB}=\vec{b};$ изразити векторе $\overrightarrow{CM},\quad \overrightarrow{CN}$ помоћу ових вектора.

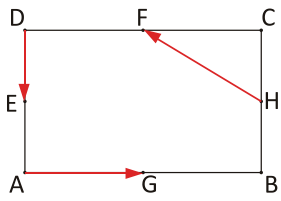
4. Дат је правоугаоник $ABCD$. $E,\ F,\ G,\ H$ су средишта његових страница.

А) Помоћу тачака са слике написати све векторе који имају исти смер као $\overrightarrow{DE}$.

Б) Супротан смер у односу на $\overrightarrow{HF}$.

В) Једнаки су са $\overrightarrow{AG}$.

Г) Супротни су $\overrightarrow{DE}$.



5. Дат је правоугаоник $ABCD$. Дијагонале му се секу у тачки S.
Чему су једнаки вектори: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC};\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AS};\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB};\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{BS};\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}.$

Средња група задатака:

1. Дат је троугао ABC. Средишта његових страница AB, BC и CA су редом тачке M, N и P. Доказати да важи $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{PA}=\vec{0}$.

2. Дат је паралелограм $ABCD$. Пресек његових дијагонала је тачка S. Средишта страница AB и BC су редом тачке M и N. Нека је $\vec{m}=\overrightarrow{SA},\vec{n}=\overrightarrow{SB}$. У функцији вектора $\vec{m},\vec{n}$ изразити векторе $\overrightarrow{BC},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{SM},\overrightarrow{SN}.$

3. Дат је паралелограм ABCD. Пресек његових дијагонала је тачка S. Помоћу вектора $\vec{a}=\overrightarrow{AS},\vec{b}=\overrightarrow{BS}$ изразити векторе $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AC},2\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$

4. Дат је четвороугао ABCD. Тачке E, F су средишта страница AB и DC. Доказати да важи $\overrightarrow{EF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}.$

Тежа група задатака:

1. Дат је правилан шестоугао $ABCDEF$. Ако је тачка P средиште странице DE, тачка Q средиште AP, а R средиште BC изразити вектор $\overrightarrow{QR}$ у функцији вектора $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF}.$

2. Ако су тачке M и N средишта кракова BC и AD трапеза ABCD, а тачке E и F пресечне тачке дужи MN са дијагоналама трапеза AC и BD, доказати да важи $\overrightarrow{EF}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}}{2}.$

3. Дат је троугао ABC са тежиштем T и произвољна тачка M у равни троугла. Ако је $\overrightarrow{MA}=\vec{p},\overrightarrow{MB}=\vec{q},\overrightarrow{MC}=\vec{r}$ Доказати да важи $\overrightarrow{MT}=\frac{1}{3}\left(\vec{p}+\vec{q}+\vec{r}\right).$

4. Доказати да за произвољне троуглове ABC и $A_1B_1C_1$ чија су тежишта T и T_1 важи $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{CC_1}=3\overrightarrow{TT_1}.$

Завршни део часа:

На табли урадити задатке који су представљали проблем ученицима. Оценити ученике.

Редни број часа: _____

Троугао-основни елементи; теореме о збиру унутрашњих и спољашњих углова

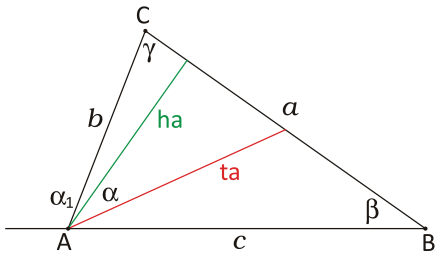
Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, монолошка
Циљ часа: Способност закључивања, генерализације, развијање систематичности
Образовни задатак: Ученик треба да понови основне теореме о троуглу.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да систематизују знања.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и примена раније усвојених појмова.
Кључне речи: троугао, странице, углови
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Формулација теорема. Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

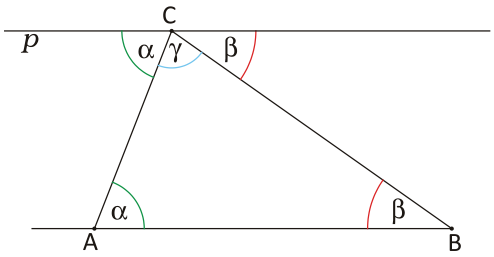
Уводни део часа:

Шта је троугао? Шта су основни елементи троугла?
Које су врсте троуглова према угловима, према страницама?

Главни део часа:

Теорема: Збир унутрашњих углова у троуглу једнак је $180°$.
Доказ: Права кроз C паралелна са страницом AB.





Теорема: Збир спољашњих углова у троуглу једнак је $360°$.
Доказ: Ученици.

Теорема: Спољашњи угао једнак је збиру два несуседна унутрашња угла у троуглу.
Доказ: Ученици.

Теорема: Ако су $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ странице троугла онда важи (неједнакост троугла): $|a-b|<c<a+b.$

Теорема: Наспрам дуже странице у троуглу налази се већи угао и обрнуто.
Дефинисати висину и тежишну дуж (ученици).

Урадити задатке: $331.$, $333.$, $334.$, $337.$, $344.$, $341.$, $357.$

Завршни део часа:

Поновити основне теореме о троуглу.
Домаћи задатак: $336.$, $339.$, $345.$ и $358.$

Редни број часа: _____

Значајне тачке троугла

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, монолошка
Циљ часа: Развој апстрактног мишљења; способност математичке аргументације
Образовни задатак: Ученик треба да понови које су значајне тачке и да зна да их конструише.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да конструишу значајне тачке троугла.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова. Оспособљеност за доказ неких теорема и примену особина.
Кључне речи: центар описаног и уписаног круга, ортоцентар, тежиште.
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

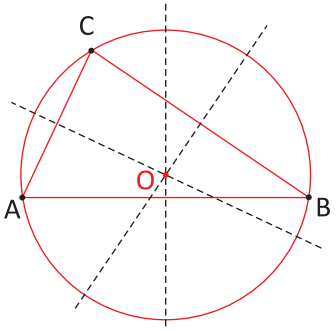
Које су значајне тачке троугла? Где се налази центар описане кружнице, а где центар уписане кружнице, ортоцентар, тежиште?

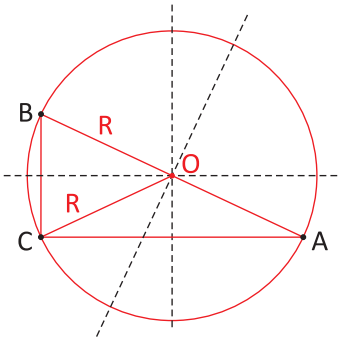
Главни део часа:

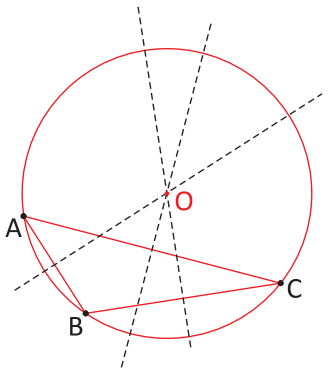
Центар описане кружнице: пресек симетрала страница.

Теорема: Све три симетрале страница секу се у једној тачки.
Доказ: Неко од ученика уз помоћ.

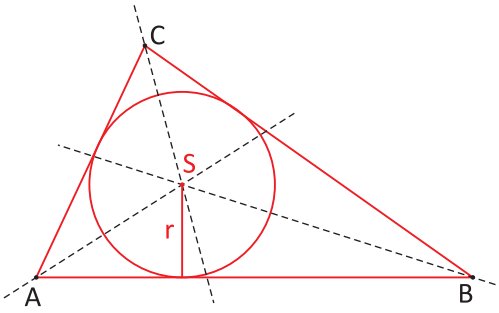
Конструисати посебно за оштроугли, правоугли и тупоугли троугао. Уочити да је у оштроуглом центар унутар, у правоуглом на средини хипотенузе (поновити да онда важи $t_c = \frac{c}{2} = R$)







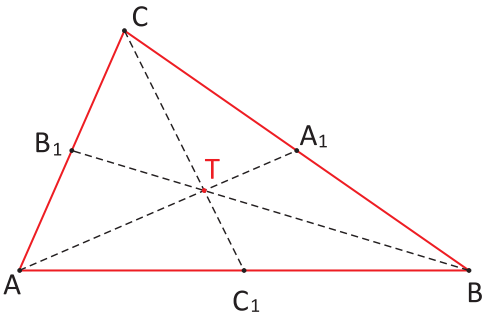
Центар уписане кружнице:
пресек симетрала унутрашњих углова.

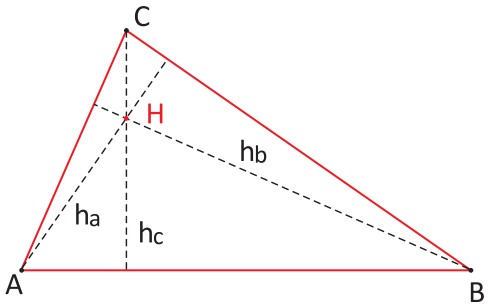


Теорема: Све три симетрале углова секу се у једној тачки.
Доказ: Неко од ученика уз помоћ. (Уколико има времена)
Констатовати да се налази увек унутар троугла и конструисати само за оштроугли.

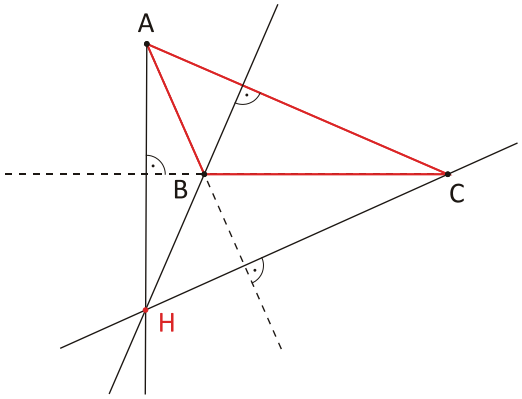
Тежиште: пресек тежишних дужи.
Поновити да тежиште дели тежишну дуж у размери $2:1$.
Увек је унутар троугла, па конструисати само за оштроугли.

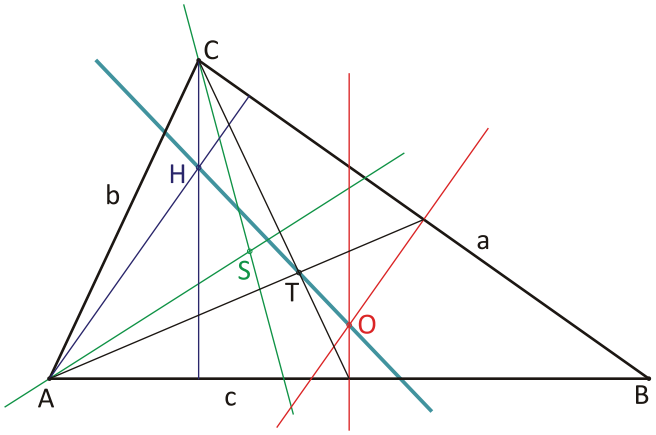
Констатовати да $\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TB}+\overrightarrow{TC}=\vec{0}$ (равнотежа троугла, силе се поништавају међусобно.)





Ортоцентар: пресек висина.
Конструисати за оштроугли и тупоугли, а само констатовати да је код правоуглог троугла у темену правог угла.
Ортоцентар, тежиште и центар описаног круга су колинеарне тачке (**Ојлерова права**).





Завршни део часа:

Домаћи задатак: Конструисати једнакокраки и једнакостранични троугао и њихове значајне тачке.

Редни број часа: _____

Систематизација градива

Тип часа: систематизација
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност математичке аргументације, способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме, способност примене знања, развијање систематичности.
Образовни задатак: Систематизација градива везаног за подударност троуглова.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да самостално анализирају и реше задатак. Развијање аналитичког мишљења и оспособљеност за визуелизацију проблема.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: подударност троуглова, конструкција
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Коментар контролног задатка и, уколико је потребно, израда неког задатка на табли.

Главни део часа:

Урадити задатке: 335., 343., 356., 428.а), 431 в) (ученици на табли)

Завршни део часа:

Оцењивање ученика, коментар најчешћих грешака и недоумица.

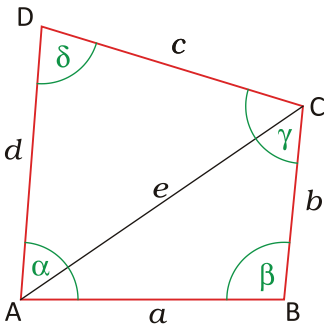
Редни број часа: _____

Четвороугао – основни појмови; подела

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Развијање систематичности, способност математичке аргументације
Образовни задатак: Ученик треба да зна поделу и особине четвороуглова.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да систематизују знање и правилно формулишу ставове. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да формулишу и докажу основне особине четвороуглова.
Кључне речи: четвороугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво.
Активности ученика: Израда задатака у свесци. Формулисање дефиниција и теорема.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта је четвороугао? Који су његови основни елементи? Шта је дијагонала?

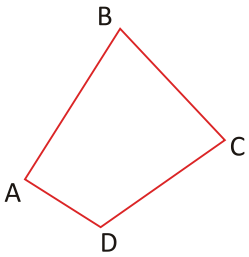


Главни део часа:

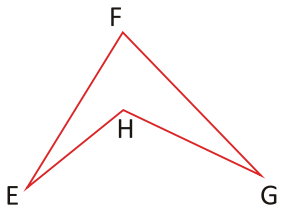
Теорема: Збир унутрашњих углова четвороугла једнак је пуном углу.
Доказ: Ученици. Као идеју поделити четвороугао дијагоналом на два троугла.

Поделе:

1. - конвексан
   -неконвексан



конвексан четвороугао

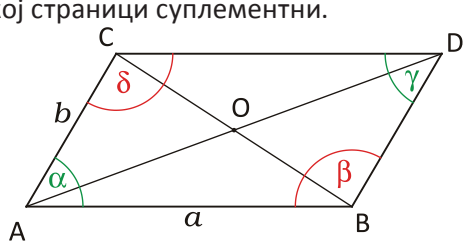


неконвексан четвороугао

2. Према паралелности страница:

А) **Паралелограм** – четвороугао са два пара паралелних страница

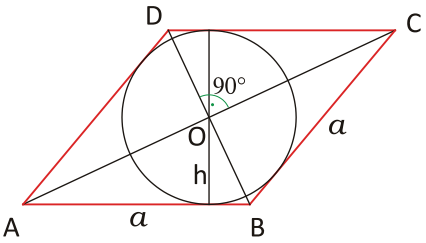
Теорема: Четвороугао је паралелограм акко су му углови на свакој страници суплементни.
Теорема: Четвороугао је паралелограм акко му се дијагонале међусобно полове.
Теорема: Четвороугао је паралелограм акко су му наспрамни углови међусобно једнаки.
Теорема: Четвороугао је паралелограм акко су му наспрамне странице међусобно једнаке.

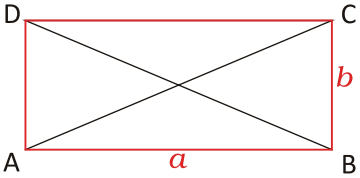


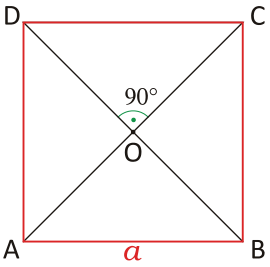
Ромб је паралелограм коме су све странице једнаке.
Теорема: Дијагонала ромба дели угао ромба на два једнака дела.
Последица: Пошто је дијагонала истовремено и симетрала угла, ромб има уписани круг. Центар круга је пресек дијагонала, а пречник је једнак висини ромба.
Теорема: Дијагонале ромба су међусобно нормалне.
Доказ: Неко од ученика.

Правоугаоник је паралелограм чији су сви углови међусобно једнаки.
Теорема: Дијагонале правоугаоника су једнаке.

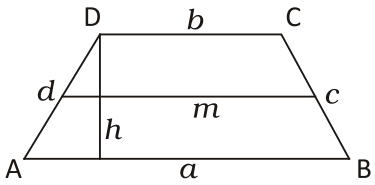
Квадрат је паралелограм коме су све странице и сви углови једнаки. (правилан четвороугао).
Значи, квадрат је и ромб и правоугаоник.
Дијагонале квадрата су једнаке и нормалне међу собом.

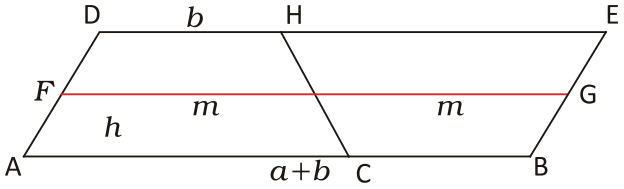




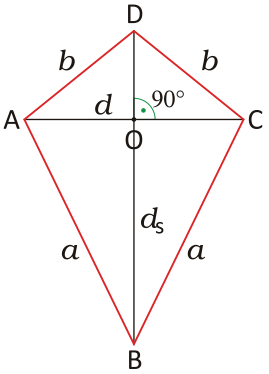


Б) **Трапез** је четвороугао са тачно једним паром паралелних страница.
Паралелне странице називамо **основице**, а непаралелне **краци**.
Висина трапеза је растојање између основица.
Средња линија трапеза је дуж чије су крајње тачке средишта кракова.
Теорема: Средња линија трапеза једнака је аритметичкој средини основица.
Доказ: Ученици уз помоћ слике.





В) **Трапезоид** је четвороугао који нема паралелних страница.
Међу трапезоидима посматраћемо **делтоид**.
Делтоид има међусобно нормалне дијагонале и два пара суседних страница су му једнаке. Углови између страница различите дужине су једнаки. Једна дијагонала је оса симетрије.



Завршни део часа:

Поновити врсте четвороуглова и неке особине.

Редни број часа: _____

Особине четвороугла – вежбање

Тип часа: вежбање
Облик рада: фронтални и индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, рад са текстом.
Циљ часа: Способност примене знања, развијање аналитичности.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да примени особине четвороуглова.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да разумеју текст задатка, направе план, реше задатак и образложе решење. Развијање аналитичког мишљења. Оспособљеност за коришћење збирке задатака.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичност, прецизност и уредност; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше задатак.
Кључне речи: четвороугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Праћење рада и оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Колики је збир унутрашњих углова четвороугла? Колики је збир спољашњих углова?
Како делимо четвороуглове?

Главни део часа:

Задаци: 368., 369., 372., 376., 378.а), 387., 379.б)

Завршни део часа:

Питања ученика.

Домаћи задатак: 371., 374., 375., 378.б)

Редни број часа: _____

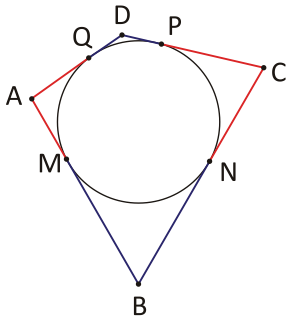
Тангентни и тетивни четвороугао

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, монолошка
Циљ часа: Усвајање појмова и теорема неопходних за наставак школовања, развијање аналитичности и способности математичке аргументације.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам и особине тангентног и тетивног четвороугла.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да коректно формулишу дефиниције, као и да уоче и самостално докажу основне теореме. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да примене особине тангентних и тетивних четвороуглова.
Кључне речи: тангентни и тетивни четвороугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци. Формулисање дефиниција и теорема.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта је четвороугао? Врсте четвороуглова.
Задаци. 367., 273.

Главни део часа:



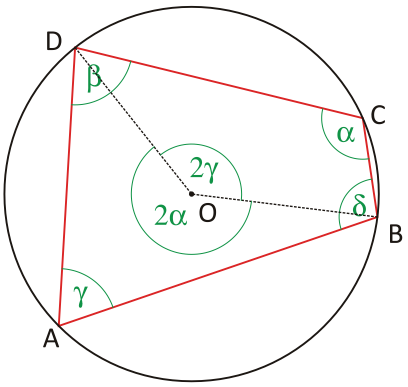
Који четвороугао има уписани круг?

Дефиниција: Четвороугао који има уписани круг називамо **тангентни четвороугао**.

Теорема: Четвороугао је тангентни акко су му збирови наспрамних страница једнаки.
Доказ: (Само у једном смеру): Нека су $M,\ N,\ P,\ Q$ додирне тачке круга и четвороугла. Уочити једнакост тангентних дужи.

$$AB+CD=AM+MB+DP+PC=AQ+BN+QD+CN=AQ+QD+BN+CN=AD+BC$$

Задатак 411.



Дефиниција: Четвороугао који има описани круг називамо **тетивни четвороугао**.

Теорема: Четвороугао је тетивни акко су му збирови наспрамних углова једнаки.
Доказ (Ученици, уз помоћ наставника. Само у једном смеру): Уочити централне и периферијске углове. $2\alpha+2\gamma=360^0 \Rightarrow \alpha+\gamma=180^0$.
Задатак 409.

Завршни део часа:

Питања ученика.

Редни број часа: _____

Многоугао – примена подударности

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, монолошка
Циљ часа: Примена стечених знања, способност систематизације, развијање аналитичности, понављање појмова неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Ученик треба да примени особине многоуглова.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да разумеју текст задатка, направе план, реше задатак и образложе решење. Развијање аналитичког мишљења. Оспособљеност за повезивање и систематизацију знања.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше задатак.
Кључне речи: многоугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, избор задатака.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли. Формулисање дефиниција и теорема.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа:

Уводни део часа:

Шта је многоугаона линија? Шта је многоугао?

Главни део часа:

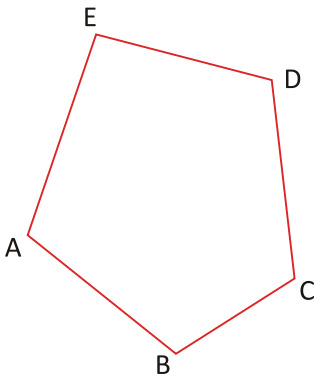
Поновити:

$$n \geq 3$$

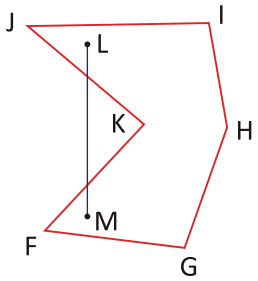
$$S_n = (n-2)\cdot 180^\circ$$

$$d_n = n-3$$

$$D_n = \frac{n(n-3)}{2}$$



конвексан многоугао



неконвексан многоугао

Збир спољашњих углова многоугла једнак је $360°$.
Многоугао може бити конвексан и неконвексан:

Дефиниција: Конвексан многоугао коме су све странице и сви углови међусобно једнаки назива се **правилан многоугао.**

Теорема: Правилан многоугао има описани круг.

Теорема: Правилан многоугао има уписани круг.

(Задаци са пријемних испита на факултете)

1. Број дијагонала многоугла у равни једнак је петоструком броју његових страница. Број страница тог многоугла је:
A) 11 B) 17 C) 13 D) 14 E) такав многоугао не постоји

2. Број дијагонала многоугла за који је збир унутрашњих углова једнак $1800°$ је:
A) 35 B) 44 C) 108 D) 60 E) 54

3. Уколико се код конвексног многоугла број страница повећа за два, број дијагонала ће се повећати за 65. Тада број страница многоугла припада интервалу:
A) $[10,20)$ B) $[20,25]$ C) $(25,30]$ D) $(30,35]$ E) $(35,40]$

4. Унутрашњи угао једног правилног многоугла је $150°$. Колико дијагонала има тај многоугао?
A) 54 B) 44 C) 60 D) 65

5. Збир унутрашњих углова правилног многоугла који има 90 дијагонала је:
A) $1000°$ B)$360°$ C) $720°$ D) $2340°$ E) $1080°$

6. Колико страница има правилан многоугао коме би се број страница повећао за два када би се његов угао повећао за 9°?
A) 12 B) 6 C) 13 D) 8 E) 7

Завршни део часа:

Осна и централна симетрија правилних многоуглова – поновити.
Домаћи задатак: Задаци: $370.$, $377.$, $390.$

Редни број часа: _____

Примена подударности на круг – централни и периферијски угао

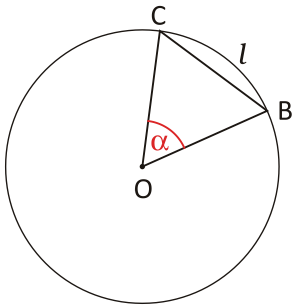
Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација
Циљ часа: Способност примене знања, способност математичке аргументације, развијање аналитичког мишљења.
Образовни задатак: Ученик треба да се схвати примену подударности на круг и понови појам периферијског и централног угла.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да примене знање.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и примена раније стечених знања.
Кључне речи: круг, централни и периферијски угао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Доказивање теорема, уз помоћ професора, као и формулисање особина и дефиниција.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

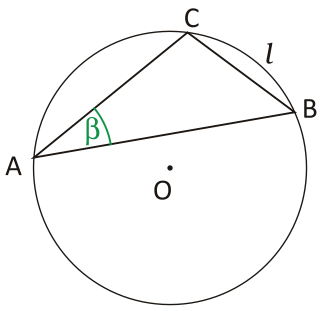
Поновити појмове: централни и периферијски угао.

Главни део часа:

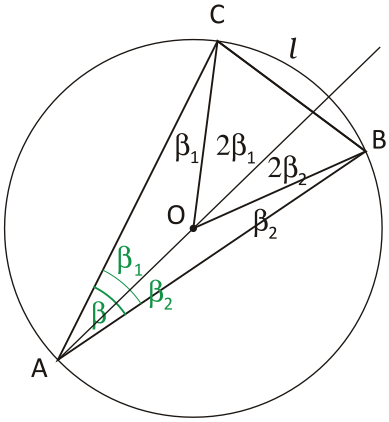
Централни угао је угао са теменом у центру круга (α). Дуж BC чије су крајње тачке на кружници назива се **тетива** (ученици треба да дефинишу). l је **кружни лук** (један од два лука који одређују ове тачке). Може се обележити и као $\overset{\frown}{BC}$. Поновити преношење углова (са образложењем ученика).



Теорема: Централни углови над једнаким тетивама су једнаки.
Ученици доказују.

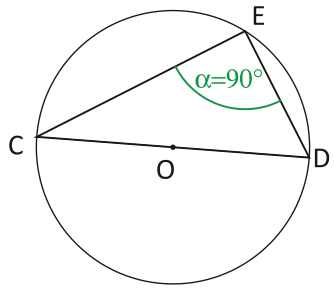


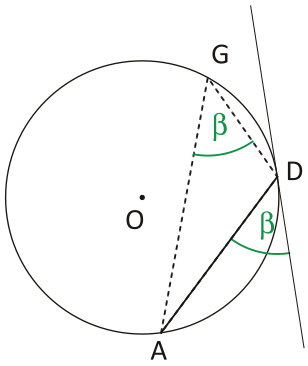
Периферијски угао је угао чије је теме на кружници (периферији круга), а чији краци секу кружницу (имају са њом још једну заједничку тачку осим темена).



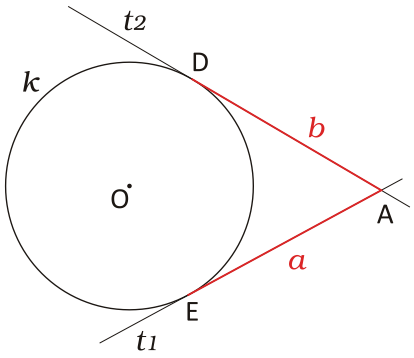
Теорема: Централни угао је два пута већи од централног угла над истим луком.
Доказ: Изводе га ученици уз помоћ (повући полуправу AO).

Теорема (Талесова): Периферијски угао над пречником је прав.
Доказ: Ученици



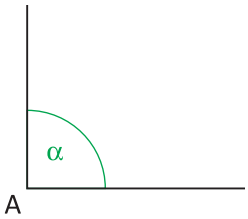


Тангентни угао (објаснити шта је) једнак је периферијском углу над истим луком. Ученици да сами закључе.



Теорема: Тангентне дужи из дате тачке на дати круг су једнаке.
Доказ: ученици

Задаци:



1. Дат је угао а. Без мерења угломером утврдити да ли је угао оштар, прав или туп.

2. Око троугла ABC описан је круг. Ако темена троугла деле кружницу у размери $1:3:5$ израчунати углове троугла.

3. Тетива дели кружну линију у размери $2:7$. Под којим углом се „види“ тетива из тачака кружнице.

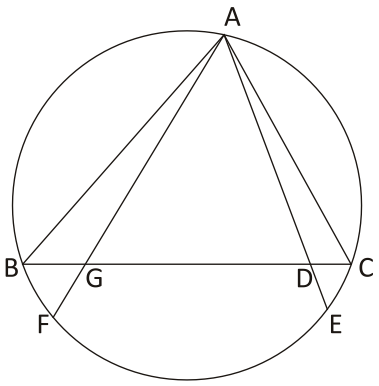
4. Конструисати геометријско место тачака из којих се дата дуж „види“ под углом
а) $60°$ б) под датим углом а.

5. У кругу је нацртана тетива једнака полупречнику. Колики су централни и периферијски углови над том тетивом.

6. Колико степени има периферијски угао над кружним луком који представља $\frac{4}{9}$ кружнице.

Завршни део часа:

Бонус задатак: Око троугла ABC описан је круг. Права AF сече страницу BC у тачки G, а AE сече BC у тачки D (види слику). Важи и $BG=BF$ и $<BAF=<CAE$. Доказати $\Delta AGB \cong \Delta ACE$.



Домаћи задатак: за једног ученика: Кратки приказ Талесовог живота и дела. За све: 399., 406., 407., 408., 411.

Редни број часа: _____

Конструкције геометријских места тачака (скуп тачака подједнако удаљених од дате тачке, од две дате тачке, од дате праве,..)

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација
Циљ часа: Способност закључивања, генерализације, оспособљеност за примену знања.
Образовни задатак: Ученик треба да понови основне конструкције: преношење дужи и углова, конструкције симетрале дужи и угла, конструкција нормалних и паралелних правих.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да самостално изврше конструкцију. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и примена раније стечених знања.
Кључне речи: конструисати
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Конструисати значи нацртати уз употребу лењира без подеоака и шестара. Следеће конструкције сматраћемо за основне уз конструкције троуглова ССС, СУС, УСУ и ССУ (теореме о подударности).

Главни део часа:

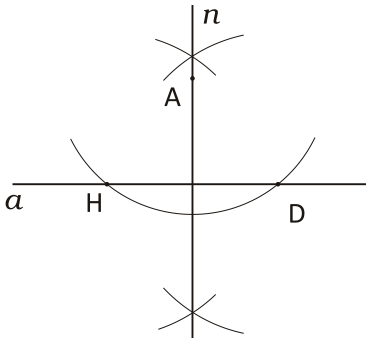
1. Конструисати геометријско место тачака које се налазе на датом растојању a од дате тачке A.
   Резултат: Кружница са центром у A и полупречником a. $\kappa(A,a)$

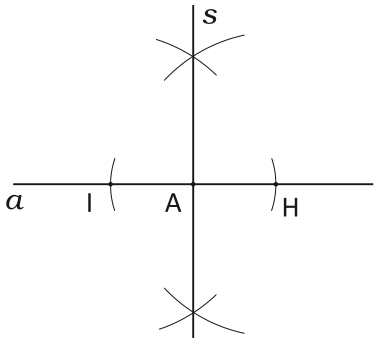
2. Конструисати геометријско место тачака које су подједнако удаљене од две дате тачке A и B.
   Резултат: Симетрала дужи AB.

3. Конструисати геометријско место тачака које се налазе на датом растојању d од дате праве p.
   Резултат: Права паралелна правој p, на растојању d од ње.

4. Конструисати геометријско место тачака које су подједнако удаљене од две дате праве (које се секу).
   Резултат: Симетрале углова које чине дате праве.

5. Конструисати нормалу на дату праву из тачке а) ван праве б) на правој
Резултат:





Завршни део часа:

Питања ученика

Редни број часа: _____

Конструкције троуглова

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални и индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, илустрација, графичка
Циљ часа: Способност математичке аргументације; способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме, развијање аналитичности.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да направи анализу задатка, да изврши конструкцију и опише је.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да разумеју текст задатка, направе план, реше задатак и образложе решење. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше задатак.
Кључне речи: конструисати троугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

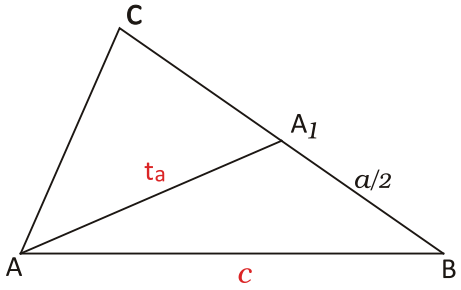
Уводни део часа:

Платон $(427.\text{-}384.\text{п.н.е.})$:"Геометријско конструисање је цртање неке фигуре помоћу коначног броја конструкција правих и кружница."
Грци су сматрали круг савршеним обликом.
Дакле само уз употребу лењира (без подељака за меру) и шестара.
За **основне конструкције** сматраћемо: Преношење дужи, преношење угла, конструкције симетрале дужи и угла, конструкција паралелне праве датој правој кроз дату тачку, конструкција нормале на дату праву, дељење дужи у датој размери. За основне конструкције сматраћемо и четири основне конструкције троуглова: ако су му дате странице (ССС), ако су му дате две странице и угао захваћен њима (СУС), ако су му дати страница и углови налегли на њу (УСУ) и ако су му дати две странице и угао наспрам једне од њих (ССУ).

Главни део часа:

Конструктивни задатак има четири фазе:

Анализа: На основу познатих особина тражимо начин за решавање задатка.
Конструкција: Конструисање на основу анализе.
Доказ: Доказивање да конструисана фигура задовољава услове задатка.



Дискусија: Испитивање постојања и броја решења.

Задатак 1: Конструисати троугао ако су задати следећи елементи: a, c, t_c

Анализа: Троугао ABA_1 може се конструисати (ССС). Тачка A_1 је средиште странице BC, па се теме C може конструисати на основу тога што је $B\text{-}A_1\text{-}C$, $BA_1 = A_1C$

Опис конструкције:

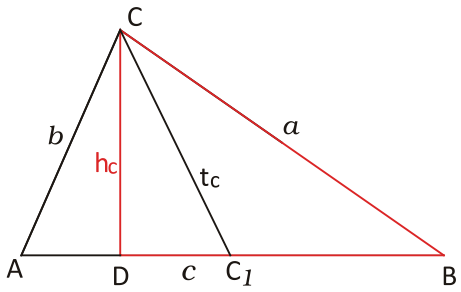
$$AB = c$$

$$k_1\left(A, t_a\right) \cap k_2\left(B, \frac{a}{2}\right) = \{A_1\}$$

$$k\left(A_1, \frac{a}{2}\right) \cap p\left(B, A_1\right) = \{C\}$$

Доказ: Страница AB=c по конструкцији. Тачка A_1 је средиште странице BC ($BA_1 = A_1C$), па је ta тежишна дуж. BC=a/2+a/2=a.

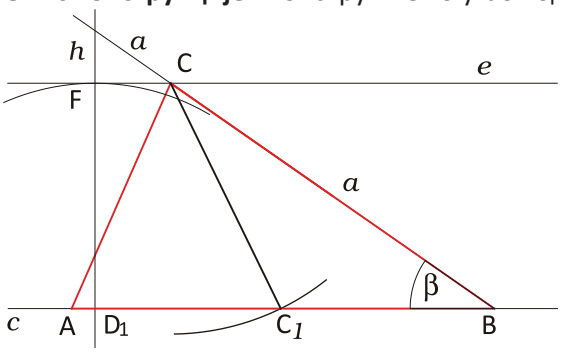
Дискусија: За $\left|t_a - \frac{a}{2}\right| < c < t_a + \frac{a}{2}$ задатак има јединствено решење.



Задатак 2: Конструисати троугао ако су задати следећи елементи: β, h_c, t_c

Анализа: Троугао BDC се може конструисати (УСУ). Након тога се може конструисати и тачка C_1, пошто је $CC_1 = t_a$ Теме A је симетрична тачки B у односу на тачку C_1.

Опис конструкције: Конструишемо угао код темена $B < cBa = \beta$.



У произвољној тачки полуправе Bc конструишемо висину.

$$D_1 \in Bc$$

$$D_1 \in h \perp Bc$$

$$k\left(D_1, h_c\right) \cap h = \{F\}$$

Теме C се налази на прави паралелној са B_c на растојању једнаком висини

$$F \in e \parallel Bc$$

$$e \cap Bc = \{C\}$$

Средиште странице AB налази се на кружници са центром у тачки C и полупречником једнаком тежишној дужи. Можемо уочити постојање два решења. $k_1\left(C, t_c\right) \cap Bc = \{C_1\}$. Теме A налазимо као тачку централно симетричну тачки B у односу на C_1. $B - C_1 - A \wedge BC_1 = C_1A$

Увек неко од ученика почне конструкцију на други начин тј. од троугла DC_1C, што је добра прилика за дискусију међу ученицима.

Друго решење: (Само опис конструкције)

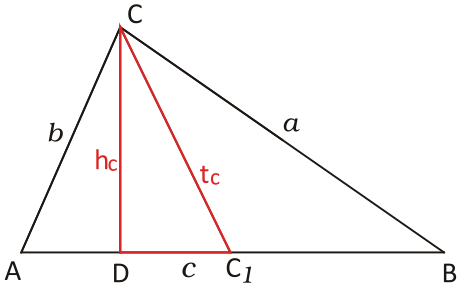
У произвољној тачки D праве c конструишемо висину.

$$D \in c$$

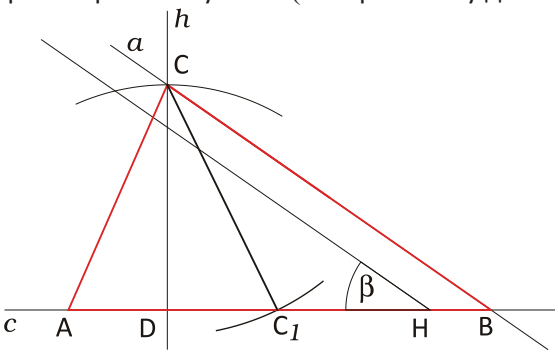
$$D \in h \perp c$$

$$k_1\left(D, h_c\right) \cap h = \{C\}$$

Уочавамо да постоји проблем конструкције угла β због немогућности одређивања тачке B. Зато угао конструишемо у произвољној тачки H праве c. $H \in c < aHf = \beta$



Сада ћемо за налажење темена B искористити једнакост трансверзалних углова (искористити у доказу задатка). Наиме, теме B се налази на прави која је паралелна са краком угла са теменом у H и пролази кроз теме C троугла.



$$C \in a \,||\, f \quad a \cap c = \{B\}$$

За налажење темена А можемо поново користити централну симетрију.

$$B\text{-}C_1\text{-}A \wedge BC_1 = C_1A$$

Завршни део часа:

Три ученика за следећи час треба да припреме причу о сваком о
три позната конструктивна задатка која немају решење:
Квадратура круга. Дат је круг. Конструисати квадрат једнаке површине.
Трисекција угла. Дат је произвољан угао. Конструисати његову трећину.
Удвостручавање коцке. Дата је ивица коцке, конструисати ивицу коцке двоструке запремине.

Редни број часа: _____

Конструкције троуглова – вежбање

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални и индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација
Циљ часа: Способност математичке аргументације, способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме, способност примене знања.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да направи анализу задатка, да изврши конструкцију и опише је.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да разумеју текст задатка, направе план, реше задатак и образложе решење. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше задатак.
Кључне речи: конструисати троугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци; давање идеја за задатке или њихове делове.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта значи конструисати неку фигуру?
Ученици представљају проблеме трисекције угла, удвајања коцке и квадратуре круга.

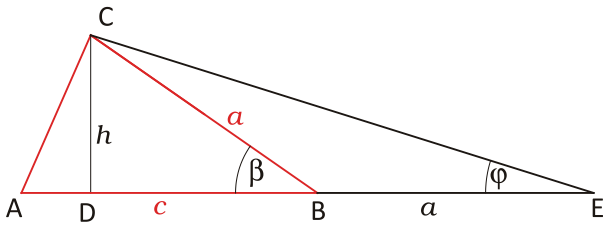
Главни део часа:

Задатак: Конструисати троугао ако су задати следећи елементи: $c+a, \beta, h_c c$
Анализа:

$$A-B-E \wedge BE=a \Rightarrow AE=c+a$$

$$\varphi =< BCE=\frac{\beta}{2}$$

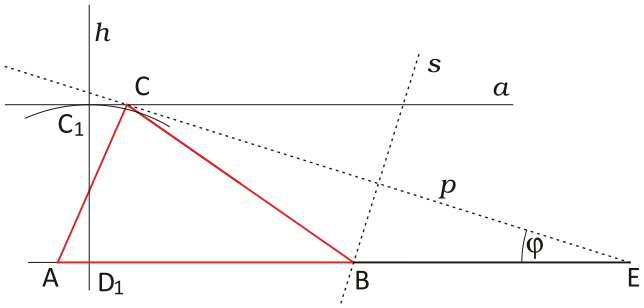
На основу теореме $CCУ$ може се конструисати троугао AEC. Пошто је $BE=BC \Rightarrow B \in$ симетрали дужи CE



Опис конструкције: Конструишемо дуж $AE=c+a$.

Угао код темена E, на основу анализе, је $< AEp=\varphi=\frac{\beta}{2}$.

У произвољној тачки праве AE конструишемо висину. $D_1 \in AE \wedge D_1 \in h \perp AE\ k(D_1, h_c) \cap c=\{c_1\}$ Теме C троугла налази се на растојању од праве AE које је једнако висини, па лежи на правој која је паралелна са AE. $C_1 \in e \| AE \wedge e \cap E_p=\{C\}$
Како је, на основу анализе теме B подједнако удаљено од тачака C и E налази се на симетрали дужи CE. (Теме B се може добити и преношењем угла код темена $C < AEC =< ECB=\frac{\varphi}{2}$.

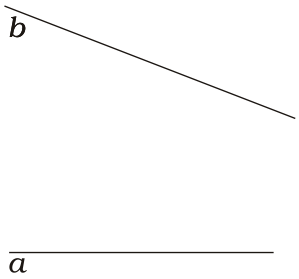


Овога се ученици лакше сете, али конструишу непрецизно.)
Доказ и дискусија не мора прецизно уколико нема ученика који су способни за то.

Завршни део часа:

Домаћи задатак:

1. Конструисати троугао ако је дато: a-b, c, β
2*. Конструисати симетралу угла ако је теме недоступно. (није на цртежу)



Редни број часа: _____

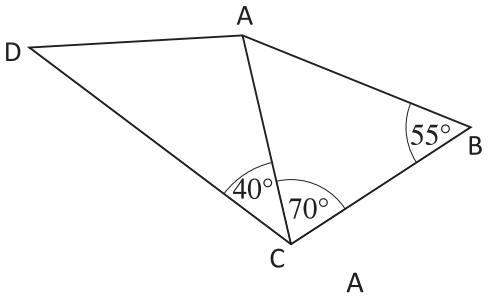
Конструкције троуглова – вежбање

Тип часа: утврђивање
Облик рада: групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, рад са текстом
Циљ часа: Способност математичке аргументације, способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме, способност примене знања, процена сопственог знања
Образовни задатак: Ученик треба да се оспособи да анализира задатак, изврши и опише конструкцију.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да процене ниво свог знања. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова.
Кључне речи: подударни углови, сабирање, одузимање
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли, подела ученика на групе и подела задужења; координација у оквиру групе и између група.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

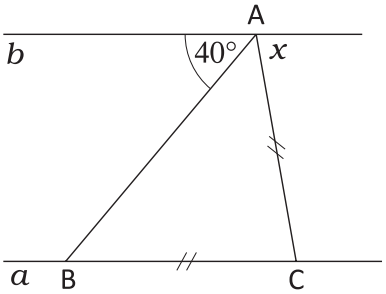
Уводни део часа:

Подела ученика на групе и подела задатака.

Главни део часа:



<u>Прва група:</u>
а) Конструисати троугао ако је дато:
1. $b,\ c\ t_c$
2. $a,\ b+c,\ \alpha$
б) Ако је $DA=CB$ наћи угао $<DAC$ (слика десно).



<u>Друга група:</u>
а) Конструисати троугао ако је дато:
1. $\alpha,\ c,\ t_b$
2. $c,\ a\text{-}b,\ \beta;\ (a>b)$
б) Ако су праве a,b паралелне и $AB=BC$ наћи угао x (слика десно).

<u>Трећа група:</u>
а) Конструисати троугао ако је дато:
1. b, $\alpha,\ t_c$
2. $s,\ h_c,\ \alpha$
б) Висина на крак гради са основицом једнакокраког троугла угао од 20°. Наћи углове овог троугла.

Завршни део часа:

Коментар начињених грешака. Оцењивање најбољих ученика. Договор у вези контролне вежбе. Прокоментарисати идеје за задатке $c,b,ta;\quad c,t_a,t_c$ и дати их за **домаћи**.

Редни број часа: _____

Конструкције четвороугла

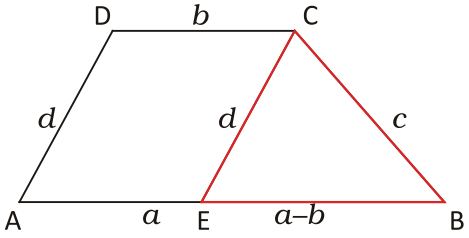
Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални и индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Способност примене знања, развијање аналитичности, способност математичке аргументације и употреба математичког језика.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да направи анализу задатка, да изврши конструкцију и опише је.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да разумеју текст задатка, направе план, реше задатак и образложе решење. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше задатак.
Кључне речи: конструисати четвороугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

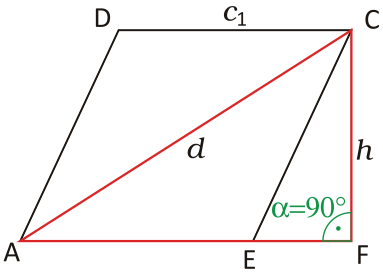
Уводни део часа:

Шта значи конструисати неку фигуру?
Које су фазе конструктивног задатка?

Главни део часа:

Задатак 439.а) Конструисати трапез ако су му дате све четири странице.
Анализа: Конструишемо дуж кроз тачку C која је паралелна са краком AD. Троугао EBC се може конструисати пошто су му познате све три странице $EB=a-b;\ BC=c;EC=d$ итд.





Задатак 440. Конструисати ромб ако је позната дужина једне његове дијагонале и полупречник уписаног круга.
Анализа: Пречник круга је једнак висини ромба. Нека је дата дужа дијагонала. (Касније коментарисати за крађу). Из темена C повучемо висину CF ромба. Троугао AFC се може конструисати (ССУ). Друга дијагонала је симетрала дијагонале AC итд.

Завршни део часа:

Упутство за домаћи задатак (уколико је потребно)

Домаћи задатак: Задаци 436.а), 437., 438.е)

Редни број часа: _____

Конструкције четвороугла

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални и индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација
Циљ часа: Способност примене знања, развијање апстрактног мишљења, развијање аналитичности, способност математичке аргументације, прецизност језика.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да направи анализу задатка, да изврши конструкцију и опише је.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да разумеју текст задатка, направе план, реше задатак и образложе решење. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше задатак.
Кључне речи: конструисати четвороугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли. Праћење рада ученика и оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Анализа домаћих задатака.

Главни део часа:

436. г) Конструисати правоугаоник коме су дати страница и разлика дијагонале и друге странице.
438.в) Конструисати паралелограм коме су дати разлика страница, једна дијагонала и један угао.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: (Дати упутство, ако је неопходно)

1. Конструисати квадрат ако му је дат збир дијагонале и странице.
2. Конструисати једнакокраки трапез ако му је дата разлика основица, угао на краћој основици и висина.

Редни број часа: _____

Конструктивни задаци – круг (2 часа)

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални и индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, рад са текстом
Циљ часа: развијање аналитичности, способност математичке аргументације, способност примене знања.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да направи анализу задатка, да изврши конструкцију и опише је.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да уоче и формулишу особине круга.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше задатак.
Кључне речи: конструисати круг
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

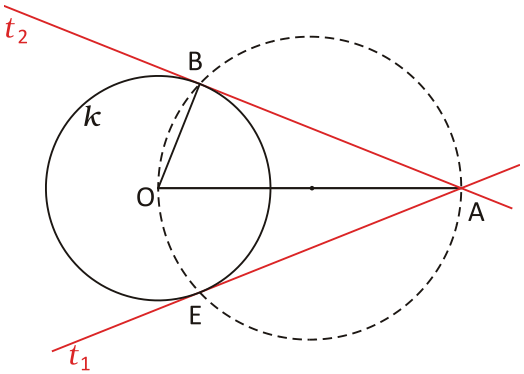
Урадити или прокоментарисати неурађене задатке са претходног часа.
Разјаснити терминологију – круг, кружница, кружна линија. Колико тачака одређује круг (кружну линију)?

Главни до часа:

1. Конструисати геометријско место центара кругова који пролазе кроз две дате тачке (симетрала дужи).
2. Конструисати тангенту круга у тачки:

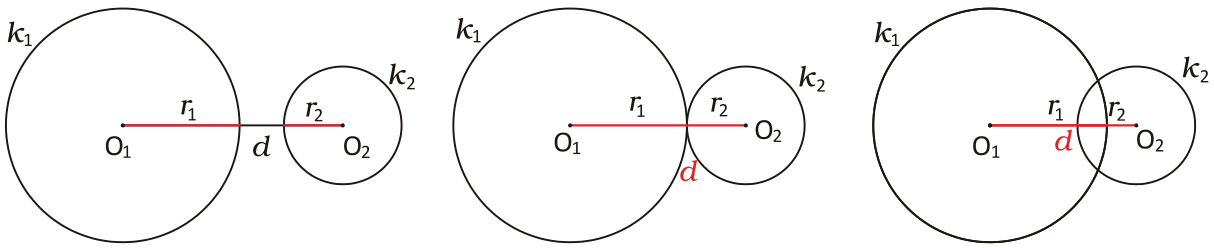
а) на кругу (ученици треба да закључе да је додирни полупречник нормалан на тангенту, па се конструкција своди на конструкцију нормале у тачки).

б) ван круга (У анализи ученици треба да закључе да је угао <OBA прав. Шта је геометријско место тачака из којих се OA „види“ под правим углом – круг са пречником OA).

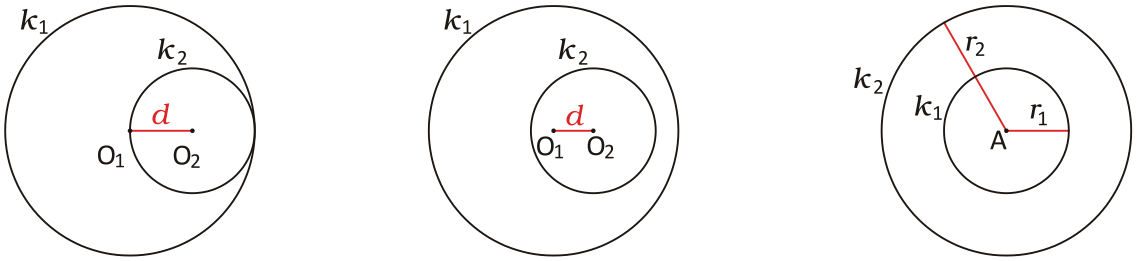


Међусобни положај два круга:

$d>r_1+r_2$; $d=r_1+r_2$; $0<d<r_1+r_2$; $d=|r_1-r_2|$; $0<d<|r_1-r_2|$; $d=0$;



Дати су кругови $k_1(O_1,r_1);\ k_2(O_2,r_2)$ који се додирују споља у тачки А. Тачке O_1, A и O_2 су колинеарне. Зашто?



3. Конструисати круг који садржи тачку A и дату праву p додирује у датој тачки P.

4. Дате су праве a,b и тачка A праве a. Конструисати круг који додирује праву a у датој тачки A и додирује праву b.

5. Дат је круг k и права p. Конструисати тангенте круга које су: а) паралелне б) нормалне на дату праву.

Задатак 447. Конструисати круг који садржи дату тачку А и додирује дати круг k у датој тачки B.

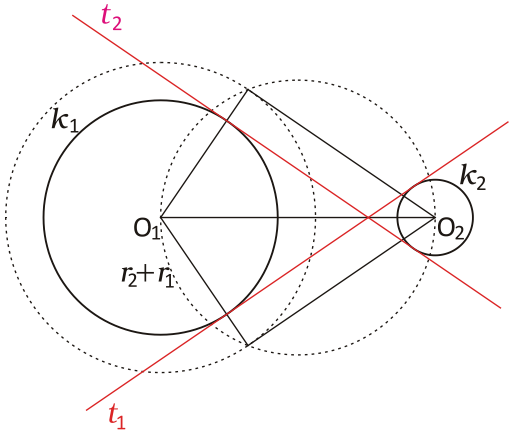
Задатак 444. Конструисати заједничке тангенте два дата круга. (Најмање 0, а највише 4 решења – дискутовати са ученицима.)

А) Који немају заједничких тачака

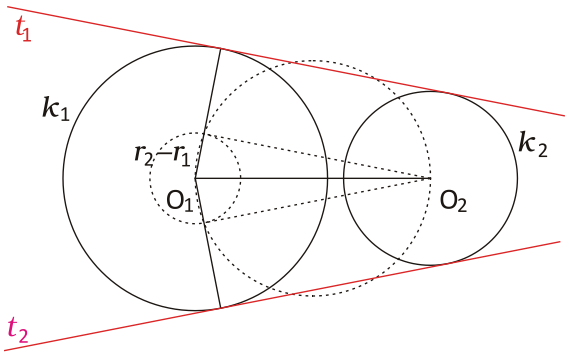
Б) Који се додирују споља

В) Који се секу

Г) Који се додирују изнутра.



Спољашње тангенте



Унутрашње тангенте

Завршни део часа:

Питања ученика. Дати упутства за, евентуално, незавршене задатке.

Редни број часа: _____

Конструкције – комбиновани задаци

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални , групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, рад са текстом
Циљ часа: Способност математичке аргументације, способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме, способност примене знања.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да направи анализу задатка, да изврши конструкцију и опише је.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да схвате на ком је нивоу њихово знање. Развијање аналитичког мишљења. Оспособљеност за коришћење збирке задатака.
Васпитни задатак: Развијање самоконтроле, систематичности, прецизности и уредности.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше задатак и схвате на који начин и колико треба да допуне своје знање.
Кључне речи: конструисати
Активности наставника: Подела ученика на групе и подела задужења. Оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подела ученика на групе и подела задатака.

Главни део часа:

Прва група:
$1.$ Задатак $433.$ в) једнакокраки троугао BC основица c, h_a
$2.$ Задатак $428.$ г) $a\text{-}b, c, \gamma;\ (a>b)$

Друга група:
$1.\ a, \beta, t_a$
$2.$ Задатак $431.$ а) правоугли t_a, t_c

Трећа група:
$1.$ Задатак $424.\ a, \alpha, h_b$
$2.$ Задатак $433.$ д) једнакокраки троугао BC основица h_a, t_b

Завршни део часа:

Прокоментарисати идеје на табли.

Домаћи задатак: Урадити задатке из друге групе.

Редни број часа: _____

Примена подударности на троугао, четвороугао и круг – утврђивање

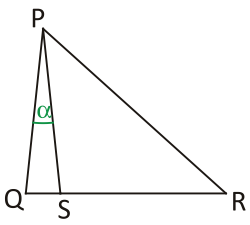
Тип часа: утврђивање
Облик рада: групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, рад са текстом
Циљ часа: Примена подударности на троугао, четвороугао и круг.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да самостално примени особине у конкретном проблему.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да разумеју текст задатка, направе план, реше задатак и образложе решење. Развијање способности процене сопственог знања. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше задатак.
Кључне речи: троугао, четвороугао, круг
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, подела ученика на групе, подела задужења и координација између група. Оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

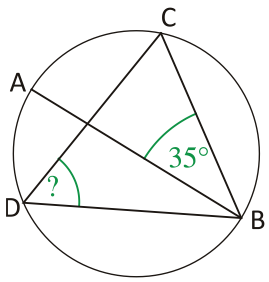
Поновити основне теореме везане за троугао, четвороугао и круг. Поделити ученике на групе и поделити им задатке.

Главни део часа:

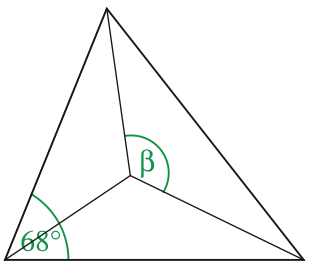
Прва група:



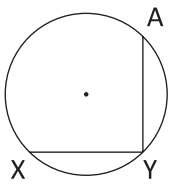
1. На слици QSR је права линија $\angle QPS=12^\circ$ и $PQ=PS=RS$. Израчунати $\angle QPR$.
2. На слици су дате тачке A,B,C,D на кругу. Тетива AB је пречник круга. Мера угла ABC је 35°. Колика је мера угла $\angle BDC$
3. Конструисати ромб ако му је дато α, d_1.
4. Конструисати троугао ако је дато $a+b, h_b, c$.



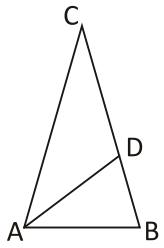
Друга група:



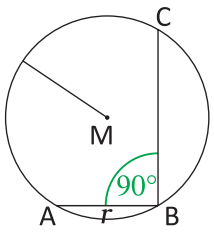
1. У троуглу један угао је 68°. На слици су нацртане три симетрале унутрашњих углова. Одредити величину обележеног угла.
2. На кругу полупречника r тачке $X,\ Y,\ A$ су изабране тако да $|XY|=r,\ XY\perp AY$. Колика је мера угла XAY?
3. Конструисати трапез ако је дато: a, b, c, α.
4. Конструисати троугао ако је дато: $c\text{-}a, \beta, h_c\ (c>a)$



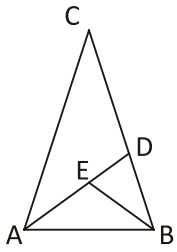
Трећа група:



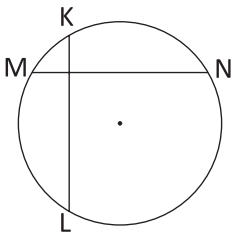
1. У једнакокраком троуглу ABC дуж AD је симетрала угла ADB. (Види слику десно.) Ако је $AD=AB$ колики је угао $\angle ACB$.
2. Колики је угао ACB?
3. Конструисати једнакокрако-правоугли троугао ако је дат збир крака и хипотенузе.
4. Конструисати делтоид ако је дато d, d_s, a.



Четврта група:



1. Троугао ABC је једнакокраки, $|AC|=|BC|$, $\angle ACB=36^{o}$. Троуглови BDA и EBD су такође једнакокраки $|AB|=|AD|, |DE|=|DB|$. Колика је мера угла $\angle DEB$?
2. Тетиве KL и MN кружнице k су узајамно нормалне. Колико је $\angle MKL+\angle KLN$?
3. Конструисати паралелограм ако је дато a, b, h_a.
4. Конструисати једнакокраки троугао ако је дато $b\text{-}a, \alpha; (b>a)$, где је b крак, а a основица.



Завршни део часа:

Коментари задатака и оцењивање.

Домаћи задатак:

Ученици раде задатке једне од група коју нису радили.

Редни број часа: _____

Појам изометрије; осна и централна симетрија

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Прихватање математике као корисног алата у свакодневном животу. Способност генерализације.
Образовни задатак: Ученик треба да понови осну и централну симетрију.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да пресликавају фигуре осном и централном симетријом и да уоче симетрију фигура.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Дубље разумевање и примена раније усвојених појмова.
Кључне речи: осна и централна симетрија
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

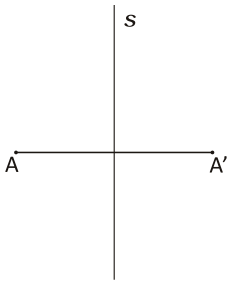
Уводни део часа:

Приказати слике симетричних фигура и уочити осе и центар симетрије.
Навести примере неких симетричних фигура (ученици).
Конструисати симетралу дате дужи и угла.

Главни део часа:

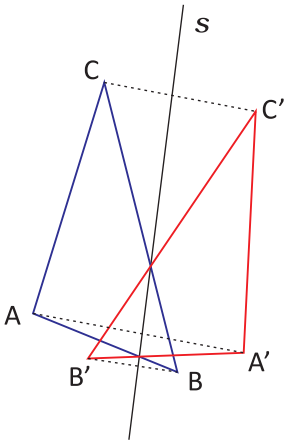
Дефиниција: **Изометријско пресликавање** (скраћено – изометрија) је обострано једнозначно пресликавање скупова тачака које дуж пресликава у подударну дуж.

Теорема: Изометријом се угао пресликава у угао.
Изометрија задржава (не мења) колинеарност, распоред тачака и подударност.



Осна симетрија у односу на осу s пресликава тачку A у тачку A' тако да је права s симетрала дужи AA'. (То означавамо $\mathscr{S}_s(A)=A'$)

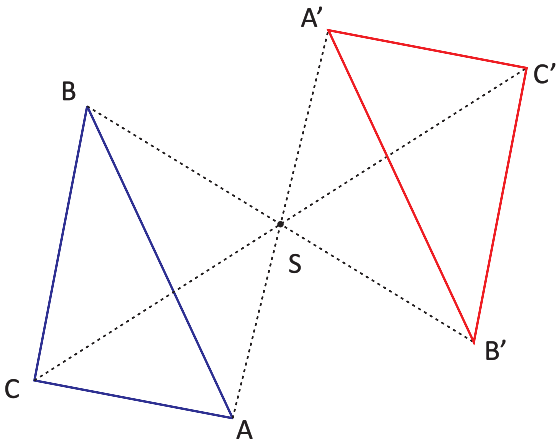
Задатак 452.



Пример: 1. Пресликати осном симетријом троугао ABC:

Пример: 2. Квадрат $ABCD$ пресликати осном симетријом у односу на страницу AB.

Изометрија је **индиректна** уколико мења орјентацију равни. Индиректна изометрија је осна симетрија.



Централна симетрија у односу на тачку S пресликава тачку A у тачку A' тако да је S средиште дужи AA'. (То означавамо $\mathscr{S}_S(A)=A'$)
Изометрија је **директна** уколико задржава орјентацију равни, тј. уколико сваки троугао пресликава у троугао исте орјентације. Централна симетрија је директна изометрија.

Задаци: 451., 458., 459.

Завршни део часа:

Осна симетрија правилних многоуглова: Колико оса симетрије има правилан троугао, петоугао, шестоугао,..?
Извести закључак да n-тоугао има n оса симетрије.
Који правилни многоуглови су централно симетрични? (Многоуглови са парним бројем страница.)

Домаћи задатак:
460., 462.

Редни број часа: _____

Транслација

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Прихватање математике као корисног алата у свакодневном животу. Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам и особине транслације.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да разумеју текст и препознају проблем у коме је потребно извршити транслацију.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Примена транслације на геометријске проблеме.
Кључне речи: транслација, вектор
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли, анализа задатака
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта је транслаторно кретање?
Шта су директне, а шта индиректне изометрије?

Главни део часа:

Транслација пресликава тачку A у тачку A' тако да је

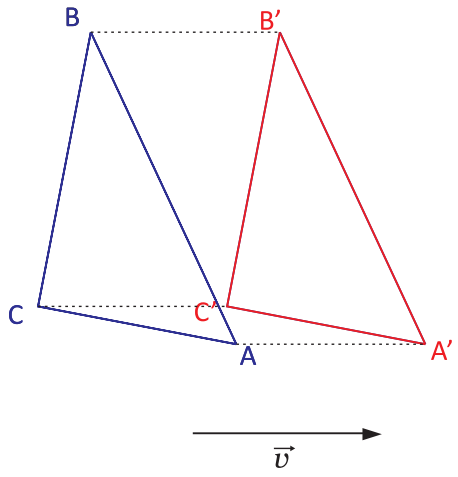
$$\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$$

где је $\vec{v}$ дати вектор.

(То означавамо $\tau_{\vec{v}}(A) = A'$)

Транслација је директна изометрија.

Задаци: $450.$, $454.$, $455.$



Завршни део часа:

Питања ученика.

Редни број часа: _____

Ротација

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, монолошка
Циљ часа: Прихватање математике као корисног алата у свакодневном животу. Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Ученик треба да усвоји појам и особине ротације.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да разумеју текст и препознају проблем у коме је потребно извршити ротацију.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности.
Резултат часа: Примена ротације на геометријске проблеме.
Кључне речи: ротација
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли, анализа задатака.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта је ротационо кретање?
Шта су директне, а шта индиректне изометрије?
Позитивно и негативно орјентисани углови.

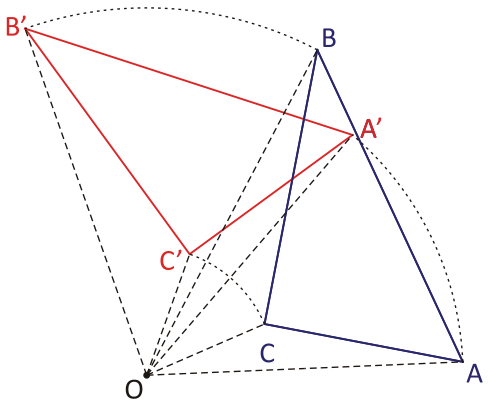
Главни део часа:

Ротација пресликава тачку A око непокретне тачке O за дати угао α у тачку A' тако да је $\angle AOA' = \alpha$ (То означавамо $\Re_{o,\alpha}(A) = A'$)

Ротација је директна изометрија.

$\angle AOA' = \angle BOB' = COC' = \alpha$

Задаци: $453., 465., 466.$



Завршни део часа:

Питања ученика.

Редни број часа: _____

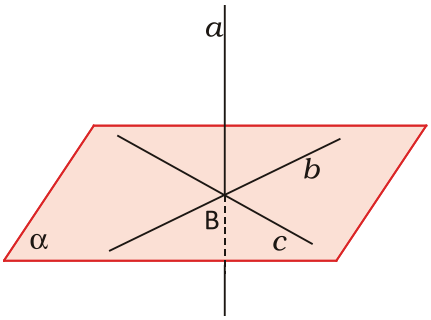
Нормалност праве и равни, угао између праве и равни; теорема три нормале

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Способност апстракције, развијање аналитичности.
Образовни задатак: Ученик треба да схвати међусобни однос праве и равни.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност схватања простора. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да схвате просторне односе.
Кључне речи: нормалност праве и равни
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

У ком односу могу бити две праве? Две равни?

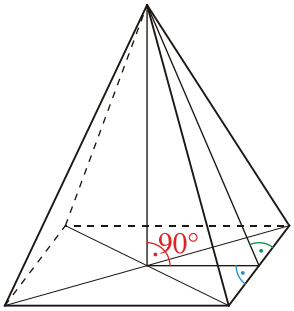
Главни део часа:

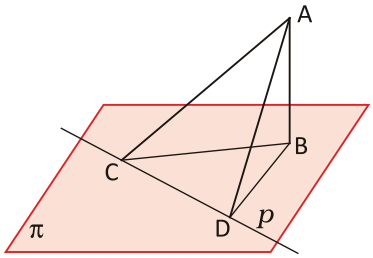


Дефиниција: Права a продире раван α у тачки B. Ако је права a нормална на све праве равни α које садрже тачку B кажемо да је **права a нормална на раван α**.

Теорема: За сваку тачку и сваку раван постоји тачно једна права која садржи тачку и нормална је на раван.
Није битно да ли је тачка у равни или не.

Теорема о три нормале: Ако је AB нормална на раван π у тачки B, а BC нормална на праву p у тачки C, тада је права AC нормална на праву p. (Објаснити на моделу четворостране пирамиде – апотема, висина пирамиде).





Доказ: Нека је на правој $p \subset \alpha$ тачка D таква да важи $AB = CD$.

$$\left.\begin{array}{l} AC = CD \\ < ABC = < BCD = 90^\circ \\ BC = BC \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta BCD \Rightarrow AC = BD$$

Из чега следи и:

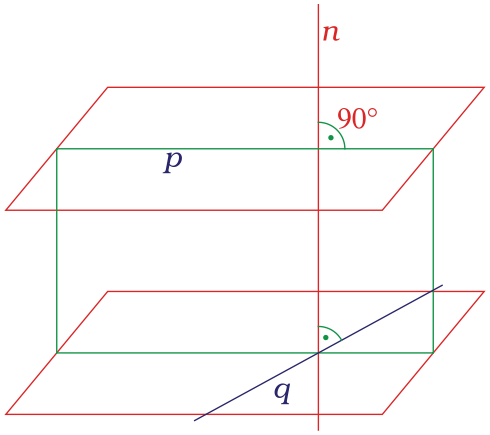
$$\left.\begin{array}{l} AC = BD \\ CD = AB \\ AD = AD \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ACD \cong \Delta DBA \Rightarrow < ACD = < ABD = 90^{\circ}$$

.

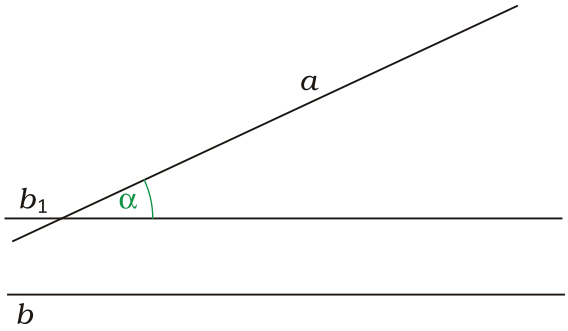
AB је нормална на BD пошто је AB нормална на раван π, па је нормална на сваку праву у равни која садржи продорну тачку.

Дефиниција: Праве p, q су **мимоилазне** уколико не постоји раван која их садржи.

Теорема: Мимоилазне праве имају заједничку нормалу. (Уочити у учионици.)



Дефиниција: Нека су a, b мимоилазне праве и права $b_1 || b$ сече праву a. Угао између правих a, b_1 је **угао између мимоилазних правих** a, b.



Завршни део часа:

Питања ученика.

Редни број часа: _____

Диедар; угао између две равни; угао између праве и равни

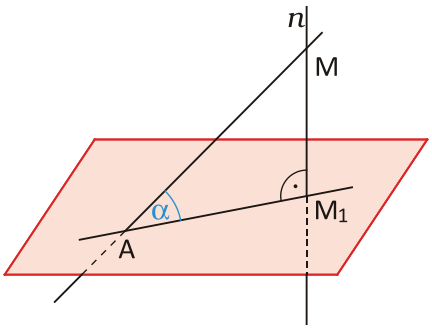
Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Развијање апстрактног мишљења, развијање аналитичности и систематичности, способност визуелизације.
Образовни задатак: Ученик треба да уме да уочи диедар.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да схвате просторне односе.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да схвате простор и знају шта је диедар и његов угао.
Кључне речи: диедар
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, конструкције на табли.
Активности ученика: Израда задатака у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта је полураван? Уочити у учионици међусобне односе равни – паралелне, нормалне,...

Главни део часа:

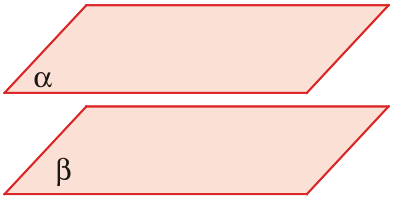
Дефиниција: Подножје нормале из дате тачке на раван назива се **управна** (нормална, ортогонална) **пројекција тачке на раван**.

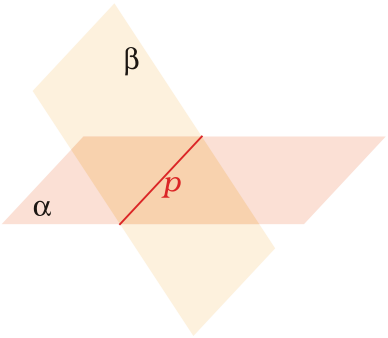


Пројекција праве (која није нормална) на раван је права.

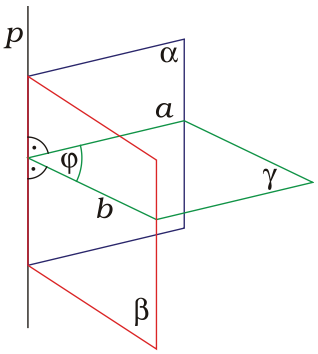
Дефиниција: Ако права a није нормална на раван α **угао између праве** a **и равни** α је угао између праве a и њене нормалне (ортогоналне) пројекције на раван α.

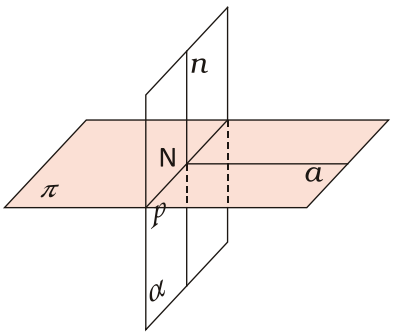
Две равни могу да буду паралелне (уколико немају заједничких тачака или су им све тачке заједничке) и да се секу. Пресек две равни је права.





Уколико је нека раван γ нормална на пресечну праву p равни α,β. Ако раван γ сече равни по правама a,b онда је **угао између равни** α,β угао између правих a,b.



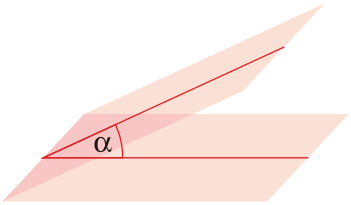


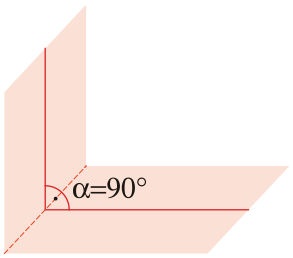
Ако је угао између равни прав, кажемо да су равни међусобно **нормалне**.

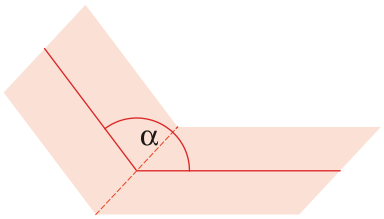
Теорема: Ако је права n нормална на раван α онда је свака раван која садржи праву n нормална на раван α

Две полуравни са заједничком ивицом одређују две области простора. Унија тих полуравни и једне од области назива се **диедар**. Полуравни су **стране**, а заједничка права је **ивица диедра**.

Угао диедра је угао који граде стране диедра.
Према углу диедри могу бити оштри, прави и тупи. (конвексни диедри).







Задаци:

1. Растојање тачке M од равни π једнако је 4, а растојање тачке A од равни π је 20. Ако је дужина дужи $MA=20$ колика је дужина пројекције дужи MA на раван π? (12, уочити да тачке морају бити са исте стране равни.)
2. Основица AB једнакокраког троугла једнака је 6. Основица троугла припада равни π, а врх се налази на растојању 2 од равни. Ако је крак $AC=5$ израчунати угао између равни троугла и равни π. ($30°$)

Завршни део часа:
Питања ученика.

Редни број часа: _____

Систематизација теме

Тип часа: систематизација
Облик рада: фронтални и индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација
Циљ часа: Развијање аналитичности и систематичности, способност примене знања
Образовни задатак: Ученик треба да уме да направи систематичну слику теорема и особина троугла, четвороугла и круга и да уме да их примени на прави начин.
Функционални задатак: Ученици треба да стекну способност да систематизују знања. Развијање аналитичког мишљења.
Васпитни задатак: Развијање концентрације, систематичности, прецизности и уредности; уважавање математике као подручја људске делатности; прецизност језика.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше задатак.
Кључне речи: троугао, четвороугао, круг
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Вредновање знања и активности ученика.
Активности ученика: Израда задатака у свесци и на табли.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити основне теореме везане за троугао, четвороугао и круг.

Главни део часа:

Задаци: $338.$, $359.$, $383.$, $389.$, $398.$, $400.$
- Конструисати једнакокраки троугао ако је дато $a, b\text{-}h_a$. (a је основица, а b крак.)
- Конструисати круг који додирује дати круг и дату праву a у датој тачки A.

Завршни део часа:

Питања ученика.

Алгебарски изрази – први део

Полиноми и операције са њима; дељивост полинома. Растављање полинома на чиниоце. Операције са рационалним алгебарским изразима (алгебарски разломци). Примена трансформација рационалних алгебарских израза код решавања линеарних једначина и неједначина; линеарне једначине са параметрима. Важније неједнакости.

Редни број часа: _____

Полиноми – сабирање, одузимање, множење – понављање

Тип часа: понављање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Оспособљавање ученика за повезивање знања из различитих разреда у јединствену целину. Развијање систематичности.
Образовни задатак: Усвајање и правилно дефинисање полинома, разумевање операција са полиномима и основних појмова везаних за полиноме.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности; повезивање различитих информација у систематизовану целину; стварање свести о значају математике кроз историју у свим културама.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја повезивања раније стечених знања.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова. Разумевање појма полинома и увежбаност у сабирању, одузимању и множењу полинома. Прецизност језика.
Кључне речи: полином
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и уочавање особина и алгоритама.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Гране математике: аритметика, геометрија, **алгебра** (од арапске речи „ал−гебр“ састављање раздвојених делова, сједињавање), грана у којој се проучавају својства операција над полиномима, алгебарским изразима, једначинама...
За домаћи задатак дати неком од ученика задатак да пронађе још неки математички термин који има арапски корен речи (нпр. алгоритам) и име бар једног од славних арапских математичара или да нађу ко је био Омар Хајам.

Главни део часа:

Моном је израз облика $2x, \frac{2}{3}x^2y, 6xy, 7, \ldots$ Степени ових монома су редом $1, 3, 2, 0, \ldots$. Константе се зову **коефицијенти монома**.

Слични мономи су мономи који имају исти део са променљивом, а разликују се само „до на константу“ (објаснити израз) нпр. $5xy, -7xy, \frac{3}{4}xy, \ldots$ Могу се сабирати и одузимати само слични мономи нпр.

$5xy-7xy=-2xy;\quad 5xy+7xy=12xy$

Мономи који нису слични не могу се сабирати већ је њихов збир **полином** („поли“ на грчком значи више). Полином од два члана назива се **бином** $(2x-y)$, а полином који има три члана назива се трином $(3x^2+4x-5)$. Полиноми са више чланова немају посебно име, већ се називају полином. Бином и трином су такође полиноми.
Могу се множити било која два монома. Нпр. $3x2y\cdot 5x=15x^3y$.

Задатак $485.$ а), в), г), д), ђ)

Дефиниција: Полином $n-$тог степена са једном променљивом је израз облика

$P_n(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0;\ x\in R$, где су $a_n,a_{n-1},\ldots,a_1,a_0$ реални бројеви.

Може се писати и

$$P_n(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_{n-1}x+a_n;\ x\in R$$

Реални бројеви $a_n,a_{n-1},\ldots,a_1,a_0$ називају се **коефицијенти полинома**, а x **независно променљива** или **аргумент**.

Овако записан полином уређен је по опадајућим степенима. Полином се може уредити и по растућим степенима.

Задаци: $479.$а), $480.$ б), в)

Члан a_0 је **слободни члан** („слободан“ од x), а члан a_nx^n је тзв. **„најстарији“ члан**. **Степен полинома** ((у ознаци $st(P(x))$) је степен његовог „најстаријег“ члана.

Операције са полиномима (поновити на примерима):

Сабирање и одузимање – сабирају се и одузимају само слични мономи. Нпр.
$(3x^2-2x-6)+(-x^2+3x+5)=\ldots=2x^2+x-1$
$(3x^2-2x-6)-(-x^2+3x+5)=3x^2-2x-6+x^2-3x-5=4x^4-5x-1$

Задаци $483.$ (један пример)
Полиноми се **множе** коришћењем дистрибутивног закона множења у односу на сабирање и одузимање (поновити). Нпр. $(3x^2-3x+1)\cdot(2x-3)=6x^3-9x^2-6x^2+9x+2x-3=6x^3-15x^2+11x-3$
Уочити правило за степен збира, разлике и производа два полинома.
Задаци: $484.$г), $481.$б), $482.$б)

Завршни део часа:

Домаћи задатак: $480.$а), $481.$в),г), $485.$б),з),и)$515.$б),$516.$а)

Бонус задаци:
$1.$ Наћи педесети члан низа: $5,6x,7x^2,8x^3,9x^4,\ldots$
$2.$ Нека је $P(x)=ax^2+bx+c$ Ако је $P(0)=4,\ P(1)=5,\ P(-1)=9$ наћи полином $P(x)$.

Редни број часа: _____

Растављање на чиниоце полинома облика ax+bx, ax+bx+ay+by

Тип часа: понављање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Увежбаност у растављању на чиниоце.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално расставе полином на чиниоце.
Кључне речи: заједнички чинилац
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити: комутативни, асоцијативни и **дистрибутивно закон:** $3\cdot(2x+3y)=6x+9y.$

Главни део часа:

Задаци:

ax+bx

$486., 487., 488., 489., 490.$
Скренути ученицима пажњу на извлачење негативног броја испред заграде и промену знака.

ax+bx+ay+by

Пример: $xy+4x-3y-12=x(y+4)-3(y+4)=(y+4)(x-3).$
Задатак: $491.$

Завршни део часа:

Бонус задатак: Наћи све уређене парове природних бројева (m,n) за које важи једнакост $mn+n+5m+5=90$
Решење: Растављањем на чиниоце добија се $(m+1)(n+5)=90.$
$(1,40),(2,25),(4,13),(5,10),(9,4),(14,1),(8,5).$

Домаћи задатак: Довршити неурађене задатке.

Редни број часа: _____

Разлика квадрата, квадрат бинома

Тип часа: понављање
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност самосталног растављања на чиниоце.
Образовни задатак: Увежбаност у растављању на чиниоце.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности; развијање прецизности у изражавању.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности.
Резултат часа: Увежбаност растављању на чиниоце.
Кључне речи: квадрат бинома
Активности наставника: Понављање и исписивање на табли раније познатих формула, као и извођење формула за куб бинома и квадрат тринома. Вођење ученика кроз градиво.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити формуле за разлику квадрата и квадрат бинома.

Главни део часа:

Разлика квадрата: $x^2-y^2=(x-y)(x+y)$

Задаци: $492.$, $493.$, $494.$, $495.$

Квадрат бинома: $(x+y)^2=x_2+2xy+y2$. Прокоментарисати шта се дешава уколико је неки, било који члан, негативан.
Нпр. $(2x-3)^2=4x^2-12x+9;\ (-3x+7)^2=9x^2-42x+49;\ \ (-2x-3)^2=4x^2+12x+3;$

Задатак: $499.$ (до и))

Инсистирати на разлици између збира (разлике) квадрата и квадрата збира (разлике).
На табли урадити по два примера из сваке групе задатака.

Куб бинома: Ученици сами треба да дођу до формула.
$(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$
$(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$

Задаци: $499.$ (ј–љ), $496.$(до е), $497.$

Квадрат тринома: Ученици треба да изведу.
$(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz$
Прокоментарисати са ученицима случајеве када је неки од чланова негативан. Не исписивати формуле, пошто је битно само разумевање.

Задатак $496.$ (е–з)

Завршни део часа:

На табли ученици поново треба да испишу формуле за разлику квадрата, квадрат и куб бинома и квадрат тринома.
Прокоментарисати грешке и за **домаћи задатак** дати неурађене задатке .

Бонус задатак: Нађи збир цифара броја који је једнак

$$777\,777\,777\,777\,777^2 - 222\,222\,222\,222\,223^2 .$$

Редни број часа: _____

Растављање на чиниоце квадратног тринома

Тип часа: утврђивање и продубљивање
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Развој логичког и апстрактног мишљења.
Образовни задатак: Увежбаност у растављању на чиниоце.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; неговање тимског духа.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално расставе полином на чиниоце.
Кључне речи: квадратни трином
Активности наставника: Вођење ученика кроз задатке; избор задатака; израда примера на табли.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити формуле за разлику квадрата и квадрат бинома.
Шта је трином? Шта је квадратни трином?

Главни део часа:

Пример: Раставити на чиниоце полином $x^2-10x+9$.
Ученици треба да уоче да се не ради о квадрату бинома.
Први начин: $x^2-10x+9 = x^2-9x-x+9=x(x-9)-1(x-9)=(x-9)(x-1).$
Други начин: $x^2-10x+9=(x^2-10x+25)-25+9=(x-5)^2-16=(x-5-4)(x-5+4)= (x-9)(x-1)$

Препустити ученицима да увиде који начин им више одговара.
„Проблем“ код првог начина може бити нешто већи слободни члан, који даје више могућности за растављање линеарног члана:
$x^2-3x-54=x^2-9x+6x-54=x(x+6)-9(x+6)=(x+6)(x-9)$
Треба истаћи да се груписање може извршити на више начина.
„Проблем“ код другог начина је што је рачун нешто компликованији када средњи члан није паран:

$$2x^2+7x-15=2\left(x^2+\frac{7}{2}x+\frac{49}{16}-\frac{49}{16}-\frac{15}{2}\right)=2\left(\left(x+\frac{7}{4}\right)^2-\left(\frac{13}{4}\right)^2\right)=$$

$$=2\left(x+\frac{7}{4}-\frac{13}{4}\right)\left(x+\frac{7}{4}+\frac{13}{4}\right)=2\left(x-\frac{3}{2}\right)(x+5)=(2x-3)(x+5)$$

Предност другог начина: $x^2+2x+5=(x^2+2x+1)+4=(x+1)^2+4.$
Одавде се може уочити да је немогуће раставити полином на линеарне чиниоце.

Ученике подсетити да само једно растављање на сабирке води до резултата (јединственост растављања на чиниоце). Помоћи им да схвате зашто је растављено баш на овај начин.

Поделити ученике у четири групе (може и по редовима)

Задатак: 500. Свакој групи дати по два примера. Када заврше, заменити задатке.

Завршни део часа:

Бонус задатак:

Решити једначину $x^2-5x+5=1$.

На табли урадити неколико задатака.

Редни број часа: _____

Збир и разлика кубова

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални, рад у паровима
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања. Развијање аналитичности.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да уоче коју формулу је потребно применити и увежбаност ученика у примени формула.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности; развијање апстрактног мишљења.
Васпитни задатак: Развијање прецизности језика, уредности.
Резултат часа: Увежбаност у растављању полинома на чиниоце.
Кључне речи: збир и разлика кубова
Активности наставника: Извођење формула заједно са ученицима и вођење ученика кроз задатке; организовање група за међусобну помоћ.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити формуле за квадрат бинома, разлику квадрата, куб бинома.

Главни део часа:

Збир кубова: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ множењем проверити тачност формула.
Разлика кубова: $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
Инсистирати на разлици између збира (разлике) кубова и куба збира (разлике).

Примери: Раставити на чиниоце полиноме:
$x^3+8^3=(x+2)(x^2-2x+2^2)$
$8y^3-1=2x^3-1^3=(2x-1)(4x^2+4x+1)$
Објаснити како ће радити у пару. Најлакше је да парови седе у истој клупи. Сваки пар добије по један пример. Након неког времена један пар „прозове“ други да уради задатак на табли. Пар који је успешно урадио задатак прозива следећи пар итд.

Задатак: $498.$

Завршни део часа:

Написати задатке за **домаћи задатак:** Раставити на чиниоце полиноме:

$$a^3-1;\quad (a+b)^3-1$$
$$1-64x^3;\quad 343+0,001a^3$$
$$125x^3-8;\quad 2x^3-16y^3$$
$$27a^3+8b^3;\quad x^4+x$$
$$x^3+\frac{1}{27};\quad a^{3x}+1$$

Редни број часа: _____

Растављање полинома на чиниоце–утврђивање (2 часа)

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Повезивање знања.
Образовни задатак: Увежбаност ученика у растављању полинома на чиниоце.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности; оспособљеност ученика да самостално процене свој ниво знања.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; оспособљеност за самопроцену.
Резултат часа: Увежбаност ученика у решавању задатака.
Кључне речи: раставити на чиниоце
Активности наставника: Вођење ученика кроз задатке; организовање група.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Подела ученика на групе и подела задужења.
Наставна средства: креда, табла, листићи са задацима
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Први час:

Уводни део часа:

Поновити све формуле које смо користили. Нека их ученици испишу у један угао табле.
Подела ученика на групе.

Задаци: 501.–509.

Главни део часа:

Раставити на чиниоце полиноме:

Прва група:

1. $2x^2-2y^2$
2. $5x^2+30xy+45y^2$
3. $x^2-8x+12$
4. $12a^5+6a^3$
5. $x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3$
6. x^6-a^6
7. $a^{3x}-a^{2x}b^x$
8. $(a-1)^2-4a(a+1)^2-6(a-1)(a+1)$

Друга група:

1. a^2b-ab^2
2. $3x^2-30x+75$
3. x^2+x-20
4. $12x^2-3$
5. $x^3-3x^2-9x+27$
6. a^6+27
7. $a^{2n}+a^n$
8. $(2x-1)^2+(x-2)^3-(2x-1)(x-2)$

Трећа група:

1. $4xy+12xz-8x^2$
2. a^4-a^2
3. $3x^2+6x+3$
4. $x^2-2x-15$
5. $8x^3+12x^2+6x+1$
6. $a^5b^2-a^2b^5$
7. $2x^{m+n}+6x^n$
8. $\left(x^2-x+1\right)\left(x+1\right)-\left(x^2-1\right)^2-\left(x^2+x+1\right)\left(x-1\right)$

Четврта група:

1. $5x^2+10xy^2$
2. $5x^2-20xy^2$
3. $\frac{1}{4}x^2-x+1$
4. $x^2-5x-14$
5. $27a^3+54a^2+36a+8$
6. $8x^7y^3+x^4y^6$
7. $a^{3x}+3a^{2x}+5a^x$
8. $\left(a-b+c\right)^2+\left(a+b\right)^2-\left(a+c\right)^2$

По два задатка из сваке групе урадити на табли.

Завршни део часа:

За **домаћи задатак** разменити групе.

Други час:

Прва група:

1. a^3-a
2. x^4+2x^3-x-2
3. $x^2+y^2-z^2+2xy$
4. $3x^2+5x-8$
5. $x^5-4x^3-x^2+4$
6. x^5-x
7. $p^3x^2-q^3x^2-p^3+q^3$
8. $16y^4+72y^3a+108y^2a^2+54a^3y$

Друга група:

1. $5x^2-5y^2$
2. $2x^4+x^3-16x-8$
3. $x^2+y^2-z^2-2xy$
4. $5x^2+12x-44$
5. x^4+2x^3-x-2
6. $x^{12}-a^{12}$
7. $x^5-x^3+27x^2-27$
8. $81x^4+162x^3y+108x^2y^2++24xy^3$

Трећа група:

1. x^2y-y
2. $x^2y^2-x^2-y^2+1$
3. $x^2+y^2-9-2xy$
4. $2x^3+5x^2-3x$
5. $5x^4-x^3+40x-8$
6. a^5b-ab^5
7. $x^3y^3-x^3-y^3+1$
8. $24x^4-108x^3a+162x^2a^2-81xa^3$

Четврта група:

1. $4x^2-4x^3$
2. $3x^4+2x^3+3x+2$
3. $2x^2+2y^2-2+4xy$
4. x^2-2x-3
5. x^2-y^2+x-y
6. $3x^3-24$
7. $x^5+x^3-9x^3-9$
8. $54y^4-108y^3a+72y^2a^2-16ya^3$

По два задатка из сваке групе урадити на табли.

Завршни део часа:

За **домаћи задатак** разменити групе.

Редни број часа: _____

Дељење полинома

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Развој логичког и апстрактног мишљења. Стварање основе за наставак школовања.
Образовни задатак: Разумевање и оспособљеност за извршавање дељења полинома.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности.
Резултат часа: Увежбаност у дељењу полинома.
Кључне речи: дељење полинома
Активности наставника: Објашњавање алгоритма за дељење полинома, помоћ ученицима при изради задатака.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подсетити се дељења природних бројева.
Нпр.

$$\begin{array}{rrrrcrrcrrr} 3 & 2 & 6 & 8 & : & 2 & 5 & = & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & & & & & & & & & \\ & 7 & 6 & & & & & & & & \\ & 7 & 5 & & & & & & & & \\ & & 1 & 8 & & & & & & & \end{array}$$

Провера: $326-130\cdot 25+18$, број 130 је **количник**, а 18 **остатак**.
Констатовати да је остатак мањи од делиоца.

Главни део часа:

Направити аналогију са дељењем полинома.

$$\begin{array}{rcrcrcl} (6x^3 & - & 2x^2 & - & 8x & + & 5) \\ 6x^3 & \mp & 12x^2 & \pm & 6x & & \\ & & 10x^2 & - & 14x & + & 5 \\ & & 10x^2 & \mp & 20x & \pm & 10 \\ & & & & 6x & - & 5 \end{array} \quad : \quad (2x^2 - 4x + 2) = 3x + 5$$

Количник је $3x+5$, а остатак $6x-5$. Објаснити да су (аналогно природним бројевима) **количник и остатак јединствено одређени.** Степен остатка мора бити мањи од степена делиоца (треба ученици да увиде).
Провера: $6x^3-2x^2-8x+5=(2x^2-4x+2)(3x+5)+6x-5.$

Задаци: $512.$, $514.$ а),ђ)

Завршни део часа:

Домаћи задатак: б),в),г),д),з)

Бонус задатак: Ако су x,y,z реални бројеви и ако важи $x+y\neq z$, упростити израз $\dfrac{x^2-y^2-z^2+2yz}{x+y-z}$.

Редни број часа: _____

Безуов став

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност закључивања, генерализације; развијање аналитичности.
Образовни задатак: Разумевање и оспособљеност за примену Безуове теореме.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности; развијање апстрактног мишљења.
Васпитни задатак: Развијање прецизности језика, уредности.
Резултат часа: Правилна примена Безуове теореме.
Кључне речи: Безуова теорема
Активности наставника: Формулација битних теорема. Израда примера и помоћ ученицима при изради задатака.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити чиме се баве аритметика (од грчке речи arithmetike, која се састоји од две речи: arithmos (број) и techne (умеће)) и алгебра.
Основна теорема аритметике: Сваки природан број се на јединствен начин може раставити на просте чиниоце.
Нпр. : $30=2\cdot 3\cdot 5,\ 36=2^2\cdot 3^2$

Главни део часа:

Полиноми $P_n(x)=a_n x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0;\ x\in R$ и $Q_n(x)=b_n x^n+b_{n-1}x^{n-1}+\ldots+b_1x+b_0;\ x\in R$, су **идентички једнаки** акко су им одговарајући коефицијенти једнаки, тј. $a_n=b_n,\ \ldots,a_0=b_0$

Примери:
$1.$ Полиноми $3x^2+4x-8;\ ax^2+4x-8$ су једнаки акко је $a=3$
$2.$ Ако су изрази $(x+a)(x+8)=x2+bx+24$ једнаки за све вредности x нађи $a+b.$
Задатак: $515.$а), $516.$б),в)

Нула (корен) полинома $P_n(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_{n-1}x+a_n;\ x\in R$
је број $x=a$ за који важи $Pn(a)=0.$

Основна теорема алгебре: („прилагођена верзија“ за ученике првог разреда) Реални полином једне променљиве има бар један реалан корен.

Последица: Полином $n-$тог степен може имати **највише** n корена.
Нагласити зашто највише, односно да се полином растављa на линеарне и, евентуално, квадратне чиниоце. (Објаснити шта значи линеаран чинилац.)

Теорема: Уколико полином $P_n(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_{n-1}x+a_n;\quad x\in R$ има корен облика $x=\frac{p}{q},\ \ p,q\in Z$ онда важи $p|a_n\wedge q|a_0$.

Безуов став (теорема): Остатак дељења полинома $P(x)$ полиномом $x-a$ једнак је $P(a)$.

Étienne Bézout (31. март 1730.-1783.), француски математичар

Задатак: 513., 517.

Последица: Уколико је $P(a)=0$ онда је полином дељив са $x-a$.
Задаци: 518.а),д), 520.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: 518.б), в),г), ђ) 519., 521.

Бонус задатак: Наћи реалан број a за који је полином $P(x)=x4+ax2+x-6$ дељив полиномом $x+2$.

Редни број часа: _____

НЗД и НЗС за полиноме

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања; повезивање знања.
Образовни задатак: Разумевање поступка за налажење НЗС и НЗД за полиноме.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности; оспособљеност ученика за апстрактно мишљење.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално нађу НЗД и НЗС за полиноме.
Кључне речи: НЗД, НЗС
Активности наставника: Повезивање са градивом основне школе – НЗД и НЗС за бројеве и уопштење поступка за налажење НЗД и НЗС за полиноме.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Наћи НЗД и НЗС за бројеве 12 и 18.

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$

$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$

$D = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

$S = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$

Ученици треба да разумеју алгоритам за налажење НЗД и НЗС за бројеве.

Главни део часа:

Задатак 523.
Раставити на чиниоце полиноме

$x^2 - 3x = x(x-3)$

$x^2 y - 3xy = xy(x-3)$

НЗД је највећи полином којим су дељива оба полинома, тј. треба да садржи само њихове заједничке чиниоце, $D = x(x-3)$, а НЗС је најмањи полином који је дељив са оба полинома, тј. треба да садржи све њихове чиниоце $S = xy(x-3)$.

Задатак 526. Радити и НЗД. Уколико има времена започети и задатак 522.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци 524. и 522. (недовршени примери)

Редни број часа: _____

Проширивање и скраћивање алгебарских разломака

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Повезивање знања; Усвајање знања неопходних за наставак школовања; развијање аналитичности.
Образовни задатак: Увежбаност ученика у скраћивању разломака; уочавање услова дефинисаности разломка.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности;
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности;
Резултат часа: Увежбаност ученика у решавању задатака.
Кључне речи: скратити разломак, раставити на чиниоце, услови дефинисаности
Активности наставника: Вођење ученика кроз задатке;
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити проширивање и скраћивање бројних разломака.

$1.$ Скратити разломке: $\frac{15}{20};\quad \frac{21}{35};\quad \frac{64}{108}.$

$2.$ Нађи x: $\frac{3}{5}=\frac{x}{15};\quad \frac{2}{7}=\frac{4}{x};\quad \frac{4}{9}=\frac{x}{36}.$

Главни део часа:

Објаснити услове дефинисаности. Зашто не треба делити нулом. Нпр. нађи грешку у доказу:

$$a\cdot a-a\cdot a=a^2-a^2$$
$$a(a-a)=(a-a)(a+a) \qquad /:(a-a)$$
$$a=2a \qquad /:a$$
$$1=2$$

Задатак $527.$

Скратити разломак: $\frac{12x-4}{3x-1};x\neq\frac{1}{3}$.

Задаци: $\frac{x^2-9}{3x-9};\quad \frac{x^2+4x+4}{xy+2y};\quad \frac{a^2-4}{a^3-8}$

$530.$, $531.$а), б)

Бонус задатак: Нађи све целобројне вредности x за које је вредност разломка $\frac{-6}{x+1}$ цео број.

Завршни део часа:

Преко математичких шала поновити како се скраћују разломци.

$\frac{64}{16} = 4 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\ }$

Домаћи задатак: Задаци: 528., 532.б), и), 533.а), г)

Редни број часа: _____

Сабирање и одузимање алгебарских разломака

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања. Развијање апстрактног мишљења.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално сабирају и одузимају алгебарске разломке.
Функционални задатак: Оспособљеност ученика да разумеју и изврше сабирање и одузимае алгебарских разломака.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности и систематичности;
Резултат часа: Ученици треба да разумеју поступак и самостално саберу алгебарске разломке.
Кључне речи: раставити на чиниоце, НЗС, проширити, скратити разломак
Активности наставника: Понављање поступка за сабирање и одузимање бројевних разломака и уопштење на сабирање и одузимање алгебарских разломака.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити сабирање бројних разломака:

$$\frac{3}{8}+\frac{5}{6}=\frac{3\cdot 3+5\cdot 4}{24}=\frac{29}{24}=1\frac{5}{24}$$

$$\frac{7}{10}-\frac{1}{6}=\frac{21-5}{30}=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$$

Главни део часа:

1. $\dfrac{30+5}{3}+\dfrac{20-1}{3}=\dfrac{30+5+20-1}{3}=\dfrac{50+4}{3}$

2. $\dfrac{x+2}{2}-\dfrac{2x-1}{4}=\dfrac{2(x+2)-(2x-1)}{4}=\dfrac{2x+4-2x+1}{4}=\dfrac{5}{4}$

3. $\dfrac{5a-3}{2a}+\dfrac{3a-4}{3a}-\dfrac{a+1}{4a}=\dfrac{6(5a-3)+4(3a-4)-3(a+1)}{12a}=$

$=\dfrac{30a-18+12a-16-3a-3}{12a}=\dfrac{39a-37}{12a};\quad a\neq 0$

4. $\dfrac{3}{x-y}-\dfrac{2}{x+y}=\dfrac{3(x+y)-2(x-y)}{(x-y)(x+y)}=\dfrac{3x+3y-2x+2y}{(x-y)(x+y)}=\dfrac{x+5y}{(x-y)(x+y)},\quad x\neq\pm y$

5. $\dfrac{\square+1}{\square-1}-\dfrac{\square-1}{\square+1}-\dfrac{4\square}{\square^2-1}=\dfrac{\square+1}{\square-1}-\dfrac{\square-1}{\square+1}-\dfrac{4\square}{(\square-1)(\square+1)}=\dfrac{(\square+1)^2-(\square-1)^2-4\square}{(\square-1)(\square+1)}$

$=\dfrac{\square^2+2\square+1-(\square^2-2\square+1)-4\square}{(\square-1)(\square+1)}=\dfrac{\square^2+2\square+1-\square^2+2\square-1-4\square}{(\square-1)(\square+1)}=0;\quad \square\neq\pm 1$

Задаци: 537. г), д)

Завршни део часа:

Домаћи задатак: 536.г),д), 537.а),в), 538.а)

Редни број часа: _____

Сабирање и одузимање алгебарских разломака – вежбање

Тип часа: вежбање
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Оспособљеност за примену знања; оспособљеност за коришћење Збирке задатака.
Образовни задатак: Увежбаност ученика у сабирању и одузимању алгебарских разломака.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности; оспособљеност за употребу збирке задатака.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; неговање тимског духа.
Резултат часа: Увежбаност ученика у решавању задатака.
Кључне речи: раставити на чиниоце
Активности наставника: Вођење ученика кроз задатке; организовање група за међусобну помоћ.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Питања везана за домаћи задатак.

$$x+3=3+x$$

Објаснити: $3-x=-(-3+x)=-(x-3)$

$$(x-3)^2=(3-x)^2$$

Поделити ученике на групе.

Главни део часа:

Заједно са целим одељењем урадити задатак 537.ђ)

$$\frac{16x-x^2}{x^2-4}+\frac{3+2x}{2-x}-\frac{2-3x}{x+2}=\frac{16x-x^2}{x^2-4}-\frac{3+2x}{x-2}-\frac{2-3x}{x+2}=$$

$$=\frac{(16x-x^2)-(3+2x)(x+2)-(2-3x)(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{16x-x^2-3x-6-2x^2-4x-2x+4+3x^2-6x}{(x-2)(x+2)}=$$

$$=\frac{x-2}{(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x+2},\qquad x\neq\pm 2$$

Прва група: Задаци: 537.е), 539.а), 540.е)
Друга група: Задаци: 537.ж), 538.в), 540.а)
Трећа група: Задаци: 540.ђ), 538.ђ), 539.г)
Четврта група: Задаци: 538.д), 539.в), 540.в)

Завршни део часа:

Заједнички коментари грешака и проблема.

Домаћи задатак: Задатак 540.а), б), г), д), ж).

Редни број часа: _____

Множење и дељење алгебарских разломака

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално множе и деле алгебарске разломке.
Функционални задатак: Оспособљеност ученика да направе аналогију између рада са бројевним и алгебарским разломцима.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности и апстрактног мишљења.
Резултат часа: Разумевање ученика и оспособљеност да самостално упросте алгебарске изразе који садрже множење и дељење алгебарских разломака.
Кључне речи: множење и дељење разломака
Активности наставника: Повезивање операција са операцијама над бројевним разломцима. **Наставна средства:** креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити множење и дељење бројевних разломака:

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{15}{22}=\frac{3\cdot 3}{1\cdot 22}=\frac{9}{22}$$

$$\frac{3}{5}:\frac{15}{22}=\frac{3}{5}\cdot\frac{22}{15}=\frac{1\cdot 22}{5\cdot 5}=\frac{22}{25}$$

Главни део часа:

543.а) $\dfrac{15x^2}{2x-10}\,\dfrac{x^2-25}{25x}=\dfrac{15x^2}{2(x-5)}\,\dfrac{(x-5)(x+5)}{25x}=\dfrac{3x(x+5)}{10};\quad \begin{matrix}x\neq 0\\ x\neq 5\end{matrix}$

546.ђ) $\dfrac{x+3}{x^2-9}:\dfrac{x^3+27}{x^2-3x+9}=\dfrac{x+3}{(x+3)(x-3)}\,\dfrac{x^2-3x+9}{(x+3)(x^2-3x+9)}=\dfrac{1}{(x-3)(x+3)};\quad x\neq\pm 3$

Ученици раде на табли: Задаци: 543., 546.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задатак 547.

Редни број часа: _____

Множење и дељење алгебарских разломака– вежбање

Тип часа: вежбање
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Способност примене знања. Развој апстрактног мишљења.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално уради задатак од почетка до краја.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности.
Резултат часа: Увежбаност ученика у решавању задатака.
Кључне речи: множење и дељење алгебарских разломака
Активности наставника: Вођење ученика кроз задатке; организовање група; оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подела ученика на групе и подела задужења.

Главни део часа:

Упростити изразе:

Прва група:

1. $\frac{1}{x-2}\cdot\frac{x^2-2x}{x}$
2. $\frac{x^2-25}{x^2+3x}:\frac{x^2-9}{x^2-5x}$
3. $\frac{9-3x}{x^2-6x+9}\cdot\frac{x^3-27}{2x^2+6x+18}$

Друга група:

1. $\frac{x^2+xy}{x^2-xy}\cdot\frac{xy}{x^2y+xy^2}$
2. $\frac{x^2-y^2}{x^3+y^3}:\frac{x-y}{x^2-xy+y^2}$
3. $\frac{a^2-ab}{a^4-b^4}\cdot\frac{a^2-2ab+b^2}{a-b}$

Трећа група:

1. $\frac{2x-2y}{x+y}\cdot\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2}$
2. $\frac{x^4-1}{x^3-x}:\frac{2x^2+2}{x^2}$
3. $\frac{a^2-5a+6}{a^2+7a+12}:\frac{x^2-4a+4}{a^2+3a}$

Четврта група:

1. $\frac{1}{x-2}\cdot\frac{x^2-2x}{x}$
2. $\frac{x^2-25}{x^2+3x}:\frac{x^2-9}{x^2-5x}$
3. $\frac{9-3x}{x^2-6x+9}\cdot\frac{x^3-27}{2x^2+6x+18}$

Завршни део часа:

Коментар задатака, оцењивање најбољих ученика. Уколико је потребно неки од задатака прокоментарисати на табли.

Домаћи задатак:

Изабрати задатке у којима су ученици направили грешке за домаћи.

Редни број часа: _____

Цели и рационални изрази – вежбање

Тип часа: вежбање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Повезивање знања и вештина.
Образовни задатак: Увежбаност ученика у раду са алгебарским разломцима.
Функционални задатак: Оспособљеност ученика да повезују знања.
Резултат часа: Увежбаност ученика у решавању задатака.
Кључне речи: упростити израз
Активности наставника: Вођење ученика кроз задатке, избор задатака.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта је исказ? Шта је израз?

Бројевни израз: $\frac{3}{5}-\frac{1}{2}(0{,}2+2{,}3)=$

Алгебарски израз: $\frac{a-2}{a-4}\cdot\left(\frac{4a}{a^2-4}+\frac{a}{6-3a}+\frac{a}{a+2}\right)$

Приоритет рачунских операција:
1. Степеновање,
2. Промена знака,
3. Множење и дељење,
4. Сабирање и одузимање.

Главни део часа:

На табли:

$$\frac{a-2}{a-4}\cdot\left(\frac{4a}{a^2-4}+\frac{a}{6-3a}+\frac{a}{a+2}\right)=\frac{a-2}{a-4}\cdot\left(\frac{4a}{(a-2)(a+2)}-\frac{a}{3(a-2)}+\frac{a}{a+2}\right)=$$

$$=\frac{a-2}{a-4}\cdot\frac{4a\cdot 3-a(a+2)+3a(a-2)}{3(a-2)(a+2)}=\frac{a-2}{a-4}\cdot\frac{12a-a^2-2a+3a^2-6a}{3(a-2)(a+2)}=\frac{a-2}{a-4}\cdot\frac{2a^2+4a}{3(a-2)(a+2)}=$$

$$=\frac{a-2}{a-4}\cdot\frac{20(a+2)}{3(a-2)(a+2)}=\frac{2a}{3(a-4)};\qquad a\neq\pm 2, a\neq 4$$

Ученици раде на табли: Задаци: 544.в), г), 545.г), д)

Завршни део часа:

Домаћи задатак: 542.ђ), 544.б), 550.а), 553.б) Тест број 6.

Редни број часа: _____

Систематизација теме

Тип часа: систематизација
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Повезивање знања; развијање систематичности.
Образовни задатак: Увежбаност ученика у рачунским операцијама над алгебарским изразима. Уочавање услова дефинисаности израза.
Функционални задатак: Оспособљеност ученика за самостално коришћење литературе. Развијање свести о сопственом напредовању.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности. Оспособљеност ученика да увиде свој ниво знања. Оспособљеност ученика да користе збирку задатака.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално упросте компликованије алгебарске изразе.
Кључне речи: Алгебарски разломак, сабирање, одузимање, множење, дељење, упростити израз, дефинисаност израза
Активности наставника: Вођење ученика кроз задатке; организовање група. Оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Питања везана за домаћи задатак.
Подела ученика у групе.
Све групе раде први задатак. Након одређеног времена представник једне групе уради задатак на табли, а ученици у свесци. Уколико је потребно прокоментарисати и задатке из других група....
Може се дати и контролна вежба.

Главни део часа:

Прва група: Задаци: 529.а), 542.а), 558. ђ)
Друга група: Задаци: 529.б), 542.б), 558.д)
Трећа група: Задаци: 529.д), 542.в), 558.г)
Четврта група: Задаци: 529.г), 542.д), 558.в)

Завршни део часа:

Оцењивање ученика.

Домаћи задатак: 549.б), ђ), 555.а), 558.б), е)

Редни број часа: _____

Линеарна једначина, еквивалентне једначине, решење–обнављање

Тип часа: обнављање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Понављање и допуна раније усвојених појмова.
Образовни задатак: Понављање линеарних једначина, њених решења, јединствености решења, неодређености једначине и случаја када једначина нема решења.
Функционални задатак: Развијање свести о значају повезивања и обнављања знања.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја повезивања раније стечених знања.
Резултат часа: Дубље разумевање и систематизација раније усвојених појмова. Разумевање поступка за решавање једначина и егзистенције решења. Прецизност језика.
Кључне речи: једначина, решење
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и уочавање особина и алгоритама.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Понављање: Шта је једначина? Шта је решење једначине? Како проверавамо да ли је неки број решење једначине?

Главни део часа:

Решити једначине:
1. $3x-1=2x+8 \Rightarrow \ldots \Rightarrow x=9$ једначина има **јединствено (једно и само једно) решење.**
2. $3(x-1)=3x+7 \Rightarrow$ једначина **нема решења**, $x\in\varnothing$. Каже се и да је једначина противречна или немогућа.
3. $3(x+3)=2(x+4)+x+1 \Rightarrow$ једначина има **бесконачно много решења**, решења су сви реални бројеви $x\in R$. Каже се и да је једначина неодређена.

Извести закључак:
Најједноставнији облик линеарне једначине са једном непознатом је једначина $a\cdot x=b$ и могу се десити три случаја:

1. $a\neq 0$ једначина има јединствено решење облика $x=\frac{b}{a}$. (Уколико је потребно поново објаснити недефинисаност дељења нулом: $2x-2x=3x-3x \Rightarrow 2(x-x)=3(x-x) \Rightarrow 2=3$)

2. $a=0 \wedge b=0$ једначина има бесконачно много решења, тј. неодређена је, решења су $\forall x\in R$.
3. $a=0 \wedge b\neq 0$ једначина нема решења $x\in\varnothing$.

Еквивалентне једначине су једначине које имају исто решење. Једначине се еквивалентним трансформацијама могу превести у еквивалентну једначину.

Еквивалентне трансформације су:
– сређивање израза у једначини (ослобађање од заграда и сл.)
– додавање (одузимање) левој и десној страни једначине истог израза. Прокоментарисати шта значи „пребацивање“ са једне на другу страну знака једнакости.
– множење (дељење) једначине бројем или алгебарским изразом. Скренути пажњу да се приликом дељења мора водити рачуна да се може делити само бројем различитим од нуле. Нагласити неопходност постављања услова дефинисаности.

Решити једначине: 580. а) 581. б), д), 582. а), 583. г), 584. в), 587. б)

Завршни део часа:

За **домаћи задатак:** Задаци: 580.б), 581.ђ), 582.д),583.д), 587.а)

Редни број часа: _____

Линеарна једначина – вежбање

Тип часа: вежбање
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Оспособљеност за примену знања.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да реше једначине које се своде на линеарне.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности; оспособљеност за примену схватање значаја примене стечених знања.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности. Оспособљеност ученика да користе збирку задатака. Развијање тимског духа. Схватање значаја коришћења литературе.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да самостално реше једначину која се своди на линеарну.
Кључне речи: једначина, решење
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Решавање примера на табли, избор задатака, подела на групе, давање упутстава ученицима.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Понављање основних појмова везаних за једначине: Шта је решење? Које су еквивалентне трансформације?
Подела ученика на групе.

Главни део часа:

Са целим одељењем: 586.а)

$$\frac{2x+19}{5x^2-5}-\frac{17}{x^2-1}-\frac{3}{1-x}=0$$

$$\frac{2x+19}{5(x-1)(x+1)}-\frac{17}{(x-1)(x+1)}+\frac{3}{x-1}=0 \qquad /5(x-1)(x+1)$$

$$x\neq\pm1$$

$$2x+19-17\cdot5+3\cdot5(x+1)=0$$

$$2x+19-85+15x+15=0$$

$$17x=51$$

$$x=3$$

Прва група: 582.б), 585.г), 586.д)
Друга група: 582.г), 585.в), 586.б)
Трећа група: 582.в), 585.б), 586.г)
Четврта група: 582.ђ), 585.д), 586.в)

На табли урадити по један задатак из сваке групе. Нпр. једна група задаје задатак из своје групе ученицима других група.

Завршни део часа:
Оценити најбоље ученике.

Бонус задатак: У табели су бројеви такви да је збир прва два броја у врсти једнак трећем броју у врсти и збир прва два броја у колони једнак трећем броју у колони. Колики је збир свих девет бројева у табели?
(Одговор: 24)

m	4	m+4
8	n	8+n
m+8	4+n	6

Домаћи задатак: Задаци: 582.е), 585.а), 587.в),г), 597.в)

Редни број часа: _____

Линеарна једначина са параметром

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Правилно решавање једначина са параметром.
Функционални задатак: Стицање навике да се прецизно и систематично ради.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја повезивања раније стечених знања (физика).
Резултат часа: Разумевање поступка за решавање једначина са параметром.
Кључне речи: једначина, параметар
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и уочавање особина и алгоритама.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Параметар је константна величина која се појављује у једначини, функцији и сл. Реч се састоји од грчког префикса παρά у значењу промашај, заблуда и μέτρον што значи мера, величина. Повезати са парапсихолог, паравојни и сл.

Главни део часа:

Решити по x и дискутовати (објаснити) једначину у зависности од вредности реалног параметра m:

590. а) $mx+5=3x-15m$

$mx-3x=-15m-5$

$x(m-3)=-5(3m+1)$

$x=\dfrac{-(3m+1)}{m-3};\ m\neq 3$ – једначина има јединствено решење

$m=3\Rightarrow x\cdot 0=-50$ – једначина нема решења

Урадити задатке 590. б), в), г),и), ј) и 598.а)

601. д) $\dfrac{2}{x+a}-\dfrac{3}{x-a}+\dfrac{5a}{x^2-a^2}=0;\qquad x\neq\pm a$

$\dfrac{2}{x+a}-\dfrac{3}{x-a}+\dfrac{5a}{(x-a)(x+a)}=0\qquad /(x-a)(x+a)$

$2x-2a-3x-3a+5a=0$

$-x=0$

1. $a\neq 0;\qquad x=0$

2. $a=0;$ – нема решења

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци: 590.д), ђ), ж), 598.б), в)

Редни број часа: _____

Линеарна једначина са параметром – вежбање

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Оспособљавање за примену знања; развој аналитичког и апстрактног мишљења.
Образовни задатак: Правилно решавање једначина са параметром.
Функционални задатак: Оспособљеност за процену сопственог знања.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја повезивања раније стечених знања .
Резултат часа: Увежбаност у примени поступка за решавање једначина са параметром.
Кључне речи: једначина, параметар
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и уочавање особина и алгоритама.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Прокоментарисати задатке који су били задати за домаћи задатак.

Главни део часа:

Задаци 590.е), з), л), 597.г), 600.г)

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци 592., 593., 594., 588.в), 599.а)

Редни број часа: _____

Линеарна једначина – вежбање; једначине са апсолутним вредностима

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Развој логичког и апстрактног мишљења.
Образовни задатак: Правилно решавање једначина са апсолутним вредностима.
Функционални задатак: Стварање интересовања за проучавање математике.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, концентрације; схватање значаја повезивања раније стечених знања.
Резултат часа: Увежбаност у примени поступка за решавање једначина са параметром.
Кључне речи: једначина, параметар
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и уочавање особина и алгоритама.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Старогрчки математичар **Диофант** Διόφαντος ὁ Ἀλεξανδρεύς; латински ***Diophantus*** живео је у трећем веку нове ере. О њему је остало мало биографских података осим натписа на гробници који гласи:

Путниче! Овде је сахрањен Диофант. Бројеви говоре колико је дуг био његов живот (x). Шестину његовог живота чини прекрасно детињство $(\frac{x}{6})$. Дванаестину чини светла младост $(\frac{x}{12})$. Седмину свог живота Диофант је провео у браку без деце $(\frac{x}{7})$. Прошло је још 5 година док му Химен, бог брака и свадбе, није подарио сина (5). Судбина је хтела да син поживи два пута мање од оца $(\frac{x}{2})$. Још четири године је живео у дубоком болу за изгубљеним сином (4). Колико је година живео Диофант?

$$x=\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4\Rightarrow x=84$$

"У једној земљи Далеког истока живео је некад један краљ, који је сваке ноћи узимао нову жену и следећег јутра наређивао да је погубе. После неког времена људи су постали смртно уплашени, јер је долазио ред и на њихове кћери да по једну ноћ буду краљице. Тада Шехерезада, кћер краљевог саветника, која је била мудра као и њен отац, замоли оца да и она постане краљева жена и да са собом као пратиљу поведе своју сестру. Њен отац је био запањен таквом молбом, али је знао да је његова кћер толико мудра да би могла учинити крај том страшном краљевом понашању. И тако се његова кћер Шехерезада венчала са краљем.
После вечере Шехерезда је замолила краља да се опрости са својом сестром. Када је Шехерезадина сестра ушла, затражила је да јој Шехерезада исприча једну од њених прелепих бајки. Шехерезада је почела да прича једну бајку, а када је завршила, краљ је био толико усхићен, да је хтео да чује још једну причу. Тако је Шехерезада из ноћи у ноћ – 1001 ноћ

причала краљу по три или пет бајки. У међувремену је краљ заволео Шехерезаду, поштедео јој живот, а она му је подарила троје деце".

Тако су настале чувене бајке из хиљаду и једне ноћи, али и древни математички проблеми:
Пример 1.: Колико би ноћи било потребно Шехерезади да исприча 1001 бајку ако би у току неких ноћи причала по 5 бајки, а у току осталих ноћи по 3 бајке ?
Пример 2.: Колико највише, а колико најмање ноћи је било потребно Шехерезади да исприча 1001 бајку, причајући по 3, односно 5 бајки за једну ноћ ?
Пример 3.: На колико различитих начина је Шехерезада могла да исприча 10 бајки, уз услов да неких дана прича по 3, а неких дана по 5 бајки ?
Ако се број дана у којима је Шехерезада причала по 3 бајке означи са x, а број дана y, проблем можемо записати једначином $3x + 5y = 1001.$
Очигледно је да су бројеви x и y ненегативни цели бројеви, јер број дана не може бити ни рационалан, ни негативан.
Решење проблема 1, 2. и 3. се тада своди на следећа питања:
1. Да ли је уопште могуће решити дату једначину и ако јесте како то урадити, а ако није, како доказати да једначина нема решења ?
2. Одредити "најмање", односно "највеће" решење дате једначине ?
3. Колико укупно решења има дата једначина ?

Овакве једначине називају се **диофантске једначине**.

Главни део часа:

$$|2x-3|=1$$
$$2x-3=1 \vee 2x-3=-1$$
$$x_1=2 \vee x_2=1$$

Али: 591. а)

$$|x+2|-3=2x-6$$

$$|x+2|=\begin{cases} x+2; & x\geq -2 \\ -x-2; & x<-2 \end{cases}$$

1. $x\geq -2$ 2. $x<-2$

$x+2-3=2x-6$ 2. $-x-2-3=2x-6$

$x=5$ $x=\frac{1}{3}$ Не одговара услову

Задаци: 591.б), в), г)

Завршни део часа:

Бонус задатак: Ако је $m+\dfrac{1}{n+\dfrac{1}{p}}=\dfrac{17}{3}$ наћи n.

Решење: $\dfrac{17}{3}=5+\dfrac{2}{3}=5+\dfrac{1}{\dfrac{3}{2}}=5+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}} \Rightarrow n=1.$

Домаћи задатак: 591.д), ђ), 589.

Редни број часа: _____

Линеарна функција – обнављање

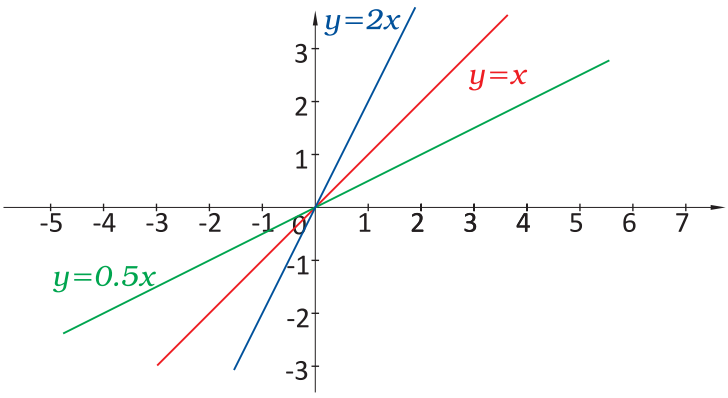
Тип часа: обнављање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Развој логичког и апстрактног мишљења; способност математичке аргументације.
Образовни задатак: Уочавање особина линеарне функције.
Функционални задатак: Развијање апстрактног мишљења. Оспособљеност за примену знања.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја повезивања графика функције са практичним проблемима.
Резултат часа: Увежбаност у препознавање линеарне функције и њених особина.
Кључне речи: функција, график
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно „читање“ и цртање графика линеарне функције. Упућивање ученика на коришћење компјутера за графичко приказивање функција.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, компјутер
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

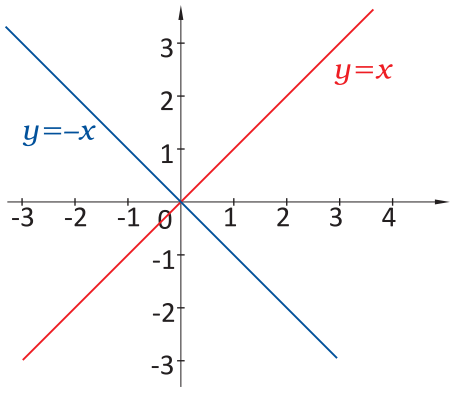
Уводни део часа:

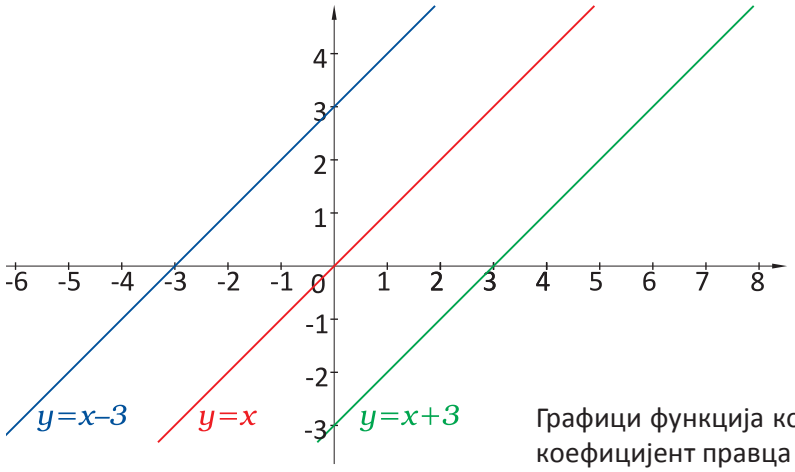
Проверити знање ученика из основне школе о линеарној функцији.

Главни део часа:

Линеаран је онај који има облик линије. Порекло речи по некима је од латинског linea – линија, али и од linen – ланене нити.
Линеарна функција је функција облика $y=kx+n$,
где је $k-$ **коефицијент правца**, а $n-$**одсечак на** $y-$**оси**.
$k>0$ функција је **растућа**, а $k<0$ функција је **опадајућа**, специјално за $k=1$ график функције са $x-$осом гради угао од 45°. (објаснити орјентисани угао). Одсечак не подразумева дужину, нагласити.





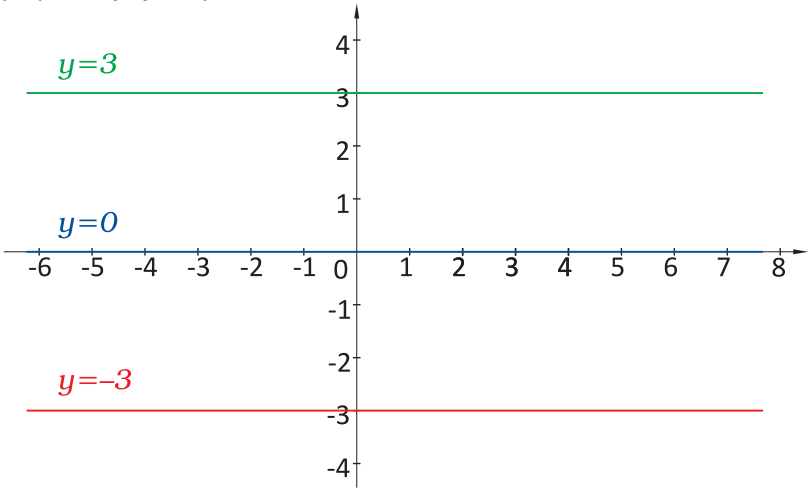


Графици функција које имају исти коефицијент правца су паралелни

Нула функције – тачка пресека са x–осом, y=0.

Знак функције – када је график изнад x–осе, функција је позитивна, а када је испод x–осе функција је негативна. Прокоментарисати на нацртаним графицима.

$y=a$ представља график који је паралелан са x–осом.



Задаци 680., 678., 682., 683., 684., 685.

Завршни део часа:

Упутити ученике да користе програм GeoGebra или неки други програм за цртање функција.

Домаћи задатак: Задаци 676. и 677. Написати: домен, нуле, знак, монотоност.

Редни број часа: _____

Линеарна функција – цртање и читање графика

Тип часа: обнављање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Способност интерпретације проблема и процене резултата; способност математичке аргументације; примена знања.
Образовни задатак: Уочавање особина линеарне функције.
Функционални задатак: Развијање свести о сопственом нивоу знања и развијање интересовања да се оно продуби.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја повезивања графика функције са практичним проблемима.
Резултат часа: Увежбаност у препознавање линеарне функције и њених особина.
Кључне речи: функција, график
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно „читање“ и цртање графика линеарне функције.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

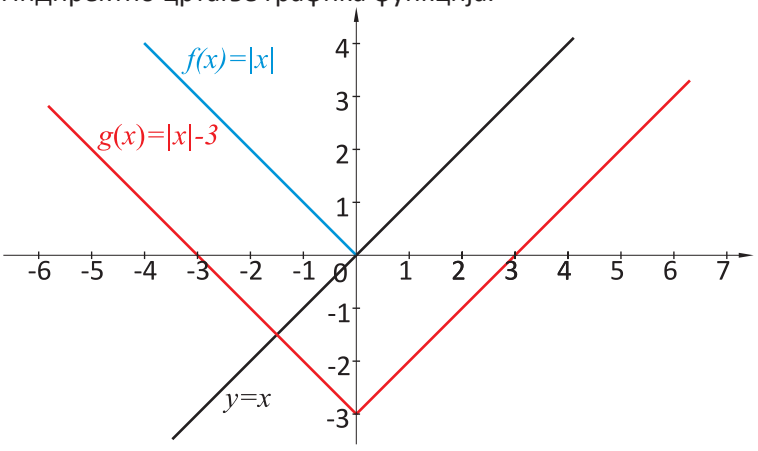
Поновити, на домаћим задацима основне особине функције: домен, нуле, знак, монотоност.

Главни део часа:

690. а) $y=|x|-3$

Први начин:

Индиректно цртање графика функција:

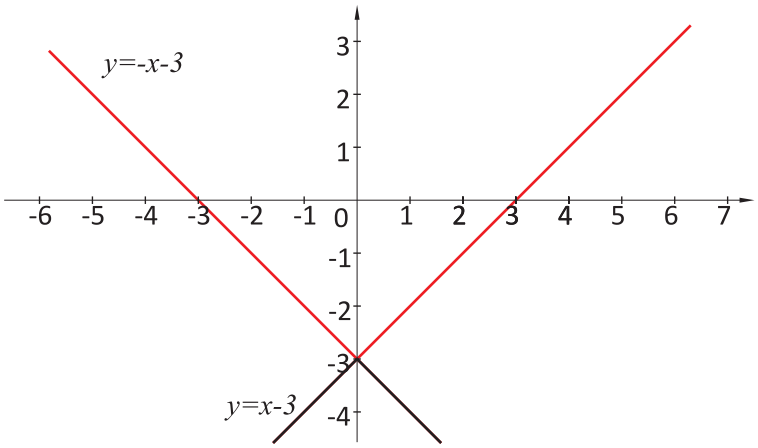


Други начин:

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$$

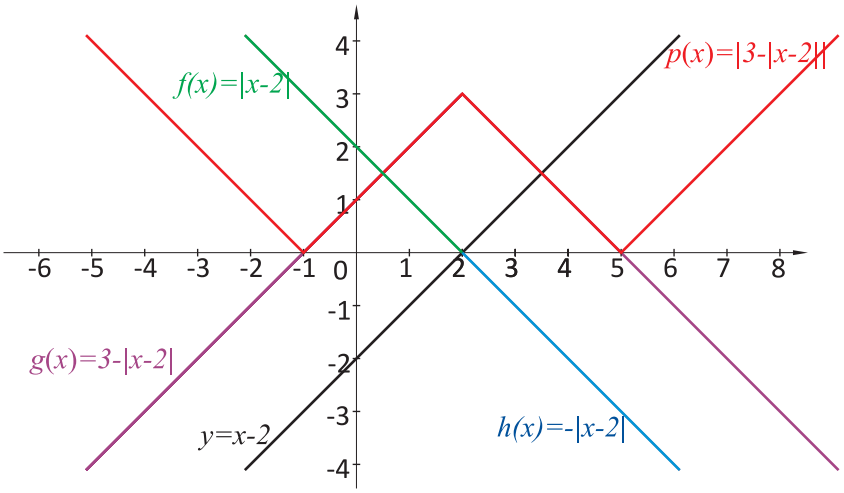
1. $x\geq 0$ $\quad$ 2. $x<0$

$y=x-3$ $\qquad$ $y=-x-3$



Задаци 690.б) и 691.ж) Индиректно

$y = x - 2; \quad y = |x - 2|; \quad y = -|x - 2|; \quad y = 3 - |x - 2|; \quad y = |3 - |x - 2||$



Домен: $x \in R$
Кодомен: $y \in [0, +\infty)$
Нуле: $x_1 = -1;\ x_2 = 5$
Знак: $y \geq 0 \quad \forall x \in R$
Монотоност: $x \in (-\infty, -1)$ опада $y \in (+\infty, 0)$
$x \in (-1, 2)$ расте $y \in (0, 3)$
$x \in (2, 5)$ опада $y \in (3, 0)$
$x \in (5, +\infty)$ расте $y \in (0, +\infty)$
Екстремне вредности: $x = -1 \vee x = 5 \quad y_{min} = 0$
$x = 2 \quad y_{max} = 0$
Функција је **ограничена** одоздо.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: 690.б), в), 691.а)

Редни број часа: _____

Линеарна функција – цртање и читање графика

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Способност математичке аргументације. Способност интерпретације проблема и процене резултата.
Образовни задатак: Уочавање особина линеарне функције.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја повезивања графика функције са практичним проблемима. Стварање свести код ученика о постигнутом нивоу знања. Развијање тимског духа.
Резултат часа: Увежбаност у препознавање линеарне функције и њених особина.
Кључне речи: функција, график
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно „читање“ и цртање графика линеарне функције. Подела ученика на групе и координисање између група; оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подела ученика на групе и подела задужења. Ученици могу сами да се определе за тежину задатака које ће радити.

Главни део часа:

Прва група: (најлакша)

1. Ако је $f(x)=3x-2$ израчунати $f(-2);f(-1);f(0);f(-3f(0));f(f(x));f(f(-x))$.
2. Испитати промене и нацртати график функција
$$y=\frac{1}{2}x-1; y=-2x+6; y=\frac{1}{2}x-2; y=-x+3; y=\frac{1}{2}x+3; y=-2x+4$$
3. Дат је скуп функција $y=(a-4)x-(3a-10)$. Одредити вредност параметра тако да график функције садржи тачку $M(1,2)$.

Друга група:

1. Дат је скуп функција $y=(k-2)x-(k-1)$. Одредити вредност параметра k тако да график функције буде паралелан са графиком $y=2x-6$.
2. Дат је скуп функција $y=(a-2)x-2a+3$. Одредити вредност параметра тако да функција на $y-$оси гради одсечак 5. (гради одсечак дужине 5).
3. Испитати промене и нацртати график функција $y=|x|-1;\ y=|x-1|;$

Трећа група:

1. Дат је скуп функција $y=(4m-6)x-(3m-2)$. Одредити вредност параметра m тако да функција има нулу $x=2$.

2. $y=2-|x|; y=|2-x|; y=x-|x|; y=\dfrac{x}{|x|}$

3. Решити једначину $|x+2|=2(3-x)$ и дати геометријску интерпретацију.

Четврта група (најбољи ученици):

1. Графички решити једначину $||x-1|-2|=3-x$.
2. Решити једначину $||x|-2|=a$ у зависности од реалног параметра a.
3. Једначина $||x|-3|=a, a\in R$, има максималан број различитих реалних решења за све вредности реалног параметра a које припадају: $A)\ [0,3)\ B)\ (0,3]\ C)\ (-\infty,0)\ D)\ (3,\infty)\ E)\ (0,3)$

Завршни део часа:

Оцењивање ученика. Ако ученици нису урадили најтежу групу не оцењивати их. Евентуално их током рада пребацити у лакшу групу.

Редни број часа: _____

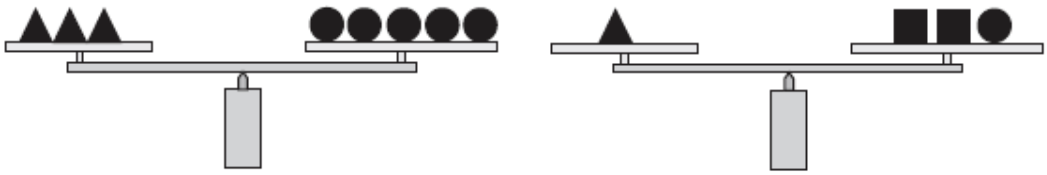
Системи линеарних једначина, еквивалентни системи, решење

Тип часа: обнављање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, графичка
Циљ часа: Способност закључивања; усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Правилно дефинисање и употреба појмова везаних за системе једначина
Функционални задатак: Развијање свести о повезаности делова математике.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја повезивања решавања система линеарних једначина са практичним проблемима.
Резултат часа: Разумевање појмова везаних за системе једначина. Оспособљеност ученика да изабере најбољи метод за решавање система.
Кључне речи: систем једначина, решење
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Постављање питања која ће испровоцирати ученике да повежу раније стечена знања.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, збирке
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Проверити којих се метода за решавање система једначина ученици сећају из основне школе.

Главни део часа:



На слици су приказане две ваге које су у равнотежи. Колико ће бити ■ у равнотежи са једним ● ?
Систем линеарних једначина са две непознате је конјункција једначина

$$\left.\begin{aligned} a_1x+b_1y=c_1\\ a_2x+b_2y=c_2\end{aligned}\right\}$$

Решење система је уређени пар (x_1,y_1) за који је конјункција тачна (тј. који задовољава обе једначине).

Пример:
Решење система једначина

$$\left.\begin{aligned} 2x+y=4\\ x-y=-1\end{aligned}\right\}$$ је уређени пар $(1,2)$.

Системи су **еквивалентни** уколико имају исто решење.

Еквивалентне трансформације система су трансформације које не мењају решење:
– замена места једначина
– „сређивање“ једначина
– множење и дељење једначина бројем различитим од нуле
– сабирање и одузимање једначина

Методе за решавање система 2x2 једначина:

Метода супротних коефицијената (Гаусова):

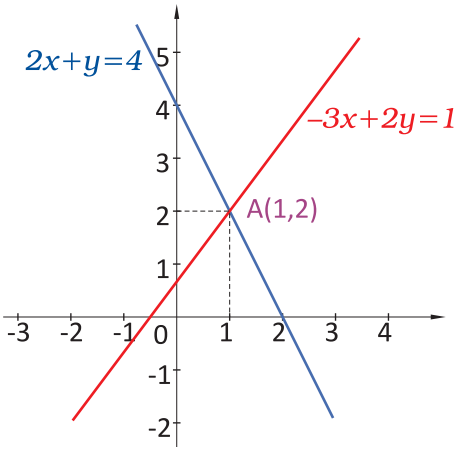
$$\left.\begin{aligned}2x-3y&=8\\3x+2y&=-1\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}4x-6y&=16\\9x+6y&=-3\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}13x&=13\\3x+2y&=-1\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}x&=1\\3+2y&=-1\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}x&=1\\y&=-2\end{aligned}\right\}$$

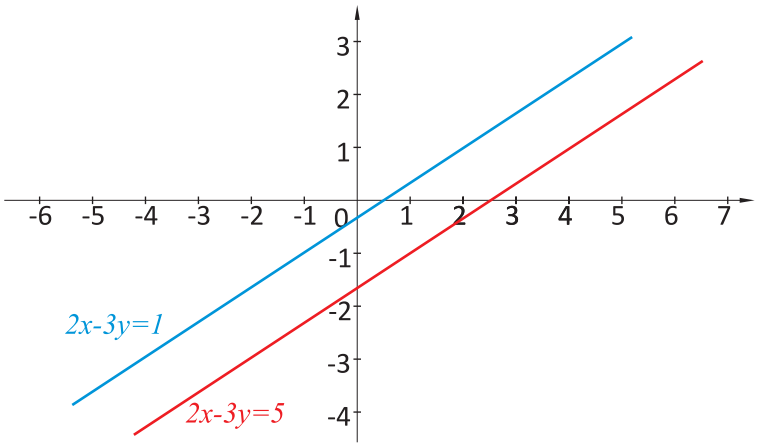
Метода замене:

$$\left.\begin{aligned}2x-3y&=8\\x+2y&=-3\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}2x-3y&=8\\x&=-3-2y\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}2(-3-2y)-3y&=8\\x&=-3-2y\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}-6-4y-3y&=8\\x&=-3-2y\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}y&=-2\\x&=1\end{aligned}\right\}$$

Графичка метода:

$$\left.\begin{aligned}2x+y&=4\\-3x+2y&=1\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}y&=4-2x\\y&=\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}\end{aligned}\right\}$$





Уколико не постоји уређен пар који задовољава конјункцију кажемо да је **систем немогућ** (**несагласан**). На графику је представљен двема паралелним правама.

Пример: $\begin{aligned}2x-3y&=5\\4x-6y&=2\end{aligned}$

Систем $\left.\begin{aligned}2x-3y&=5\\4x-6y&=10\end{aligned}\right\}$ има **бесконачно много решења** (**неодређен**)**.** На графику су то две праве које се поклапају. Решења система су све тачке те праве. Решења система су дата формулом $x=t\Rightarrow y=\frac{2t-5}{3}\Rightarrow\left(t,\frac{2t-5}{3}\right)$

Задаци: 618. д), 619. в), 620. б), 621. а) 622. г)

Завршни део часа:

Бонус задатак: Ако је $(x,y)=(2,-4)$ решење система једначина $\left.\begin{aligned}px+qy&=8\\3x-qy&=38\end{aligned}\right\}$ наћи вредност p.

Домаћи задатак:

Неко од ученика да научи кратку биографију Гауса.

А) Уколико се заврше сви предвиђени задаци (тешко) задати 618.б), 619.б), 620.а), 622.б)

Б) У противном задати недовршене задатке са часа и још неки пример.

Редни број часа: _____

Гаусова метода (систем од три једначине са три непознате)

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност уопштавања алгоритама за решавање система једначина.
Образовни задатак: Правилно коришћење еквивалентних трансформација система једначина.
Функционални задатак: Схватање аналогија између система са две и система са три или више једначина; способност генерализације.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности.
Резултат часа: Разумевање Гаусовог алгоритма за решавање система линеарних једначина.
Кључне речи: систем једначина, решење, Гаус
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Постављање питања ученицима.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, збирке
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити метод супротних коефицијената.
Биографија Гауса – ученик.

Главни део часа:

Конјункцију једначина (могу се написати и само три једначине)

$$\left.\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ &\ldots \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{aligned}\right\}$$

зовемо систем линеарних једначина по непознатим $x_1, x_2, \ldots, x_n$, док су a_{ij} реални коефицијенти.
Примери: Систем од три једначине са три непознате:

$$\left.\begin{aligned} &x + y + z = 1 \\ &2x + 4y - 3z = 9 \\ &5x - 4y + z = 0 \end{aligned}\right\}$$

Решити систем једначина значи наћи уређену $n-$торку бројева за коју је дата конјункција тачна. Нпр. Уређена тројка $(1,1,-1)$ је решење примера. То значи да је за $x=1, y=1, z=-1$ тачна дата конјункција. Уколико не постоји уређени скуп за који је дата конјункција тачна за систем кажемо да нема решења, тј. да је **противречан**. Уколико постоји тачно једно решење кажемо да систем има **јединствено решење**, а уколико има бар два решења за систем кажемо да је **неодређен**.
Два система су **еквивалентна** уколико су им једнаки скупови решења.

Елементарне трансформације система једначина су: (ученици треба да формулишу)
– Множење једначине скаларом (бројем) који је $\neq 0$
– Додавање некој једначини система неке друге једначине помножене скаларом
– Замена места двема једначинама

Теорема: Два система линеарних једначина су **еквивалентни** ако и само ако један можемо добити из другог применом коначно много елементарних трансформација.
Ова теорема представља основу Гаусовог поступка за решавање система линеарних једначина.
Уочимо следећи систем једначина:

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=6\\ 2y+z&=7\\ z&=3 \end{aligned}\right\}.$$

Овакав систем зовемо **троугаони систем**. Лако се уочава да „идући унатрашке“ можемо из треће једначине добити $z=3$, заменом у другу $y=2$, а заменом вредности за обе непознате у прву једначину $x=1$.
Циљ Гаусовог поступка је свести произвољан систем једначина на троугаони систем.

Gauss,Carl Frierich (1777.-1855.) немачки математичар, астроном и физичар, један од највећих математичара свих времена

Пример:
Нека је дат систем једначина

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=1\\ 2x+4y-3z&=9\\ 5x-4y+z&=0 \end{aligned}\right\}.$$

Маркирајмо у првој једначини непознату x и назовимо је „топом“ (топ у шаху напада све фигуре по правим линијама). Применом елементарних трансформација елиминисаћемо све остале појаве те променљиве у другим једначинама. Множењем прве једначине са -2 и додавањем другој и множењем прве једначине са -5 и додавањем трећој једначини једначини добијамо:

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=1\\ 2y-5z&=7\\ -9y-4z&=-5 \end{aligned}\right\}$$

Сада за „топа“ изаберемо променљиву y у другој једначини. Елиминишемо y из преосталих једначина (помножимо другу једначину са 9, а трећу са 2 и саберемо их) тј. друге и треће и добијамо троугаони систем

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=1\\ 2y-5z&=7\\ -53z&=53 \end{aligned}\right\}$$

одакле се лако добија решење система $(1,1,-1)$.

Задаци за вежбу:
Гаусовим поступком решити системе једначина (сваки ред ради по један систем):

1. $\left.\begin{aligned} 2x-y+z&=7\\ 3x+y-5z&=13\\ x+y+z&=5 \end{aligned}\right\}$ Резултат: $(4,1,0)$

2. $\left.\begin{aligned} x+y+z&=6\\ 5x-y+2z&=9\\ 3x+6y-5z&=0 \end{aligned}\right\}$ Резултат: $(1,2,3)$

3. $\left.\begin{aligned} 2x+y+z&=-1\\ -x+y+2z&=3\\ 3x+2y+4z&=1 \end{aligned}\right\}$ Резултат: $(-1,0,1)$

Уочимо систем једначина

$$\left.\begin{aligned} x-3y+z&=1\\ 2x-5y+2z&=3\\ 5x-9y+5z&=10 \end{aligned}\right\}$$

Уколико изаберемо за „топа“ x из прве једначине добијамо систем

$$\left.\begin{aligned} x-3y+z&=1\\ y&=1\\ 6y&=5 \end{aligned}\right\}$$

Пошто су последње две једначине противречне кажемо да систем нема решења тј. да је **противречан**. Нека је дат систем једначина

$$\left.\begin{aligned} 2x-y+z&=7\\ 3x+y-5z&=13\\ 5x-4z&=20 \end{aligned}\right\}$$

Изаберимо за „топа“ променљиву y из прве једначине. Добијамо

$$\left.\begin{aligned} 2x-y+z&=7\\ 5x-4z&=20\\ 5x-4z&=20 \end{aligned}\right\}$$

Последње две једначине су идентичне. Заменићемо $z=t$. Заменом у другу, односно прву једначину добијамо.

$$y=\frac{20+4t}{5};x=\frac{55-t}{10}$$

Значи систем има бесконачно много решења која су облика

$$\left(\frac{55-t}{10},\frac{20+4t}{5},t\right);\forall t\in R$$

тј. за систем кажемо да је неодређен. Нпр. за $t=1$ добијамо решење $\left(\frac{27}{5},\frac{24}{5},1\right)$

Примери (ученици раде на табли):

1. $\left.\begin{aligned} 2x-y+z&=7\\ 2x+y-5z&=13\\ 2x-6y+14z&=21 \end{aligned}\right\}$

2. $\left.\begin{aligned} x+y-4z&=0\\ x-y+3z&=0\\ 5x-y+z&=0 \end{aligned}\right\}$

Завршни део часа: Питања ученика.

Домаћи задатак: Задаци: 630.а),г), д), е)

Редни број часа: _____

Гаусова метода (систем од три једначине са три непознате)

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Способност апстракције и генерализације. Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Правилно коришћење еквивалентних трансформација система једначина.
Функционални задатак: Оспособљавање за процену сопственог знања, као и за схватање нивоа неопходних знања за наставак.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; развијање тимског духа.
Резултат часа: Увежбаност у примени Гаусовог алгоритма за решавање система линеарних једначина.
Кључне речи: систем једначина, решење, Гаус
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Подела ученика на групе, подела задатака.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, збирке
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Прокоментарисати домаћи задатак и евентуалне проблеме.
Подела ученика у групе и подела задатака. Нпр. поделити ученике у четири групе. Представник сваке групе извлачи по два задатка.

Главни део часа:

Решити системе једначина:

$$\left.\begin{aligned} x+2y-5z&=6\\ -2x+y+2z&=5\\ -3x+3y-4z&=8 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} x+2y+3z&=1\\ 2x+4y-6z&=-2\\ -x+2y+6z&=4 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} x+2y+3z&=32\\ 2x+y+3z&=31\\ 3x+2y+z&=28 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} x+y+z&=9\\ x+2y+3z&=16\\ x+3y+4z&=21 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} -x-2y+14z&=8\\ 2x-5y+7z&=9\\ 4x-2y-3z&=24 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} 3x-5y+2z&=-5\\ 6x+2y-3z&=23\\ 4x-3y-z&=8 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} 5x+2y-2z&=3\\ 3x-4y+5z&=10\\ 7x-3y+6z&=19 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} x+3y+2z&=11\\ 2x+5y+4z&=20\\ 3x+8y+9z&=37 \end{aligned}\right\}$$

Ученици на табли раде по један задатак из сваке групе.
Група која је најбоље урадила задатак (највише чланова групе) бира једног ученика из преосталих група и задаје му свој задатак да га уради на табли.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задатак 630.г), д), и задаци неке од група.

Редни број часа: _____

Утврђивање – једначине и системи

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, рад у пару
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, рад са текстом
Циљ часа: Способност процене свог знања; примена знања.
Образовни задатак: Разумевање и правилна примена поступка за решавање једначина и система једначина.
Функционални задатак: Развијање свести о могућности унапређивања сопствених знања.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; развијање тимског духа.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да напишу проблем математичким језиком и реше га.
Кључне речи: једначина, систем једначина, решење
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Постављање питања ученицима. Подела ученика у парове и координација међу њима.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, збирке
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подела ученика на парове(нпр. пар у клупи).

Главни део часа:

Сваки пар бира по два задатка (извлачи). Када заврше раде задатке на табли.

1. Решити једначину $\frac{2}{y^2-4}-\frac{1}{y^2-4y+4}-\frac{1}{y^2+5y+6}=0$
2. Решити једначину $|x|+|x-1|=1$
3. Решити једначину $1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-x}}=2$
4. Решити једначину и дискутовати постојање решења $m^2x+4=m(x+4)$
5. Решити једначину $(3y-2c)^2-(y-2c)(2y+c)=7y^2-12c^2$
6. Ако се бројилац разломка увећа за 1, а именилац за 3, добија се разломак $\frac{2}{3}$, а ако се бројилац и именилац умање за 5 добија се разломак $\frac{1}{2}$. Који је то разломак?
7. Збир три броја је 80. Ако се први подели другим добија се количник 3 и остатак 3, а ако се трећи подели првим добијају се исти количник и остатак. Који су то бројеви?
8. Цифра десетица једног двоцифреног броја је за 5 већа од цифре јединица. Ако цифре замене места и добијени број се подели датим бројем добија се количник 2 и остатак 7. Наћи почетни број.
9. Решити систем једначина $(2x-3):(y+3):(x-y+2)=5:6:3$
10. Решити систем једначина

$$\left.\begin{aligned}\frac{7}{x-2}+\frac{5}{y-3}&=8{,}5\\ \frac{4}{x-2}-\frac{1}{y-3}&=1\end{aligned}\right\}$$

11. Решити систем једначина:

$$\begin{cases} |2x-1|-y=2 \\ x-|4-y|=-1 \end{cases}.$$

12. Решити систем једначина:

$$\begin{cases} 5x-6y+z=4 \\ 3x-5y-2z=3 \\ 2x-y+3y=5 \end{cases}.$$

Завршни део часа:

Бонус задатак: Ако су a,b,c,d природни бројеви који задовољавају систем једначина

$$\left.\begin{aligned} b+cd&=38 \\ a\,ac+bd&=34 \\ ad+bc&=43 \end{aligned}\right\}$$

израчунати $a+b+c+d$.

Решење: Сабирањем друге и треће једначине добија се $(a+b)(c+d)=77$, један чинилац је 7, а други 11, па је тражени збир 18.

Домаћи задатак: Неурађене задатке са часа задати за домаћи.

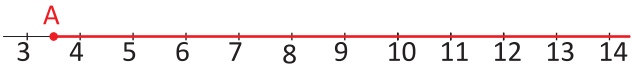
Редни број часа: _____

Линеарна неједначина са једном непознатом, еквивалентност, решавање

Тип часа: понављање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност систематизације и генерализације. Оспособљеност за математичку аргументацију.
Образовни задатак: Разумевање и правилна примена поступка за решавање неједначина .
Функционални задатак: Развијање свести о потреби и могућности употпуњавања стечених знања.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да напишу проблем математичким језиком и реше га.
Кључне речи: неједначина, решење, бројевна оса
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Постављање питања ученицима.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, збирке
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Понављање:
Неједнакост $5 \leq 6$,
неједначина



$$3x-5<x+4 \Rightarrow x<\frac{9}{2}=4\frac{1}{2}, x\in\left(\frac{9}{2},+\infty\right)$$

$3x-5>2(x-3)+x+1 \Rightarrow -5>-5$ неједначина нема решења зато што је неједнакост нетачна.
$3x-5\geq 2(x-3)+x+1 --\Rightarrow -5\geq -5 \Rightarrow \forall x\in R$ Нагласити зашто се мења знак неједнакости приликом множења и дељења неједначнине негативним бројем $2<3,\ \ -2>-3$. Остале еквивалентне трансформације су исте као код једначина.

Главни део часа:

Решити неједначине:

1. $5-3x<4(x+1)-2x+6 \Rightarrow$
   $5-3x<4x+4-2x+6$
   $-3x-4x+2x<4+6-5$
   $-5x<5$
   $x>-1$
2. $5(4-3x)<2\left(2x-\frac{1}{2}\right)$
3. $2x(2x-5)-(2x+1)^2<-1$
4. $9(4x+1)^2-4(6x-2)(6x+2)<43$
5. $\frac{3x-1}{5}-\frac{x+1}{2}<1-\frac{x}{7}$
6. $\frac{5x-1}{4}-\frac{3x-13}{10}<\frac{5x+1}{3}$
7. $|x-3|\leq 1$

8. $|5x+3| \geq 8$

9. Одредити највећи цео број који задовољава неједначину: $\frac{3x-1}{12}+\frac{x+9}{11} \leq \frac{2x+4}{11}-\frac{9x+1}{12}$.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци: 647.е), ж), 648.

Редни број часа: _____

Системи линеарних неједначина

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Повезивање и систематизација.
Образовни задатак: Разумевање примене пресека решења.
Функционални задатак: Развијање свети о потреби прецизне употребе симбола и операција.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да реше систем неједначина.
Кључне речи: неједначина, решење, бројевна оса, пресек
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Постављање питања ученицима.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, збирке
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Систем једначина представља конјункцију. Када је тачна конјункција?
Систем неједначина је такође конјункција.

Главни део часа:

Пример:

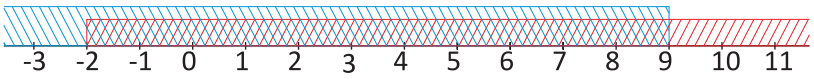
$2x+3>x+1 \wedge x+3>2x-6$

$2x-x>1-3 \wedge x-2x>-6-3$

$x>-2 \wedge -x>-9$

$x>-2 \wedge x<9$

$x\in(-2,9)$



Поновити употребу заграда $(),[],\{\},[),(],\ldots$

Задаци: Решити системе неједначина:

1. $0,4x+\frac{7}{3}<\frac{2}{3}x-1,2 \wedge 5x+17>9x-63 \qquad x\in\left(\frac{53}{4},20\right)$
2. $(x-1)^2+(x-2)^2\geq 2(x-3)^2-1 \wedge \frac{x-1}{3}+\frac{1-2x}{3}\geq\frac{x-3}{6}-\frac{1}{2} \qquad x\in\varnothing$
3. $2(2x+1)>3-\frac{1+x}{5} \wedge \frac{x-3}{9}>1+\frac{2x-7}{2} \qquad x\in\left(\frac{4}{19},\frac{4}{9}\right)$
4. $\frac{x+1}{5}-\frac{x+2}{4}<\frac{x-3}{3}+\frac{x-4}{2} \wedge \frac{x-2}{3}\geq 1+\frac{x-5}{15} \qquad x\in[5,+\infty)$

Завршни део часа:

Бонус задатак: Колико целих бројева задовољава неједначину $\frac{x-1}{3}<\frac{5}{7}<\frac{x+4}{5}$

Домаћи задатак: Задатак 649.

Редни број часа: _____

Решавање неједначина облика $(ax+b)(cx+d) \leq 0; \frac{ax+b}{cx+d} \geq 0$

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Примена и повезивање знања. Развијање апстрактног мишљења.
Образовни задатак: Разумевање и правилна примена поступка за решавање неједначина
Функционални задатак: Развијање потребе за систематичним решавањем задатака.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности;
Резултат часа: Оспособљеност ученика да разумеју поступак за решавање сложенијих неједначина и његова примена.
Кључне речи: неједначина, решење, бројевна оса
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Постављање питања ученицима.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, збирке
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Када је производ једнак, мањи или већи од нуле? Када је количник већи, мањи или једнак нули? (услови)

Главни део часа:

Решити неједначину:

$$(x-1)(x-4) > 0$$

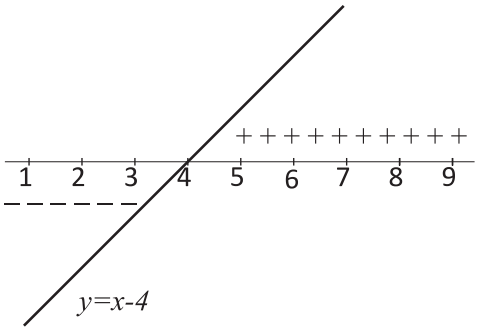
$$I: \quad (x-1>0 \wedge x-4>0) \vee (x-1<0 \wedge x-4<0)$$

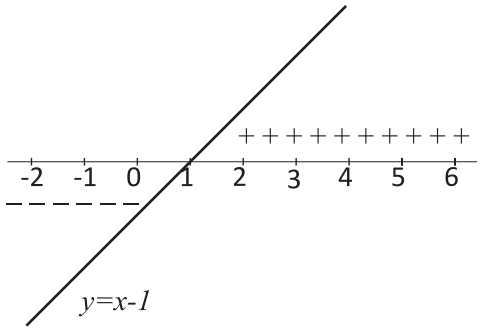
$$(x>1 \wedge x>4) \vee (x<1 \wedge x<4)$$

$$x>4 \vee x<1$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty,1) \cup (4,+\infty)$$

II:





		1	4
$x-1$	− − − − − −	+ + + + + +	+ + + + + +
$x-4$	− − − − − −	− − − − − −	+ + + + + +
$(x-1)(x-4)$	+ + + + + +	− − − − − −	+ + + + + +

Решење је: $x \in (-\infty,1) \cup (4,+\infty)$

Задаци: Решити неједначине:

$$(x+3)(x-5)\le 0; \qquad \frac{x-2}{5-x}>0; \qquad \frac{x+3}{x-4}\le 0$$

$$\frac{2x-3}{4-x}>3; \qquad \frac{6-x}{3-x}<-2; \qquad \frac{x-1}{x-2}\le\frac{1}{2}$$

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци: 650.а), б), г), 651.г), 652.б)

Редни број часа: _____

Решавање неједначина облика $(ax+b)(cx+d) \leq 0; \frac{ax+b}{cx+d} \geq 0$

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност систематизације. Примена знања. Оспособљеност за математичку аргументацију.
Образовни задатак: Разумевање, правилна примена и увежбаност у примени поступка за решавање неједначина.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; развијање тимског духа.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да реше сложенију неједначину.
Кључне речи: неједначина, решење, бројевна оса
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Постављање питања ученицима. Подела ученика на групе и праћење њиховог рада.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, збирке
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подела ученика на групе, подела задужења.

Главни део часа: Решити неједначине:

Прва група (најлакша):

1. $(x+1)(x+4) \geq 0$
2. $x^2 + 2x > 0$
3. $x^2 - 5x + 6 \leq 0$

Друга група:

1. $\frac{2-3x}{4x+5} \leq 0$
2. $\frac{2x-5}{x+3} \leq 1$
3. $0 < \frac{3x-1}{2x+5} < 1$

Трећа група:

1. $\frac{x^2-1}{(x-1)(x-2)} < 2$
2. $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-1} < 0$

Четврта група:

1. $(x+1)(x-2)(x+3) \leq 0$
2. $\frac{3x^2-x-20}{x^2-2x-8} < 2$

Када слабији ученици заврше задатак дати им и задатке из неке теже групе. Ако ученици који раде тежу групу имају проблема, дати им лакшу групу.
На крају на табли урадити по један задатак из сваке групе.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци: 650.е), 651.в), 654.б), 656.г),ж)

Редни број часа: _____

Неке важније неједнакости

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Способност систематизације и генерализације. Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме. Оспособљеност за математичку аргументацију. Примена знања.
Образовни задатак: Повезивање пређеног градива у целину.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности; оспособљеност повезивања и примене знања.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; Развијање способности ученика да процене ниво свог знања.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да решавају једначине, неједначине и системе једначина и неједначина.
Кључне речи: неједначина, једначина, систем, решење, бројевна оса
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Постављање питања ученицима.
Активности ученика: Израда задатака на табли
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта је аритметичка средина два броја? Како израчунавамо средњу оцену?

Главни део часа:

Дефиниција: Аритметичка средина бројева x,y је број $\frac{x+y}{2}$ (A).

Дефиниција: Геометриска средина бројева је број $\sqrt{xy}$. (G)

Дефиниција: **Хармонијска средина** бројева $x,y,xy,x+y\neq 0$ је број $\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}=\frac{2xy}{x+y}$. (H)

У зависности од одељења поменути хармонијску средину или не.

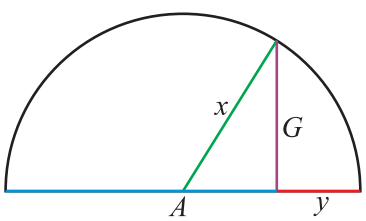
Важи неједнакост

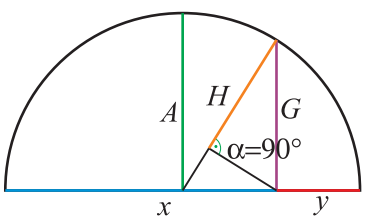
$$\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}\leq\sqrt{xy}\leq\frac{x+y}{2}$$

.

Једнакост важи за $x=y$

Конструктивно доказати неједнакост.





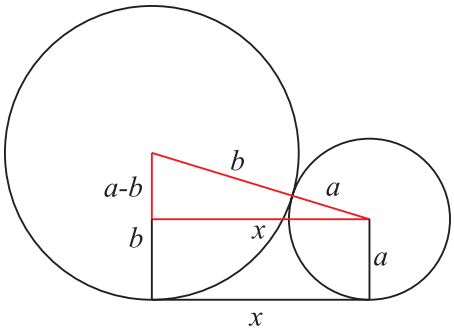
Доказ (део):

$$(x-y)^2 \geq 0$$
$$x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$
$$x^2 + 2xy + y^2 - 4xy \geq 0$$
$$(x+y)^2 - 4xy \geq 0$$
$$(x+y)^2 \geq 4xy$$
$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$$

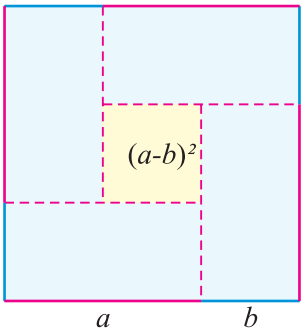
Проверити неједнакост на примеру средина бројева 4 и 9.

Доказ се може извести и на друге начине:

$$(0+b)^2 = x^2 + (a-b)^2$$
$$x^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)$$
$$x = 2\sqrt{ab} \quad \Rightarrow \quad x \leq a+b \quad \Rightarrow \sqrt{ab} \geq \frac{a+b}{2}.$$



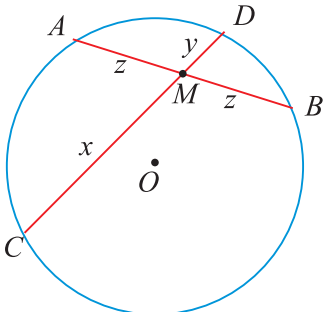
Или: $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$



Или: Тетиве **AB** и CD, такве да је M средиште тетиве AB . Из сличности троуглова ACM и BDM добија се

$$z \cdot z = x \cdot y$$
$$z = x \cdot y$$
$$2z \leq x + y \Rightarrow \sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}.$$

Једнакост важи само ако је M средиште и тетиве CD.



Завршни део часа:

Питања ученика.

Бонус задаци:

1. Аритметичка средина бројева $6, 14, x, 17, 9, y, 10$ је 13. Колико износи збир $x+y$?
2. Који од бројева 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 треба уклонити да би аритметичка средина преосталих бројева била 6,1?
3. Ако је $2^a \cdot 2^b = 64$ нађи аритметичку средину бројева a, b.

Домаћи задатак: Тест број 7.

Редни број часа: _____

Систематизација теме

Тип часа: систематизација
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност систематизације и генерализације.
Образовни задатак: Повезивање пређеног градива у целину.
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; развијање способности ученика да процене ниво свог знања у односу на остале ученике.
Резултат часа: Оспособљеност ученика да решавају једначине, неједначине и системе једначина и неједначина.
Кључне речи: неједначина, једначина, систем, решење, бројевна оса
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Постављање питања ученицима.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, збирке
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Задати све задатке на почетку часа. Задатке ученици бирају и раде на табли и у свесци.

Главни део часа:

1. Решити једначину $\frac{x+6}{x-5}+\frac{x-5}{x+6}=\frac{2x^2+23x+61}{x^2+x-30}$

2. Решити једначину $|x+4|-|x-3|=x$

3. У зависности од вредости параметра m решити једначину $m2(mx-1)=8x-4$

4. Решити истем неједначина $4-x<0\wedge 5x-3>1+x\wedge\frac{1}{2}-3x<\frac{2}{3}x-5$

5. Решити систем једначина: $\left.\begin{array}{l}\frac{11}{2x-3y}+\frac{18}{3x-2y}=13\\ \frac{27}{3x-2y}-\frac{2}{2x-3y}=1\end{array}\right\}$

6. Решити систем једначина: $\left.\begin{array}{l}5x-6y+z=4\\ 3x-5y-2z=3\\ 2x-y+3z=5\end{array}\right\}$

7. Решити неједначину: $\frac{1}{2x-1}<\frac{2}{3x+1}$

8. Решити неједначину: $\frac{3x^2-22x+37}{x^2-6x+8}>2$

Завршни део часа:

Оцењивање ученика.

Бонус задатак: Ако је $x^2=8x+y \wedge y^2=x+8y,\ x\neq y$ израчунати x^2+y^2.
Решење: Сабирањем, односно одузимањем једнакости добија се

$$x^2-y^2=7(x-y)\Rightarrow (x-y)(x+y-7)=0\Rightarrow x+y=7$$
$$x^2+y^2=9(x+y)=63.$$

Сличност

Мерење дужи и углова.
Пропорционалност дужи: Талесова теорема.
Хомотетија. Сличност. Питагорина теорема.
Потенција тачке.
Примене.

Редни број часа: _____

Мерење дужи и углова; размера дужи; самерљивост дужи; Талесова теорема и њен обрт

Тип часа: понављање, обрада
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Оспособљавање ученика за повезивање знања из основне школе и његово проширивање. Увид у важност изучавања математике кроз историју.
Образовни задатак: Познавање формулације Талесове теореме и њеног обрта и способност за њену примену.
Функционални задатак: Развијање прецизности језика.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене Талесове теореме. Прецизност језика.
Кључне речи: Талес, теорема
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање теореме и могућности њене примене.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

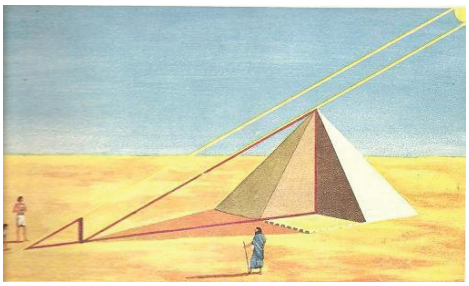
Поновити мере за дужину. Како меримо дуж?
Постоји бесконачно много система мерења. (Објаснити интуитивно схватање мерења). Да бисмо га једнозначно одредили потребно је изабрати јединичну дуж – метар, центиметар, милиметар,... Јединичну дуж ћемо означавати са **е.** Мерни број дужи представља број који показује колико пута се јединична дуж садржи у датој дужи AB. Уколико тај број није цео онда се остатак мери са $e/10$, $e/100$,... због тога што ми рачунамо у декадном систему. (Осим времена и углова – подсетити) Објаснити на примеру центиметар, милиметар и сл. У античкој Грчкој су сматрали да је тај број рационалан, па због тога, још из тог доба, кажемо да су страница и дијагонала квадрата **несамерљиве дужи**. Подсетити на легенду о Хипасу и ирационалност броја $\sqrt{2}$.
Меру дужи можемо записати и као $x=m(AB)$.

Главни део часа:

Количник $x:y$ или $AB:CD$ назива се размера дужи. Размера две дужи не зависи од система мерења. (показати на примеру)
Једнакост две размере назива се **пропорција**. За дужи $a,\ b$ и $c,\ d$, тим редом кажемо да су **сразмерне** или **пропорционалне** уколико важи $a:b=c:d$.

Према већини извештаја геометрија је прво откривена у Египту. Херодот каже да је Сесотрис (Рамзес II, отприлике 1300. пне) поделио Египћанима земљу на једнаке правоугаоне делове, да плаћају годишњу таксу; па када би река преплавила део земље, и када би се власник пријавио за одређену редукцију таксе, послали би земљомере да потврде да ли је било смањења у површини. „Ово је по мом мишљењу", наставља он, „порекло геометрије, која је касније прешла у Грчку."

Талес из Милета грч. Θαλῆς ὁ Μιλήσιος; рођен 624. п.н.е., умро око 547. п.н.е. или 546. п.н.е.) био је активан као математичар и као државник, важио је у старом веку за првог јонског свестрано образованог природног филозофа кога су убрајали међу Седам мудраца. Талес (назван Софос–мудрац) је први на листи седам мудраца. Он је први покушао да разноврсност појава сведе на једну једину праматерију – воду. Није сигурно да ли је ово учење изнео у неком спису будући да ниједан аутентичан спис није сачуван. Као математичар познат је по Талесовој теореми. Талесов ученик такође из Милета био је филозоф Анаксимандар, из прве половине VI века п.н.е.



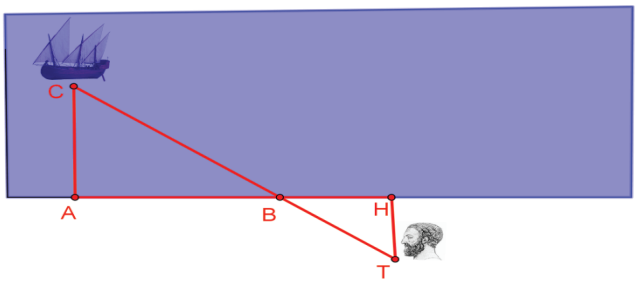
Талес је први отишао у Египат и увео геометрију у Грчку. Талес је био на листи седам мудраца и уопште први којем је додељен назив мудрац. Према Проклу, Еудем је приписивао Талесу познавање једне теореме помоћу које би ако је потребно могао да израчуна висину неке куле или пирамиде; или раздаљину неког брода од обале а да не вуче неки конопац до брода. Данас две теореме носе Талесово име.

Има више различитих објашњења Талесовог метода за мерење висине пирамиде. Најстарија и најједноставнија верзија долази од Херонимуса, Аристотеловог ученика, коју наводи Диоген Леарције: „Херонимус каже да је он чак успео да измери висину пирамиде посматрањем дужине њене сенке у моменту када су наше сенке једнаке нашој висини." Плутарх је улепшао причу дијалогом где Нилохенус говори Талесу: „Поред других подвига твојих, он (Амасис) је посебно задовољан твојим мерењем пирамиде, јер си без проблема и без помоћи било ког инструмента, само поставио штап на границу сенке коју је бацала пирамида и тако направио два троугла, и под утицајем сунчевих зрака ти си показао да пирамида према штапу има исти однос који сенка има према сенци."

Неко од ученика за домаћи да припреми кратку причу о Талесу.

Мерење удаљености бродова на мору

Проблем утврђивања удаљености брода на мору од луке или каквог другог места на обали упућује на могућност да је њему био познат став о сличности троуглова.



Традиција приписује Талесу да је први доказивао теореме и да је умео да докаже пет геометријских ставова.

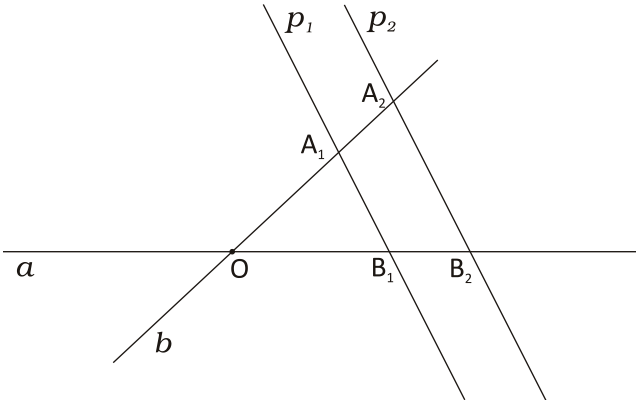
1) Пречник полови круг.
2) На основици једнакокраког троугла углови су једнаки.
3) Унакрсни углови међусобно су једнаки.

4) Троуглови су подударни ако су странице и на њој налегли углови једног троугла, подударни одговарајућој страници и угловима другог троугла.
Позивајући се на Диогена из Лаерте је у „Животима и мишљењима истакнутих филозофа казује да је Талес „први у круг уцртао троугао“ тј.да је Талес умео да докаже тврђење да
5) Угао над пречником је прав.

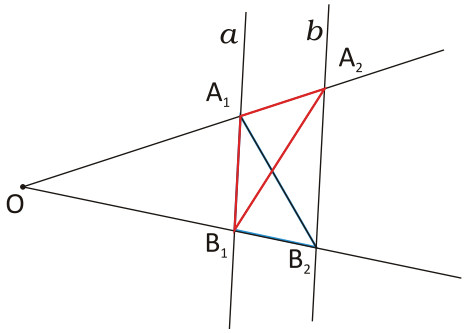
После доказивања овог тврђења Талес је :“Принео вола на жртву боговима“. (*Кажу да од тада волови не воле математику.*)
И ако многи наводе да је Талес први доказивао теореме, сигурно је да није користио строги логички начин доказивања виђен касније код Еуклида у његовим Елементима .
Талес је првенствено цртежима у песку користио очигледност као најјачи аргумент у доказивању до тада познатих пет ставова.

Талесова теорема: Ако се праве a и b секу у тачки O и праве p_1 и p_2 секу редом у тачкама A_1 и A_2, и праву b редом у тачкама B_1 и B_2, онда важи:

$$p_1 || p_2 \Rightarrow \frac{A_1A_2}{B_1B_2} = \frac{OA_2}{OB_2} = \frac{OA_1}{OB_1} = k$$



Еуклидов доказ Талесове теореме
Овај став обично називамо Талесовом теоремом или основним ставом сличности.
Еуклид га доказује на веома једноставан начин.



Доказ:
Повуку се дужи A_2B_1 и A_1B_2.
Троугао $A_1B_1A_2$ је једнак (по површини) троуглу $B_1A_1B_2$ јер они имају исте основице B_1A_1, а између истих су паралелних правих B_1A_1, B_2A_2, па имају исте висине. А троугао $A_1A_2B_1$ је једнак са троуглом $A_1A_2B_2$.

$$P_{\Delta 0B_2A_1} : P_{\Delta OB_1A_1} = P_{\Delta OB_1A_2} : P_{\Delta OB_1A_1} \Rightarrow OB_1 : B_1B_2 = OA_1 : A_1A_2$$

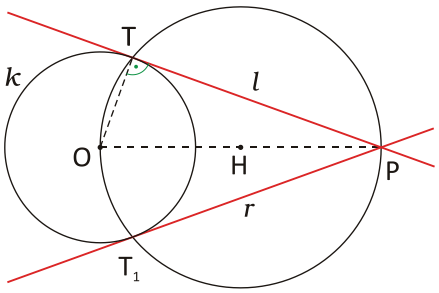
Пошто су им површине и висине једнаке следи. Слично се доказује и друго тврђење.

Обрт Талесове теореме: (покушати да ученици формулишу) $\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{OA}{OB} = \frac{OA_1}{OB_1} = k \Rightarrow p_1 || p_2$

Без доказа.

Задаци: 705., 701., 703. За дате дужи a, b, c конструисати дуж x тако да важи $a:b=c:x$

Констрункција тангенте круга: Дата је кружница *k* са центром у тачки O, и тачком P изван те кружнице, потребно је конструисати тангенту круга кроз дату тачку P.



Завршни део часа:

Домаћи задатак задатак 706.
Неко од ученика нека направи демонстрацију начина на који је Талес измерио висину пирамиде.

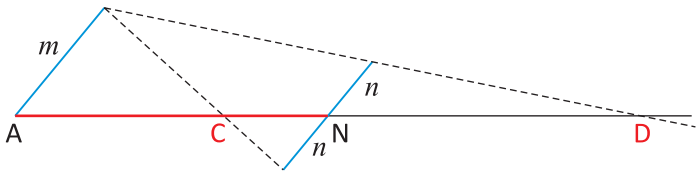
Редни број часа: _____

Примена Талесове теореме

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене Талесову теорему.
Функционални задатак: Развијање аналитичности. Оспособљеност за прављење плана израде задатка.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене Талесове теореме. Прецизност језика.
Кључне речи: Талес, теорема
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање теореме и могућности њене примене.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити како гласи Талесова теорема и њен обрат.



Главни део часа:

702. Подела дужи у датој размери унутрашњом и спољашњом поделом.

Задаци: 707., 708., 713., 716.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Дати упутство за задатке 709., 710., 712.

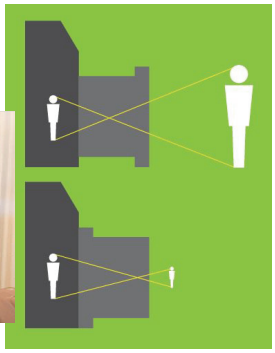
Редни број часа: _____

Хомотетија

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Способност закључивања. Развијање интересовања за математику. Оспособљеност за примену знања.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално пресликавају хомотетијом и уочавају особине хомотетичних фигура.
Функционални задатак: Развијање аналитичности. Оспособљеност ученика да визуелизују проблем.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене Талесове теореме. Прецизност језика.
Кључне речи: хомотетија, пресликавање
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно формулисање особина хомотетичних фигура.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

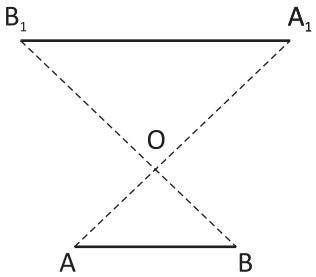
Уводни део часа:

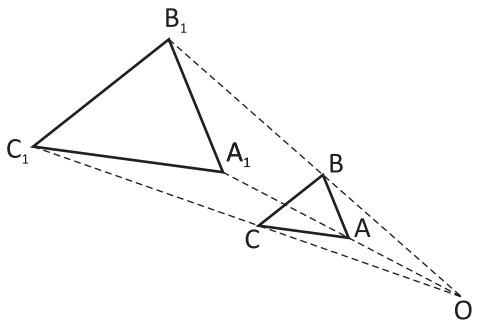
Објаснити шта се дешава при пројектовању слике на зид, или приликом фотографисања у објективу.



Главни део часа:

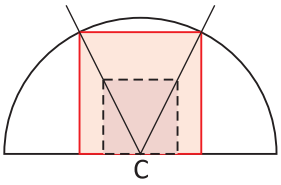
Дати су тачка O и број k. Пресликавање које пресликава тачку А у тачку A_1 при чему важи $OA_1 = k \cdot OA$ назива се **хомотетија** и означава се H_{ok}.
Хомотетија задржава (сами ученици): колинеарност, распоред тачака, паралелност, **једнакост углова**. Не задржава једнакост дужи.
Прокоментарисати, па конструисати слику за негативно k.
Уколико је $k=1$ или $k=-1$ пресликавање је изометрија.





Задаци: 719., 722.

У полукруг уписати квадрат тако да му два темена леже на пречнику, а два на кружној линији.



Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци 717.а), 718.б), 721.

Редни број часа: _____

Сличност

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, монолошка
Циљ часа: Оспособљавање ученика да примене знање. Развој логичког критичког и апстрактног мишљења. Развијање прецизности језика и способности математичке аргументације.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене ставове сличности.
Функционални задатак: Развијање аналитичности. Оспособљеност за прављење плана израде задатака.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене сличности. Прецизност језика.
Кључне речи: сличност
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно формулисање ставова и уочавање могућности њихове примене.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Шта су слични троуглови? Проверити предзнање ученика које носе из основне школе.

Главни део часа:

Теорема: Троуглови су слични акко се један у други могу пресликати хомотетијом, или композицијом хомотетије и изометрије.
Са ученицима направити аналогију са ставовима подударности и заједнички формулисати **ставове сличности троуглова:**

Став 1: Два троугла су слична акко је један пар страница једног троугла пропорционалан са паром страница другог троугла, а углови захваћени њима једнаки међу собом.

Став 2: Два троугла су слична акко су им одговарајуће странице пропорционалне.

Урадити задатак 732. да би се објаснило шта значе одговарајуће странице.

Став 3: Два троугла су слична акко су два угла једног троугла једнака одговарајућим угловима другог троугла.

Став 4: Два троугла су слична акко је један пар страница једног троугла пропорционалан са паром страница другог троугла, углови наспрам двеју страница једнаки, а углови наспрам других двеју страница исте врсте (оба права, оба оштра или оба тупа).

Ставове илустровати сликом и записати математичким симболима.
Закључити да ако су троуглови слични са коефицијентом сличности к, онда су обими у истом односу, а површине у односу k^2.
$a:a1 = k\ ;\quad O:O1 = k\ ;\quad P:P1 = k2$

Задаци: 733., 734., 736.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци: 740., 741., 742.

Редни број часа: _____

Сличност троуглова

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, монолошка
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања. Способност интерпретације проблема и процене резултата. Оспособљеност ученика да изразе и аргументују своје мишљење.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене сличност.
Функционални задатак: Развијање аналитичности, прецизности језика, јасности у размишљању.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене сличности. Прецизност језика.
Кључне речи: сличност троуглова
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, процена знања и оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити ставове о сличности троуглова.

Главни део часа:

Задаци: 742., 737., 744., 746., 752.

Завршни део часа:

Оцењивање ученика.

Домаћи задатак: Задаци: 743., 749.

Редни број часа: _____

Сличност троуглова

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања. Развијање аналитичности. Способност математичке аргументације. Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене сличност.
Функционални задатак: Развијање аналитичности, прецизности језика, схватање значаја прецизне аргументације.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања. Развијање тимског духа. Оспособљавање за коришћење Збирке задатака.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене сличности. Прецизност језика.
Кључне речи: сличност троуглова
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Подела ученика на групе и подела задужења.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подела ученика на групе. Нпр. по редовима.

Главни део часа:

Дати прво прва два лакша задатка, па прокоментарисати један задатак нпр. 731.
Затим дати следећа два задатка и урадити на табли нпр. 759.

Прва група: 729.а), 730., 750., 757.
Друга група: 729.б), 731., 751., 758.
Трећа група: 729.в), 735., 755., 759.

Завршни део часа:

Оцењивање ученика.

Домаћи задатак: Неурађени задаци на часу. Ученици размене групе. Урадити по једну групу.

Редни број часа: _____

Конструкције применом сличности

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања. Развијање аналитичности. Способност математичке аргументације. Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме. Прецизност језика.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално анализирају задатак и изврше конструкцију.
Функционални задатак: Развијање аналитичности, прецизности језика, развијање свести о значају прављења плана израде задатака.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Самостално решавање задатака везаних за конструкције. Разумевање и способност примене сличности. Прецизност језика.
Кључне речи: сличност троуглова, конструкција
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Коментарисати домаћи задатак, ако је потребно.

Главни део часа:

С обзиром на тешкоће у изради конструктивних задатака, проценити ниво знања и могућности одељења, па додати или изоставити поједине задатке.

Задаци:

1. $704.$
2. За дате дужи a, b, c конструисати дуж $x = \frac{ab}{c}$.
3. За дате дужи a, b конструисати дуж x тако да важи: $(a-x):x=b:a \quad (a+x):(a-x)=5:2$
4. Конструисати троугао ако је дато α, β, h_c.
5. Конструисати троугао ако је дато α, β, t_a.
6. У дати троугао ABC уписати једнакостраничан троугао $KLM,\ K\in AB,\ L\in BC,\ M\in AC,\ KM$ је паралелно са BC.

Завршни део часа:

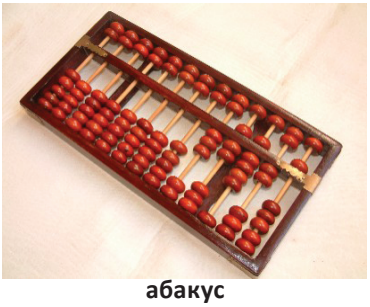
Питања ученика, коментари грешака.

Домаћи задатак: Ученици имају задатак да пронађу на интернету како је изгледао абакус и како се и данас у земљама као што су Јапан, Кина, ради у школама.

Редни број часа: _____

Примена сличности на правоугли троугао – Еуклидови ставови

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања. Увид у важност изучавања математике кроз историју . Развијање аналитичности.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене Талесову теорему.
Функционални задатак: Развијање аналитичности. Развијање свести о значају проучавања математике кроз историју и значаја различитих култура и народа.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене Талесове теореме. Прецизност језика.
Кључне речи: Талес, теорема
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање теореме и могућности њене примене
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Презентација домаћих задатака.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа


абакус

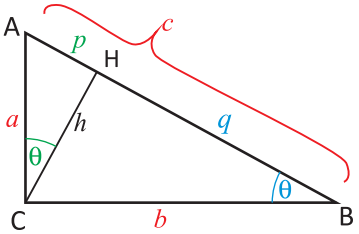
Уводни део часа:

Еуклид (Ευκλειδης), познат и као Еуклид из Александрије је био грчки математичар познат по свом делу Елементи и алгоритму (објаснити реч и порекло) за израчунавање НЗД који је по њему назван Еуклидов алгоритам.

Порекло речи алгоритам: *Реч долази из презимена персијског математичара Ал Хорезмија. Алгоритам је био израз који описује начин рачунања децималним бројевима уведеним око $1600.$ године у Европи.* ***Алгоритмичарима*** *су се раније звали они математичари који не оперишу симболима множина представљеним на абакусу, него једним (индијским или арапским) системом знакова за бројеве (од $16.$ века раширеним у Европи).*
О животу Еуклида се сасвим мало зна. Родио се у Грчкој и студирао је вероватно у Атини на Платоновој Академији. Краљ Птолемеј I $(323.-283.$ п. н. е.$)$ позвао га је у новоосновану библиотеку у Александрији где је радио и вероватно и подучавао. Међу његове ученике вероватно је спадао и Архимед. Објаснити део Рафаелове слике која се налази у Ватиканском музеју и зове Атинска школа.
Питање за домаћи: *Ко је била једина жена на Рафаеловој слици?*

Главни део часа:

Еуклидови ставови: Нека ученици уоче и докажу сличност сва три троугла на слици.



$$h_c = \sqrt{pq}$$
$$b = \sqrt{qc}$$
$$a = \sqrt{pc}$$

Формулисати и као: Висина на хипотенузу правоуглог троугла једнака је геометријској средини одсечака које гради на њој.

Задаци: 761. Помоћу Еуклидових ставова доказати Питагорину теорему. 763.а), г), 768.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци: 763. б), в), д), 767.
Неко од ученика треба да спреми неки доказ Питагорине теореме, а други ученик кратку причу о Питагорином животу.

Редни број часа: _____

Питагорина теорема

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, монолошка
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања. Увид у важност изучавања математике кроз историју . Развијање аналитичности. Развијање интересовања за математику.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене Питагорину теорему
Функционални задатак: Развијање аналитичности. Развијање свести о значају проучавања математике кроз историју и значаја различитих култура и народа.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја историје математике.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене Питагорине теореме. Прецизност језика.
Кључне речи: Питагора, теорема
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање теореме и могућности њене примене.
Активности ученика: Доказ Питагорине теореме. Израда задатака на табли и у свесци. Презентација домаћих задатака.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Неко од ученика даје кратак приказ Питагориног живота и рада.

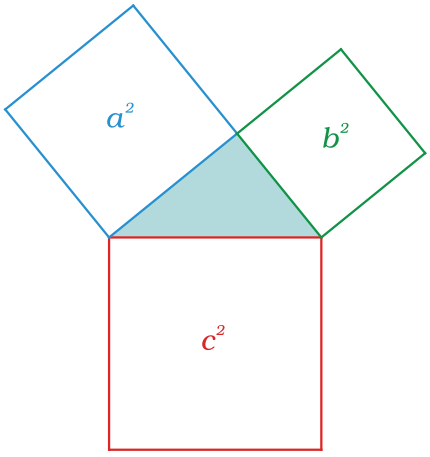
Питагора 569. п.н.е.– 475 п.н.е. Питагора је познати учитељ и филозоф, религиозни и етички реформатор. Питагора је био школован. Учио је да свира на лири, поезију и да рецитује Хомера.
Имао је три учитеља. Најважнији је био Сиријац Ферекид. У свет математике увели су га Талес и Анаксимандар. У Египту пада у заробљеништво Персијанаца и као роб доспева у Вавилон. У Вавилону усавршава аритметику, музику и друге математичке области. Интересује се за хармонију међу бројевима и у природи и упознаје се са златним пресеком.
536. године п.н.е. у педесет шестој години, након што се преселио у Кротон, грчки регион јужне Италије, основао је школу која је комбиновала религијске ритуале са научним студијама. То је био први универзитет у историји човечанства.
Питагорејци су поделили учење о бројевима у четири дела:

Аритметика = Сам број
Геометрија = Број у простору
Музика или хармонија = Број у времену
Астрономија = Број у простору и времену
За бројеве су сматрали само природне бројеве. Разломке нису сматрали бројевима, већ односом природних бројева.
Утврдили су да постоји број који се не може написати као однос два природна броја.
Питагора је први човек који је себе назвао филозофом. (љубитељ мудрости)

Главни део часа:

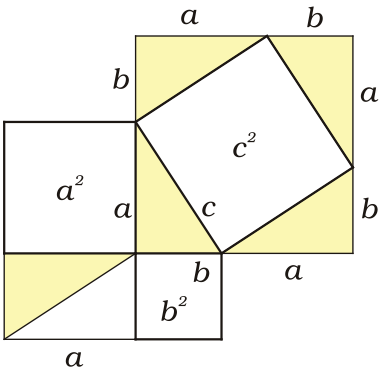
Ученици треба да формулишу теорему.

Питагорина теорема: Површина квадрата конструисаног над хипотенузом правоуглог троугла једнак је збиру површина квадрата конструисаних над катетама тог троугла $a^2+b^2=c^2$.

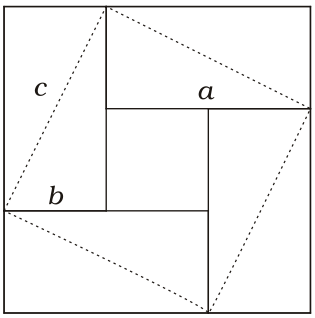


Ученик доказује Питагорину теорему. Нпр.

Доказ Абу Хасан Табит Ибн Кара Марвал Харани $(826-901)$.



Баскара 12.век



Ученике упутити да формулишу и **обрат Питагорине теореме**: Ако за троугао важи $a^2+b^2=c^2$. Онда је тај троугао правоугли.

Задаци:

1. $764.$б), $765.$б)
2. Висина повучена на основицу једнакокраког троугла је 8, а обим троугла је 32. Израчунати површину тог троугла.
3. У једнакокраком троуглу ABC $(AC=BC)$ дужина основице $AB=10cm$, дужина кракова $AC=BC=13cm$. Наћи дужине све три висине троугла ABC.
4. Једна катета правоуглог троугла дужа је од друге катете за $10cm$, а краћа од хипотенузе за $10cm$. Наћи дужину хипотенузе.
5. Ако тачка додира уписаног круга и хипотенузе правоуглог троугла дели хипотенузу на два дела дужина $5cm$ и $12cm$, наћи разлику катета тог троугла.

Завршни део часа:

За **домаћи задатак** урадити неурађене задатке и 769.

Редни број часа: _____

Примена Питагорине теореме

Тип часа: понављање и допуна
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, илустрација, монолошка
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања. Увид у важност изучавања математике кроз историју . Развијање аналитичности.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене Питагорину теорему.
Функционални задатак: Развијање аналитичности. Развијање свести о значају повезивања знања.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја историје математике.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене Питагорине теореме. Прецизност језика.
Кључне речи: Питагора, теорема
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање теореме и могућности њене примене.
Активности ученика: Доказ Питагорине теореме. Приказ живота и дела Питагоре. Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити Питагорину теорему и Еуклидове ставове.

Главни део часа:

1. Конструисати квадрат чија је површина два пута већа од површине датог квадрата.
2. 770.
3. 773.
4. 771.

Завршни део часа:

Питања ученика.

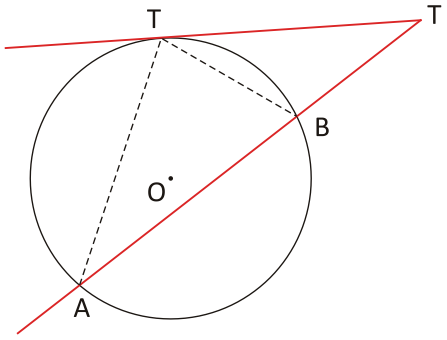
Редни број часа: _____

Примена сличности на круг; потенција тачке

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања. Увид у важност изучавања математике кроз историју . Развијање аналитичности. Развијање интересовања за математику.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене сличност у различитим ситуацијама и примерима.
Функционални задатак: Развијање аналитичности. Развијање свести о значају проучавања математике кроз историју и значаја различитих култура и народа.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја историје математике.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене сличности. Прецизност језика. Схватање повезаности математике са свим аспектима живота.
Кључне речи: сличност, потенција
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, израда презентације и њено представљање.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци. Помоћ у изради и коментарисању презентације.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар, компјутер, видео бим
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити ставове сличности троуглова



Главни део часа:

Доказати помоћу сличности троуглова CTB , CTA да важи:

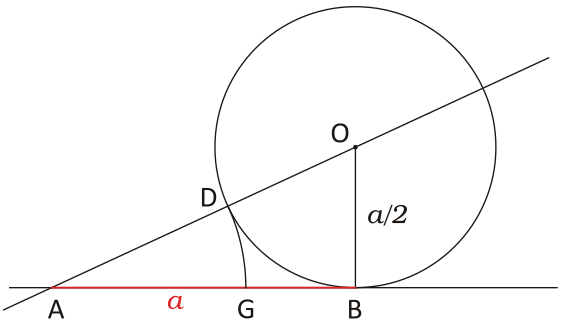
$$CT^2 = CA \cdot CB,$$

што је **потенција (моћ) тачке C у односу на круг**.

Златни пресек: Тачка сече дуж златним пресеком уколико је однос дужина већег дела према мањем делу једнак односу дужина целе дужи према дужем делу.

Златни пресек дужи AB је тачка G за коју важи: $\frac{AG}{GB} = \frac{AB}{AG} = \Phi$

<u>Конструкција златног пресека:</u>

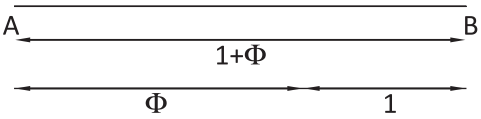


Број Φ

$AC=\Phi;\ CB=1;\ AB=1+\Phi$

$$\Phi=\frac{AG}{GB}=\frac{AB}{AG} \qquad \Phi^2=1+\Phi$$

$$\frac{\Phi+1}{\Phi}=\Phi \qquad \Phi_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2};\Phi_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$$



Решавањем ове једначине добијају се два решења

Φ =1,61803 39887 49894 84820 45868 34365 63811 77203 09179 80576 ...

$\varnothing$ =0, 61803 39887 49894 84820 45868 34365 63811 77203 09179 80576 ...

бројеви имају исте децимале.

Фибоначијев низ:

Леонардо Фибоначи је у $12.$ веку открио следећи низ бројева: $(0,)1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,...$ сваки следећи члан низа се добија као збир претходна два. Не зна се да ли је Фибоначи то знао, али количник два суседна члана овог низа је Φ.

Златни пресек и Фибоначијеви бројеви у уметности и науци

Архитектура:

Димензије чувене Кеопсове пирамиде су повезане са бројем ф, Фидија је користио златни пресек при изградњи Пантеона, димензије цркве Василија Блаженог у Москви, највеће туниске џамије..., као и многих модерних грађевина као што су зграда Уједињених нација или Пентагона, су у вези са златним пресеком. Највећи архитекта $20.$ века Корбизје је користио златни пресек приликом пројектовања зграда.

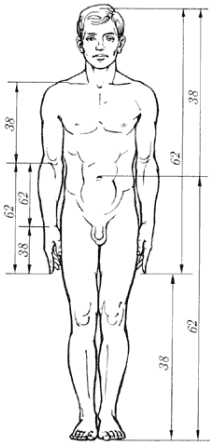
Сликарство и вајарство:

Ренесансни сликари, пре свих Леонардо да Винчи, али и Микеланђело, Рафаел, Дирер су користили златни пресек у својим сликама и скулптурама, али и неки модерни сликари, као што су Иља Рјепин, Сера, Дали, Мондријан...

У креирању дизајна многих модерних производа користи се златни пресек.

Музика и акустика:

Златни пресек се користи за при изградњи музичких студија, али и катедрала, зато што се сматра да повећава акустичност. Приликом изградње Страдиваријусових виолина, писка за саксофон,... ,се такође користи златни пресек. У делима многих чувених композитора као што су Шопен, Моцарт, Шуберт уочава се да су дужине делова композиција пропорционалне златном пресеку.



Грађа људског тела:

Завршни део часа:

Питања ученика. Уколико постоје техничке могућности приказати неке примере златног пресека из природе.

Редни број часа: _____

Сличност многоуглова

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, рад са текстом
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања. Способност интерпретације проблема. Развијање аналитичности. Способност закључивања.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене сличност.
Функционални задатак: Развијање аналитичности. Оспособљеност ученика за израду плана за решавање задатака.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене сличности и њене генерализације. Прецизност језика.
Кључне речи: сличност, многоугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање сличности многоуглова.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити сличност троуглова.
Проширити појам сличности са троуглова на све многоуглове.
Доказати да су свака два правилна многоугла са једнаким бројем страница слична.

Главни део часа:

Задаци: 738., 739., 745., 747., 748.

Завршни део часа:

Урадити задатке који нису били јасни, а везани су за троуглове, уколико буде времена.

Редни број часа: _____

Утврђивање – сличност

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални, индивидуални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, рад са текстом
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања. Способност интерпретације проблема. Развијање аналитичности. Способност закључивања.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене сличност.
Функционални задатак: Развијање аналитичности. Оспособљеност ученика да направе план и самостално реше задатак. Способност процене нивоа сопственог знања.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене сличности и њене генерализације. Прецизност језика.
Кључне речи: сличност, многоугао, троугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Процена напредовања ученика и оцењивање.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити ставове сличности, Питагорину и Талесову теорему (формулација).

Главни део часа:

Задаци:

$1.$ За дате дужи a, b, c конструисати дуж $x=\sqrt{4a^2-b^2}; x^2=ac; x=\frac{a^2-ab}{c}$

$766., 762., 753., 776., 775.$

Завршни део часа:

Оцењивање ученика. Питања ученика.

Бонус задатак:

На слици је дат правоугли троугао ABC са правим углом код темена A. Странице AB и AC додирују круг у тачкама $E,\ D$, а страница BC сече кружну линију у тачкама $G,\ F$. Важи $B-F-G-C$.

Ако је $AE=8,\ EC=15$ и $CG=9,$ а страница $AB=\frac{m}{n}$, наћи $m+n$

Решење: Потенција тачке у односу на круг $CE^2=CG.CF,\ CF=25,\ FG=25-9=16,$ па FG мора бити пречник круга са центром у тачки O.

Сличност троуглова: $OD:BD=CE:OE,\ OD=\frac{64}{15},\ BD=\frac{64}{15},\ AB=\frac{184}{15}$, па је $m+n=199.$

Редни број часа: _____

Систематизација теме

Тип часа: систематизација
Облик рада: фронтални, групни
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, рад са текстом, илустрација
Циљ часа: Оспособљавање ученика за примену знања. Способност самопроцене.
Образовни задатак: Оспособљеност ученика да самостално примене сличност
Функционални задатак: Развијање аналитичности и систематичности.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене сличности и њене генерализације. Прецизност језика.
Кључне речи: сличност, многоугао, троугао
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво. Формирање група и координација међу њима.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар, листићи са задацима
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Подела ученика на групе и подела задужења. Прве две групе су нешто лакше него друге две.

Главни део часа:

Прва група:

1. Конструисати квадрат чија је површина једнака разлици површина два дата квадрата.
2. Катете правоуглог троугла су $a=3, b=4$. Колика је површина њему сличног троугла чија је хипотенуза $c_1 = 5\sqrt{2}$?
3. $774.$

Друга група:

1. Дужине страница троугла су $10cm, 14cm, 16cm$. Колика је дужина најдуже странице њему сличног троугла обима $1{,}2m$?
2. Колика је површина једнакокраког трапеза, чије су основице $19cm$ и $9cm$, а крак $13cm$?
3. $778.$

Трећа група:

1. Дијагонале једнакокраког трапеза су узајамно нормалне. Ако је крак $c = 2\sqrt{5}cm$, а размера основица $3:1$, површина трапеза је:
2. Нека су AA_1, BB_1 висине троугла ABC и H ортоцентар тог троугла. Ако је $HA_1=3cm,\ HB_1=2cm,$ $HB=5cm$ а дужина HA;
3. $780.$б)

Четврта група:

1. Тежишне дужи AD и CE троугла ABC секу се у тачки T. Средиште дужи AE је тачка F. Наћи однос површина троуглова TFE и ABC.
2. У једнакокраки троугао $ABC(AB=AC=3cm, BC=2cm)$ уписан је круг који додирује краке AB, AC

редом у тачкама D, E Колико износи дужина дужи DE ?

3. Ако су дужине катета правоуглог троугла $6cm$ и $8cm$, нађи дужину симетрале правог угла.

Завршни део часа:

Урадити задатке по питањима ученика.

Тригонометрија правоуглог троугла

Тригонометријске функције оштрог угла; основне тригонометријске идентичности.

Редни број часа: _____

Дефиниција тригонометријских функција оштрог угла правоуглог троугла

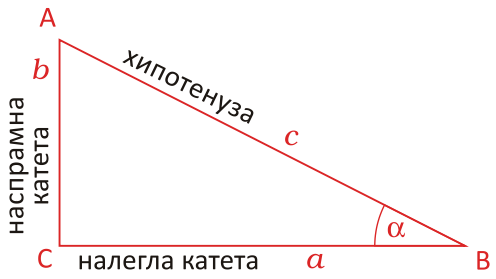
Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, графичка
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања. Прихватање математике као корисног алата у свакодневном животу.
Образовни задатак: Усвајање и употреба дефиниција тригонометријских функција у задацима.
Функционални задатак: Развијање прецизности језика, развијање аналитичности.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене тригонометријских функција. Правилна употреба калкулатора.
Кључне речи: синус, косинус, тангенс, котангенс
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и примена дефиниција
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, калкулатор
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Нацртати два слична троугла и поновити, заједно са ученицима, да је однос одговарајућих страница исти.
Тригонометрија (грч. **τριγονο** — троугао и грч. **μετρειν** — мерење, мера), део је математике и геометрије који се бави израчунавањем елемената троугла проналажењем законитости зависности у њиховим односима, као и успостављањем функција углова које их дефинишу.

Главни део часа:

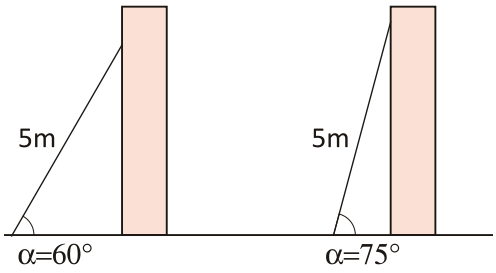
Дефиниција: **Синус** (латински sinus завој, набор, вијугање змије – биће јасније касније, код цртања графика) угла α, у ознаци $sin\alpha$ представља однос наспрамне катете и хипотенузе правоуглог троугла.
Дефиниција: **Косинус** угла α, у ознаци $cos\alpha$ представља однос налегле катете и хипотенузе правоуглог троугла.
Дефиниција: **Тангенс** угла α, у ознаци $tg\ \alpha$ представља однос наспрамне и налегле катете правоуглог троугла.
Дефиниција: **Котангенс** угла α, у ознаци $ctg\alpha$ представља однос налегле и наспрамне катете правоуглог троугла.



Задаци: 784., 785., 786., 787.

Практична примена тригонометрије:

У упутству за 5 метара дуге ватрогасне мердевине стоји да, из безбедносних разлога, када су наслоњене на вертикални зид, угао у односу на хоризонталну раван мора да буде између 60° и 75°. Под тим условима колика је најмања, а колика највећа висина коју могу да досегну мердевине на зиду?



Решење: Када су мердевине под углом од 60°: $\sin 60^\circ = \frac{h}{50} \Rightarrow h = 50 \cdot 0,8660 \approx 43,3m$, а када су под углом од 75°: $\sin 75^\circ = \frac{h}{50} \Rightarrow h = 50 \cdot 0,9659 \approx 48,3m$.

Завршни део часа:

Питања ученика.

Редни број часа: _____

Основни тригонометријски идентитети

Тип часа: обрада
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка
Циљ часа: Способност закључивања. Примена знања.
Образовни задатак: Употреба дефиниција тригонометријских функција у задацима.
Функционални задатак: Развијање прецизности језика, развијање свести о могућностима примене математике.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене тригонометријских функција.
Кључне речи: синус, косинус, тангенс, котангенс
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и примена дефиниција.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити дефиниције тригонометријских функција оштрог угла правоуглог троугла.
Шта је идентитет? (Једнакост која је тачна за све вредности променљивих.)

Главни део часа:

Основне тригонометријске идентичности: $0^0<\alpha<90^0$

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha};ctg\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$tg\alpha\cdot ctg\alpha=1$$

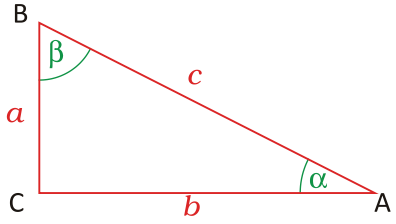
$$\sin\alpha=\frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$$

$$\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$$

Доказ: Ученици доказују све или бар прва два идентитета.

1. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=\left(\frac{a}{c}\right)^2+\left(\frac{b}{c}\right)^2=\frac{a^2+b^2}{c^2}=\frac{c^2}{c^2}=1$

2. $tg\alpha=\frac{a}{b}=\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$



Задаци: 804.а), 811. и 822.

Уколико су углови комплементни тј. $\alpha+\beta=90^0$ важи :

$$sin\alpha = cos\beta$$

$$cos\alpha = sin\beta$$

$$tg\alpha = ctg\beta$$

$$ctg\alpha = tg\beta$$

Задатак 791.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци: 812., 824., 829.

Редни број часа: _____

Основни тригонометријски идентитети

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација
Циљ часа: Способност закључивања. Способност апатрактног мишљења. Примена знања.
Образовни задатак: Употреба дефиниција тригонометријских функција у задацима.
Функционални задатак: Развијање аналитичности, развијање свести о могућностима примене математике.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене тригонометријских функција.
Кључне речи: синус, косинус, тангенс, котангенс
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, процена напредовања ученика и оцењивање ученика.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити основне тригонометријске идентитете. Ученици нека их напишу на неком делу табле.

Главни део часа:

Задаци: 804.б), в), 813.а), 815., 823., 828.

Завршни део часа:

Питања ученика.

Редни број часа: _____

Вредности тригонометријских функција углова од 30°, 45° и 60°

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, операцијска, илустрација, графичка
Циљ часа: Усвајање знања неопходних за наставак школовања.
Образовни задатак: Употреба дефиниција тригонометријских функција у задацима.
Функционални задатак: Развијање аналитичности, развијање свести о могућностима примене математике.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене тригонометријских функција.
Кључне речи: синус, косинус, тангенс, котангенс
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, избор задатака.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, троугао, шестар
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити дефиниције тригонометријских функција и написати их на табли.

Главни део часа:

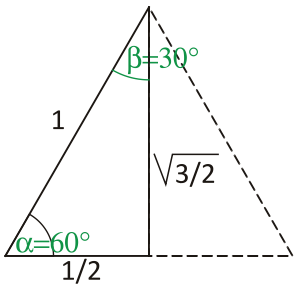
Ученици сами израчунавају вредности функција.
Вредности тригонометријских функција неких оштрих углова:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \qquad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$tg\,30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad tg\,60^\circ = \sqrt{3}$$

$$ctg\,30^\circ = \sqrt{3} \qquad ctg\,60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

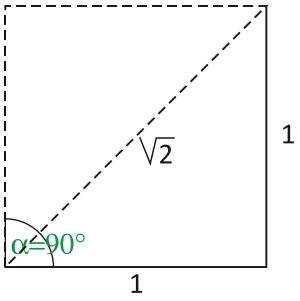


$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg\,45^\circ = 1$$

$$tg\,45^\circ = 1$$



Задаци: 799., 800., 802., 803.а), б)

Завршни део часа:

Питања ученика.

Редни број часа: _____

Решавање правоуглог троугла

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, операцијска
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме.
Прихватање математике као корисног алата у свакодневном животу.
Образовни задатак: Употреба дефиниција тригонометријских функција у задацима.
Функционални задатак: Развијање аналитичности, развијање свести о могућностима примене математике.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене тригонометријских функција.
Кључне речи: синус, косинус, тангенс, котангенс
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво и, у сарадњи са њима, прецизно дефинисање појмова и примена дефиниција
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, калкулатор
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити дефиниције тригонометријских функција и вредности функција неких углова.

Главни део часа:

Задаци: 844., 845., 848., 850.

Завршни део часа:

Домаћи задатак: Задаци: 846., 847., 849.

Редни број часа: _____

Примена тригонометрије

Тип часа: утврђивање
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, рад са текстом
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме.
Прихватање математике као корисног алата у свакодневном животу.
Образовни задатак: Употреба дефиниција тригонометријских функција у задацима.
Функционални задатак: Развијање аналитичности, развијање свести о могућностима примене математике.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене тригонометријских функција.
Кључне речи: синус, косинус, тангенс, котангенс
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, избор задатака. Праћење рада ученика и њихово оцењивање.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, калкулатор
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити дефиниције тригонометријских функција оштрог угла правоуглог троугла.

Главни део часа:

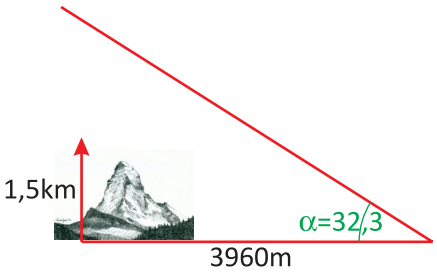
1. Мали авион узлеће са аеродрома под углом од 32°18′ у односу на писту. На растојању од 3960м од аеродрома налази се планина висока 1500 метара. Ако авион настави да лети под истим углом колико ће бити изнад врха планине када је буде прелетао?

Решење:

$\alpha = 32^\circ 18' = 32,3^\circ$

$tg\,32,3^\circ = 0,63217$

$0,63217 = \frac{h}{3960} \Rightarrow h = 0,63217 \cdot 3960 \approx 2503,41m$



па је авион $2501,14m - 1500m = 1001,41m$ изнад планине.

2. Део плаже дозвољене за купање на Сребрном језеру означен је канапом са бовама као што је приказано на слици. Ако је плажа дуга 350 метара, а канап гради угао од 90° на платформи, а 48° на једној страни плаже. Марко је почео да плива од платформе дуж ивице ограђеног дела и поново се вратио, дуж ивице ограђеног дела, на платформу. Колико метара је препливао?

Решење:

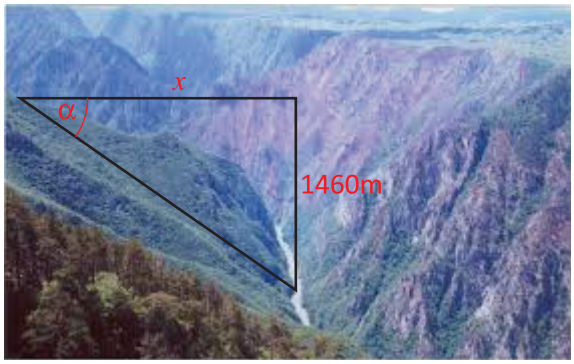
$\cos 48^\circ = \frac{a}{350} \Rightarrow a \approx 234,2m$

$\sin 48^\circ = \frac{b}{350} \Rightarrow b \approx 260,1m$

$a + b + c = 234,2 + 260,1 + 350 = 844,3m$

3. На тлу, на растојању 7,5 метара од подножја дрвета, врх дрвета се види под углом од 70°. Колика је висина дрвета?

Решење: $tg70° = \frac{h}{7,5m} \Rightarrow h = 7,5m \cdot 2,7475 = 20,6m$

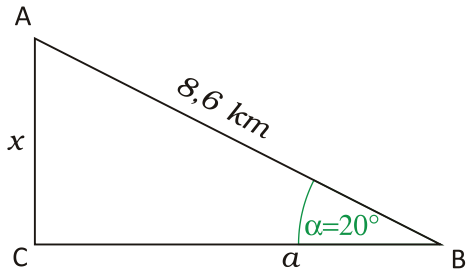


4. Петар се налази на ивици кањона на 1460 метара изнад нивоа реке. Тло је нагнуто под углом од 40^o. Колико је Петар хоризонталном линијом удаљен од реке?

Решење:

$$tg40° = \frac{1460m}{x} \Rightarrow x = 1460m : 0,8391 \approx 1740m$$

5. Марко је угледао балон како се диже вертикално са земље. Када је балон био на 250 метара висине Марко је видео балон под углом од 22^0. Колико је Марко удаљен од места са кога се подигао балон?



Решење: $tg22° = \frac{250m}{x} \Rightarrow x = \frac{250m}{0,4040} \approx 618,8m$.

6. Радар је са земље уочио авион на растојању од 8,6 километара под углом од 26°. На којој висини лети авион?

Решење: $sin26° = \frac{x}{8,6km} \Rightarrow x = 8,6km \cdot sin26^\circ \approx 3,8km$

Завршни део часа:

Питања ученика.

Редни број часа: _____

Систематизација теме

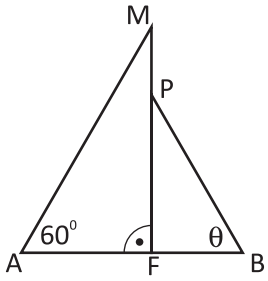
Тип часа: систематизација
Облик рада: фронтални
Метод рада: демонстрацијска, дијалошка, монолошка, илустрација, рад са текстом
Циљ часа: Способност сачињавања математичког модела за конкретне проблеме.
Прихватање математике као корисног алата у свакодневном животу.
Способност систематизације.
Образовни задатак: Употреба дефиниција тригонометријских функција у задацима.
Функционални задатак: Развијање свести о могућности прављења математичких модела за ситуације у свакодневном животу.
Васпитни задатак: Развијање прецизности, уредности; схватање значаја примене стечених знања.
Резултат часа: Разумевање усвојених појмова. Разумевање и способност примене тригонометријских функција.
Кључне речи: синус, косинус, тангенс, котангенс
Активности наставника: Вођење ученика кроз градиво, избор задатака. Праћење рада ученика и њихово оцењивање.
Активности ученика: Израда задатака на табли и у свесци.
Наставна средства: креда, табла, калкулатор
Литература: Ивановић, Огњановић: Математика 1, Збирка задатака и тестова за први разред гимназија и техничких школа

Уводни део часа:

Поновити дефиниције тригонометријских функција оштрог угла правоуглог троугла.

Главни део часа:

1. Једрилица је дугачка 8 метара (AB). Канап је затегнут под углом од 60° од тачке A до тачке M на врху јарбола. Други канап је затегнут под углом θ из тачке B до тачке P која се налази 2 метра испод врха јарбола (тачке M). Изрази дужину MF у функцији угла θ.

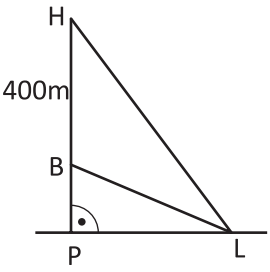


Решење: Ако дуж AF означимо са x, онда је $FB=8\text{-}x$, а $MF=x\sqrt{3}$ (висина једнакостраничног троугла)

Из троугла FBP се добија: $tg\theta=\frac{PF}{8-x}=\frac{x\sqrt{3}-2}{8-x}$. Сређивањем се добија

$$x=\frac{8tg\theta+2}{tg\theta+\sqrt{3}}\Rightarrow MF=\frac{8tg\theta+2}{tg\theta+\sqrt{3}}\sqrt{3}.$$

2. Хеликоптер лебди у тачки H која је директно изнад тачке P која се налази на земљи. Лука седи на земљи у тачки L таквој да је $<HLP=60^0$. Лопта је испала из хеликоптера. Када је лопта у тачки B, тачно 400 метара испод хеликоптера онда је $<BLP=30^0$. Одреди растојање LP.



Решење: Из троугла HPL добијамо $HP=PL\sqrt{3}$. Дефинишемо тангенс угла $<BLP$ троугла BLP

$$tg(<BLP)=\frac{BP}{PL}=\frac{HP-400m}{PL}=\frac{PL\sqrt{3}-400m}{PL}\Rightarrow$$

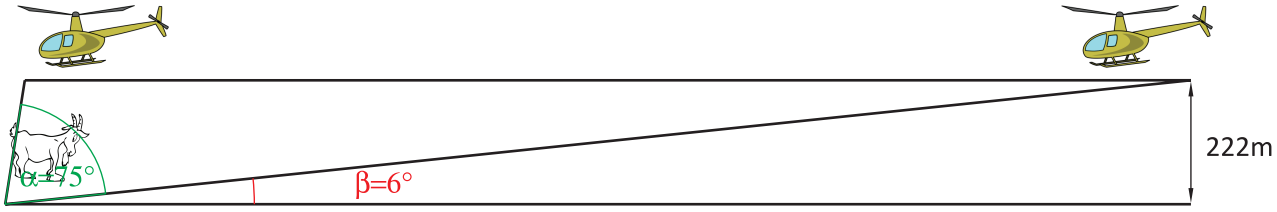
$$\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{PL\sqrt{3}-400m}{PL}\Rightarrow PL=200\sqrt{3}m$$

3. Хеликоптер лети константном брзином на висини од 222m. У тренутку када први пут угледа козу угао између линије која спаја козу и хеликоптер и тла је 6°, а, након једног минута тај угао је 75°. Колика је брзина хеликоптера?

Решење: Растојање козе и авиона (по хоризонталној равни) када први пут пилот угледа козу је: $tg6^\circ = \frac{222m}{d_1} \Rightarrow d_1 \approx 2112,19m$ Следећи пут то растојање је: $tg75^\circ = \frac{222m}{d_2} \Rightarrow d_2 \approx 59,48m$

Значи авион је прешао 2112,19m-59,48m=2052,71m=2,05271km

Један минут је 0,01667сати, па је брзина: $v = \frac{s}{t} = \frac{2,0527km}{0,01667h} \approx 123km/h$.



Задаци: 789., 795.а), 823.

Завршни део часа:

Питања ученика. Оцењивање ученика.